

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ
CENTRO DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL-PCV

LEONARDO BONFANTE GRECO

ANÁLISE NUMÉRICA DA INFLUÊNCIA DA ARMADURA NO
COMPORTAMENTO DE ESTACAS DE CONCRETO ARMADO
CARREGADAS HORIZONTALMENTE NO TOPO

MARINGÁ

2023

LEONARDO BONFANTE GRECO

**ANÁLISE NUMÉRICA DA INFLUÊNCIA DA ARMADURA NO
COMPORTAMENTO DE ESTACAS DE CONCRETO ARMADO
CARREGADAS HORIZONTALMENTE NO TOPO**

Dissertação apresentada como parte dos requisitos necessários para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil do Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil da Universidade Estadual de Maringá.

Orientador(a): Prof. Dr. Jeselay Hemetério
Cordeiro dos Reis

MARINGÁ

2023

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)
(Biblioteca Central - UEM, Maringá - PR, Brasil)

G791a

Greco, Leonardo Bonfante

Análise numérica da influência da armadura no comportamento de estacas de concreto armado carregadas horizontalmente no topo / Leonardo Bonfante Greco. -- Maringá, PR, 2023.

109 f.color., figs., tabs.

Orientador: Prof. Dr. Jeselay Hemetério Cordeiro dos Reis.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual de Maringá, Centro de Tecnologia, Departamento de Engenharia Civil, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, 2023.

1. Estacas (Engenharia civil). 2. Concreto armado - Comportamento estrutural. 3. Estruturas (Engenharia). 4. Taxa de armadura. 5. Análise numérica. I. Reis, Jeselay Hemetério Cordeiro dos, orient. II. Universidade Estadual de Maringá. Centro de Tecnologia. Departamento de Engenharia Civil. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil. III. Título.

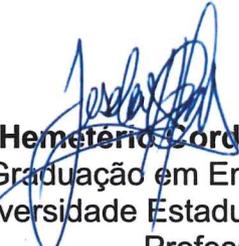
CDD 23.ed. 693.54

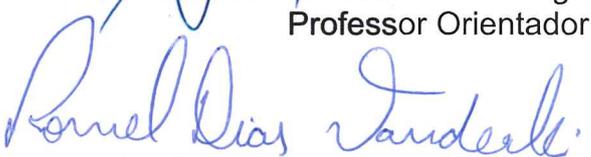
LEONARDO BONFANTE GRECO

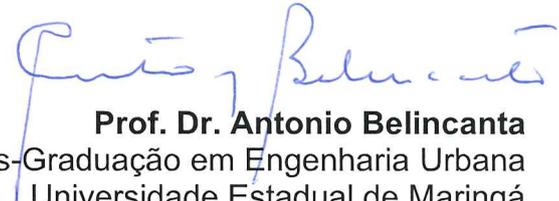
**ANÁLISE NUMÉRICA DA INFLUÊNCIA DA ARMADURA NO
COMPORTAMENTO DE ESTACAS DE CONCRETO ARMADO
CARREGADAS HORIZONTALMENTE NO TOPO**

Dissertação de Mestrado apresentada no dia 25/11/2022, julgada adequada para a obtenção do título de MESTRE EM ENGENHARIA CIVIL e aprovada em sua forma final, como requisito parcial para a obtenção do título de MESTRE EM ENGENHARIA CIVIL DA UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ

BANCA EXAMINADORA


Prof. Dr. Jeselay Hemetério Cordeiro dos Reis
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil
Universidade Estadual de Maringá
Professor Orientador


Prof. Dr. Romel Dias Vanderlei
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil
Universidade Estadual de Maringá


Prof. Dr. Antonio Belincanta
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Urbana
Universidade Estadual de Maringá

Documento assinado digitalmente



DANILO RINALDI BISCONSINI

Data: 28/11/2022 08:25:06-0300

Verifique em <https://verificador.iti.br>

Prof. Dr. Danilo Rinaldi Bisconsini
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

DEDICATÓRIA

Dedico esta dissertação aos meus pais, que foram fundamentais
nesta e em todas as conquistas da minha vida.

AGRADECIMENTOS

À Universidade Estadual de Maringá por oferecer e apoiar este e tantos outros cursos de pós-graduação, em nome do desenvolvimento científico e tecnológico deste país;

Ao corpo docente do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, por todo o conhecimento compartilhado, bem como aos demais funcionários do programa por toda a dedicação;

Ao Prof. Dr. Jeselay Hemetério Cordeiro dos Reis, meu orientador, pela paciência, pelos ensinamentos e por todas as considerações imprescindíveis ao desenvolvimento desta pesquisa;

Ao meu pai, Altair, à minha mãe, Silvana e ao meu irmão, Pedro, por todo o apoio prestado desde o primeiro momento;

Aos meus amigos e colegas que, de maneira direta ou indireta, colaboraram com o desenvolvimento desta pesquisa.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

“Alone, it’s just a journey. Now adventures, they must be shared.”

– Gandalf, The Gray

RESUMO

Quando carregadas lateralmente, as estacas se comportam de maneira similar a vigas em balanço. Os esforços de tração oriundos da flexão nas estacas provocam a fissuração do elemento. Como as armaduras são responsáveis pela resistência à tração em uma peça de concreto armado, estima-se que a alteração da taxa de armadura exerça influência direta no comportamento da peça. Este trabalho tem por objetivo analisar o efeito da variação de armadura em estacas submetidas a carregamentos horizontais usando modelagem numérica em elementos finitos (MEF) 3D, em termos de deslocamentos, esforços e deformações. Através do software *ABAQUS*, foi utilizado o modelo constitutivo *Concrete Damage Plasticity* para o concreto da estaca, o modelo de ruptura de Mohr-Coulomb para o solo e o modelo elasto-plástico para as armaduras. Os resultados mostram que, para a menor taxa de armadura aplicada, a capacidade de carga é limitada à ruptura estrutural da estaca, enquanto em maiores taxa de armadura, a capacidade de carga do solo e os deslocamentos apresentados são os fatores limitantes. Observou-se que a profundidade de desenvolvimento da rótula plástica em estacas longas é pouco influenciada pela taxa de armadura; que os deslocamentos horizontais e os momentos fletores desenvolvidos pelas estacas, bem como os deslocamentos e tensões no solo são reduzidos em função do aumento da taxa de armadura. Foi realizado um estudo avaliando a influência de diferentes níveis de carregamentos verticais de compressão e tração no desempenho lateral das estacas, de modo que o deslocamento horizontal e as tensões nas estacas e nas armaduras reduziram com o aumento da carga de compressão e aumentaram com o aumento da carga de tração.

Palavras-chave: fissuração, estacas carregadas lateralmente, taxa de armadura, análise numérica, método dos elementos finitos.

ABSTRACT

When laterally loaded, piles behave like a cantilever beam. The tension stresses caused by flexure on piles are responsible for the cracking process on the pile. As the steel bars are responsible for the tensile capacity in a reinforced concrete part, one can assume that the reinforcement ratio exerts direct influence on the part's behavior. This research aims to analyze the effect of the variation of reinforcement ratio of laterally loaded piles by a numerical 3D finite element analysis (MEF), in terms of displacements, stresses and yielding. Through the *ABAQUS* software, the *Concrete Damage Plasticity* constitutive model was applied to the pile's concrete, while the Mohr-Coulomb model was applied to the soil and the elasto-plastic model was applied to the steel rebar. Results showed that, for the minor reinforcement ratio applied, the lateral capacity is limited to the structural capacity of the concrete pile, while at greater reinforcement ratios, the soil's lateral capacity and displacements are the limiting factors. It was seen that the deep where a plastic hinge is developed for long piles is little influenced by the reinforcement ratio; that the horizontal displacements and bending moments of the piles, as the displacements and stresses at the soil are reduced with the increase of the reinforcement ratio. A study was developed to assess the influence of different levels of vertical loading of compression and tension on the lateral behavior of piles. It was concluded that the horizontal displacements and the stresses at the concrete and the steel rebars were reduced with the increase of compression loading, while increasing with the increase of tensile loading.

Keywords: cracking; laterally loaded piles; reinforcement ratio; numerical analysis; finite element method.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Diferenças entre estacas passivas e ativas	19
Figura 2 - Variação da resistência do solo ao longo de estacas carregadas lateralmente	20
Figura 3 - Modelos de falha para estacas carregadas lateralmente.....	21
Figura 4 - Distribuição de tensões horizontais no fuste da estaca.....	22
Figura 5 - Exemplo de curva p-y.....	22
Figura 6 - Fatores K_q e K_c de Brinch Hansen	23
Figura 7 - Distribuição de tensões atuantes em estacas submetidas a carregamentos laterais	25
Figura 8 - Modelo de cunha de ruptura de Reese & Van Impe	28
Figura 9 - Mecanismo de cunha	28
Figura 10 - Mecanismo de fluxo do solo que envolve a estaca.....	29
Figura 11 - Exemplo de aplicação do modelo de Winkler no software FTOOL	30
Figura 12 – Perfil geotécnico característico do campo experimental da UnB	33
Figura 13 - Exemplo de campo de deslocamento decorrente de carregamento lateral ...	34
Figura 14 - Curva $e-\sigma'_z$ para um histórico de carregamento em solos	35
Figura 15 - Envoltória de ruptura de Mohr-Coulomb com base nas tensões efetivas	36
Figura 16 - Inclinação do plano de ruptura	37
Figura 17 - Modelo numérico no software ABAQUS.....	39
Figura 18 - Influência da razão H_{BD}/D no efeito de contorno	39
Figura 19 - Influência da razão V_{BD}/L no efeito de contorno	40
Figura 20 - Discretização da malha adotada.....	42
Figura 21 - Capacidade de carga de estacas isoladas sob carregamento combinado em solo C2.....	43
Figura 22 - Capacidade de carga de estacas isoladas sob carregamento combinado em solo S2	44
Figura 23 - Domínios de deformação de uma seção de concreto armado em ELU.....	46
Figura 24 - Linha neutra numa seção qualquer de concreto submetida à flexão.....	48
Figura 25 - Ábaco para cálculo de elementos de seção circular de concreto armado submetidos a flexão composta	50
Figura 26 - Viga isostática submetida à flexão.....	52
Figura 27 - Fissuração típica em viga subarmada solicitada à flexão	53
Figura 28 - Visão geral da fissuração em elementos de concreto armado fletidos	53
Figura 29 - Estádios de fissuração do concreto armado	54
Figura 30 - Fissuração por cisalhamento na viga subarmada (a), balanceada (b) e superarmada (c).....	59
Figura 31 - Fissuração na ruptura da viga BPC-2 reforçada com CFRP	60
Figura 32 - Padrões de fissuração para vigas modeladas por diferentes elementos finitos	61
Figura 33 - Abertura de fissuras em viga fletida	61
Figura 34 - Variação do momento de inércia efetivo de acordo com o nível de carregamento	62
Figura 35 - Distribuição de fissuras na ruptura em ensaio experimental de viga fletida	63
Figura 36 - Deslocamentos e momentos fletores ao longo da profundidade da estaca	64
Figura 37 - Curva carga versus deslocamento em viga para o modelo de comportamento proposto.....	66
Figura 38 - Deformações plásticas na viga em estudo.....	67

Figura 39 - Curvas carga versus deslocamento horizontal para diferentes taxas de armadura de estacas.....	68
Figura 40 - Comparativo dos deslocamentos medidos e estimados através do modelo de elementos finitos.....	70
Figura 41 - Distribuição de tensões na seção transversal da estaca.....	70
Figura 42 - Geometria geral dos modelos.....	75
Figura 43 - Elemento C3D20R.....	75
Figura 44 - Visão geral do elemento T3D2.....	76
Figura 45 - Modelo numérico com a definição das malhas de elementos finitos.....	77
Figura 46 - Comparativo de curvas carga versus deslocamento no topo da estaca.....	78
Figura 47 - Curvas carga versus deflexão no topo das estacas para diferentes taxas de armadura.....	79
Figura 48 - Deslocamentos horizontais máximos ao longo do fuste.....	81
Figura 49 - Momentos fletores ao longo da profundidade das estacas.....	82
Figura 50 - Relação momento fletor versus curvatura nas estacas.....	83
Figura 51 - Deformações plásticas no concreto: (a) Modelo 1; (b) Modelo 2; (c) Modelo 3.....	88
Figura 52 - Tensões no concreto (MPa): (a) Modelo 1; (b) Modelo 2; (c) Modelo 3.....	89
Figura 53 - Tensões nas armaduras (MPa): (a) Modelo 1; (b) Modelo 2; (c) Modelo 3.....	89
Figura 54 - Deformações nas armaduras: (a) Modelo 1; (b) Modelo 2; (c) Modelo 3.....	90
Figura 55 - Dimensionamento das armaduras utilizando o ábaco de Flexão Composta Oblíqua (FCO).....	92
Figura 56 - Campo de deslocamentos (mm) no solo para o Modelo 1; visão em planta.....	96
Figura 57 - Campo de deslocamentos (mm) no solo para o Modelo 2; visão em planta.....	97
Figura 58 - Campo de deslocamentos (mm) no solo para o Modelo 3; visão em planta.....	97
Figura 59 - Campo de deformações no solo para o Modelo 1; visão em planta.....	98
Figura 60 - Campo de deslocamentos (mm) no solo para o Modelo 1; visão em corte.....	99
Figura 61 - Campo de deslocamentos (mm) no solo para o Modelo 2; visão em corte.....	99
Figura 62 - Campo de deslocamentos (mm) no solo para o Modelo 3; visão em corte.....	100
Figura 63 - Campo de tensões horizontais (MPa) no solo para o Modelo 1; visão em corte.....	101
Figura 64 - Campo de tensões horizontais (MPa) no solo para o Modelo 2; visão em corte.....	101
Figura 65 - Campo de tensões horizontais (MPa) no solo para o Modelo 3; visão em corte.....	102
Figura 66 - Curva carga horizontal versus deflexão no topo da estaca para diferentes cargas verticais.....	103
Figura 67 - Deformações plásticas no concreto nos Modelos (a) 2C100; (b) 2; (c) 2T50105.....	103

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Fatores de forma η e ξ	26
Tabela 2 - Valores de K de acordo com o tipo de estaca.....	26
Tabela 3 - Valores de δ de acordo com o tipo de estaca.....	27
Tabela 4 - Critérios para dispensa da verificação de abertura de fissuras em elementos lineares de concreto armado.....	56
Tabela 5 - Comparativo entre as cargas de ruptura das vigas de concreto com agregado de origem reciclável.....	63
Tabela 6 - Configurações em estudo.....	72
Tabela 7 - Parâmetros do concreto utilizados na modelagem da estaca.....	72
Tabela 8 – Parâmetros utilizados para a análise sensorial da geometria do modelo em regime elástico.....	74
Tabela 9 - Resumo das malhas adotadas no modelo numérico.....	76
Tabela 10 - Parâmetros geotécnicos do modelo validado.....	78
Tabela 11 - Deslocamentos observados no modelo numérico.....	80
Tabela 12 - Diferenças entre o aumento da taxa de armadura e a redução no deslocamento máximo no topo das estacas para os casos estudados.....	80
Tabela 13 – Deformações, tensões, momentos e domínios na ruptura.....	84
Tabela 14 - Deformações, tensões e momentos nos pontos de transição entre Estádios..	85
Tabela 15 - Comparativo entre o Momento de Fissuração da NBR 6118 e os valores observados para cada modelo.....	86
Tabela 16 – Comparativo de tensões no concreto no limite entre o Estádio I e o Estádio IIA.....	87
Tabela 17 - Deslocamentos horizontais e força aplicada em cada Estádio.....	87
Tabela 18 - Configurações de estudo da influência do carregamento vertical.....	103
Tabela 19 – Valores de n para cada caso de carga vertical.....	104
Tabela 20 - Tensões e deformações no concreto e na armadura para cada caso de carga vertical.....	104

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	14
1.1	JUSTIFICATIVA	16
1.2	OBJETIVOS	17
1.2.1	Objetivo geral	17
1.2.2	Objetivos específicos	17
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	18
2.1	ESTACAS SUBMETIDAS A CARREGAMENTOS TRANSVERSAIS	18
2.1.1	Ocorrência de carregamentos laterais	18
2.1.2	Capacidade de carga	22
2.2	MODELOS DE CÁLCULO	29
2.2.1	Modelo de Winkler	30
2.2.2	Modelo de meio contínuo	33
2.3	ELEMENTOS EM CONCRETO ARMADO	45
2.3.1	Comportamento na flexão	45
2.3.2	Dimensionamento de estacas flexíveis submetidas a carregamentos horizontais	47
2.3.3	Fissuração em elementos de concreto armado submetidos à flexão	51
3	PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	71
3.1	DEFINIÇÃO DAS CONFIGURAÇÕES DE ESTUDO	71
3.2	DEFINIÇÃO DO MODELO NUMÉRICO	72
3.2.1	Análise de sensibilidade	73
3.2.2	Definição da geometria	74
3.2.3	Definição da malha	75
3.2.4	Validação	77
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES	79
4.1	VARIAÇÃO DA TAXA DE ARMADURA	79
4.1.1	Influência no comportamento da estaca	79
4.1.2	Dimensionamento estrutural	90
4.1.3	Influência no comportamento do solo	95
4.2	ESTUDO EM FLEXÃO COMPOSTA	102
5	CONCLUSÃO	105
6	REFERÊNCIAS	108

1 INTRODUÇÃO

Muitas estruturas estão submetidas a ações horizontais tais como a ação do vento, o impacto das ondas, o movimento do tráfego, terremotos, entre outros. Os carregamentos gerados por estas ações são transmitidos ao maciço de solos pelas fundações que devem garantir a segurança em relação ao estado limite último e ao estado limite de serviço.

De acordo com a NBR 6122 (ABNT, 2019), o estado limite último é caracterizado pela perda de estabilidade global pelo arrancamento da fundação devido a esforços de tração ou pela ruptura do maciço de solos ou do elemento estrutural de fundação. Já o estado limite de serviço diz respeito aos fatores que garantem a utilização e conforto da estrutura, e envolve os limites para abertura de fissuras, deslocamento, rotação e vibração.

Quando se tem uma espessa camada de solo geralmente se utiliza fundações em estacas, de modo que as estacas devem ser dimensionadas para resistir aos esforços horizontais.

As estacas carregadas horizontalmente podem ser classificadas em duas categorias de acordo com a natureza das ações sobre essas estacas e sua relação com o maciço de solos, sendo elas: estacas passivas e ativas (ALONSO, 2012).

As estacas ativas são aquelas onde o carregamento é aplicado à estaca, geralmente no topo, por uma fonte externa ao solo, como a superestrutura de uma edificação. Do mesmo modo, são denominadas estacas passivas aquelas solicitadas devido ao movimento do solo.

O comportamento de estacas submetidas a carregamentos horizontais é similar ao de uma viga em balanço submetida à flexão. No entanto, as tensões e os deslocamentos na estaca seriam menos intensos aos desenvolvidos em uma viga, para um mesmo carregamento, devido à contribuição da resistência do solo.

Um dos modelos mais difundidos para o cálculo de estacas submetidas a solicitações horizontais é o modelo de Winkler, onde a estaca é modelada como uma viga apoiada em uma série de molas discretizadas ao longo da profundidade da estaca, ou do comprimento da viga. A rigidez das molas é função da rigidez do solo em sua profundidade.

Devido ao comportamento similar, o dimensionamento de uma estaca submetida a carregamentos horizontais segue o mesmo modelo definido para o dimensionamento de vigas fletidas, orientado pela NBR 6118 (ABNT, 2014). No entanto, por tratar-se de um elemento de fundação, este deve seguir também as orientações da NBR 6122 (ABNT, 2019), principalmente quanto aos coeficientes de segurança.

Na prática, para a grande maioria dos casos, a estaca estaria solicitada a uma flexão composta, onde atuam carregamentos normais, devido ao peso da estrutura, cargas de utilização e carregamentos horizontais, de origens diversas.

No entanto, para o critério de avaliação do comportamento da estaca sob ações horizontais, pode-se desprezar as ações verticais, que seriam específicas para cada caso, e focar apenas no carregamento horizontal.

Desprezando o carregamento axial e obtendo-se os esforços solicitantes na estaca, o dimensionamento é simples, como o de uma viga submetida à flexão normal, seguindo as diretrizes normativas. Desta forma, deve-se atentar aos domínios de deformação estabelecidos na NBR 6118 (ABNT, 2014), que correlacionam as deformações no concreto e na armadura, evitando modelos de ruptura frágeis ou abruptos, por questões de segurança.

Mesmo assim, o dimensionamento das estacas é apenas parte da problemática. Como a fundação é um conjunto entre o elemento estrutural e o maciço de solos, é preciso verificar a capacidade de carga do solo para suportar as solicitações provenientes da estaca. Poulos & Davis (1980) afirmam que a resistência de uma fundação é o menor dos valores entre a capacidade de carga da estaca e a capacidade de carga do solo.

O comportamento estrutural das estacas carregadas horizontalmente também é uma função da relação entre a rigidez da estaca e a rigidez do solo. Fleming *et al.* (2009) separam este comportamento em duas categorias: estacas curtas e estacas longas. Estacas curtas são as estacas com maior rigidez, onde o carregamento horizontal no topo faz com que as estacas exerçam um movimento de rotação de corpo rígido e o dimensionamento pode ser realizado pelas equações de equilíbrio de esforços.

No caso das estacas longas, de menor rigidez, o topo da estaca inclina-se na direção do carregamento, mas à uma certa profundidade a estaca desenvolve uma rótula plástica. A partir desse ponto, em profundidade, os esforços e os deslocamentos da estaca passam a ser desprezíveis. Nesses casos, a rigidez do solo nos primeiros metros de solo, acima da rótula, exerce grande influência no comportamento do conjunto solo-estaca.

De acordo com a teoria, em estacas consideradas com topo fixo, o deslocamento horizontal pode provocar o surgimento de uma nova rótula, desta vez na conexão da estaca com o bloco. Rollins & Stenlund (2010) estudaram essa problemática e concluíram que essa condição de engastamento no topo é dificilmente atingida em termos práticos, sendo que o modelo ideal seria considerar uma condição de conexão semirrígida entre estaca e bloco.

A simplicidade do modelo de Winkler o torna um modelo eficiente em questões didáticas e para auxiliar no cálculo de problemas já conhecidos, mas o modelo se torna impreciso para

representar problemas mais complexos. Daí, surge a alternativa de se modelar o problema através de um modelo numérico.

Atualmente muitos trabalhos na bibliografia têm utilizado os métodos numéricos como ferramenta para a investigação do efeito das ações horizontais em estacas. Dentre os métodos utilizados destaca-se o método dos elementos finitos (MEF) que possibilita a modelagem do maciço de solos considerando o meio contínuo, a interação solo-estaca, a introdução da armadura das estacas e a consideração de modelos reológicos mais complexos tanto para o maciço de solos quanto para o elemento estrutural de fundação (FLEMING *et al.*, 2009).

Neste âmbito, a grande maioria dos trabalhos analisados consiste em adotar um modelo de plasticidade para o maciço de solo, como o de Mohr-Coulomb ou Drucker-Prager, mas o elemento de fundação, no caso, a estaca, geralmente é modelado em comportamento elástico.

É importante que o modelo da estaca seja realista pois o efeito da fissuração do concreto da estaca, que não é representado em modelos elásticos, causa a redução da seção transversal da estaca nos pontos críticos do fuste, alterando o comportamento da estaca, os deslocamentos e os esforços desenvolvidos ao longo de sua profundidade.

Assim, o presente trabalho apresenta uma análise do efeito da variação da taxa de armadura em estacas de concreto armado carregadas horizontalmente no topo usando modelagem numérica em elementos finitos 3D. Para isso, foram analisados os deslocamentos, esforços e deformações desenvolvidos ao longo do fuste da estaca e do solo em seu entorno.

1.1 JUSTIFICATIVA

Os esforços horizontais geram flexão nas estacas, de modo que estas apresentam um comportamento similar ao de uma viga em balanço. As tensões de tração desenvolvidas devido à flexão podem provocar a abertura de fissuras, que, por sua vez, reduzem a seção transversal de concreto e, conseqüentemente, a rigidez do elemento.

Como a armadura é responsável pela resistência à tração em uma peça de concreto armado, infere-se que a taxa de armadura influencie diretamente na rigidez da estaca. Do mesmo modo, os deslocamentos e as tensões desenvolvidas no solo e na estaca podem ser sensíveis a este parâmetro.

O software *ABAQUS* permite modelar elementos de concreto armado com confiabilidade na representação de seu comportamento em termos de esforços e fissuração desenvolvida, através do modelo *Concrete Damage Plasticity (CDP)*.

É possível encontrar, na literatura técnica, diversas pesquisas analisando o comportamento e a influência da taxa de armadura em vigas fletidas. No entanto, quando se trata de estacas, o assunto é pouco explorado até o momento.

A importância deste trabalho se dá ante à necessidade de propostas mais representativas do comportamento do conjunto solo-estaca para estacas submetidas a solicitações transversais em virtude da taxa de armadura da estaca.

Os resultados obtidos podem ser uma importante referência na aplicação prática em projetos de engenharia, conferindo maior confiabilidade no comportamento esperado dessas estruturas em fase de projeto.

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 Objetivo geral

O presente trabalho tem por objetivo analisar o efeito da variação da taxa de armadura em estacas carregadas horizontalmente no topo através de modelagem numérica em elementos finitos 3D.

1.2.2 Objetivos específicos

De modo a alcançar o objetivo geral, os seguintes objetivos específicos foram estabelecidos:

1. Analisar o efeito da variação de armadura nos deslocamentos horizontais desenvolvidos no topo e ao longo do fuste das estacas;
2. Analisar o efeito da variação de armadura no desenvolvimento de rótulas plásticas;
3. Avaliar as tensões principais desenvolvidas no elemento estrutural e no maciço de solos;
4. Avaliar as tensões e as deformações de plastificação associadas à superfície de ruptura.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 ESTACAS SUBMETIDAS A CARREGAMENTOS TRANSVERSAIS

2.1.1 Ocorrência de carregamentos laterais

Praticamente todas as fundações estão sujeitas a algum tipo de carregamento lateral. No entanto, em alguns casos, como em edificações baixas, a magnitude das solicitações laterais em relação às verticais é pequena, de modo que as fundações dimensionadas para suportar as solicitações verticais conseguem resistir às solicitações horizontais, dispensando cálculos adicionais em função destas últimas. Mesmo que usualmente os carregamentos laterais possuam magnitude consideravelmente menor do que os verticais, há um ponto onde os projetistas têm de optar entre considerar a capacidade de carga lateral da estaca ou lançar mão de estacas inclinadas, uma opção bem mais cara e conservadora (FLEMING *et al.*, 2009).

De acordo com Reese & Van Impe (2011), estacas submetidas a carregamentos laterais são divididas em dois grupos, quanto à natureza do carregamento, elas podem ser classificadas em estacas ativas ou passivas (**Figura 1**). No caso das estacas ativas, um carregamento aplicado à estaca por uma fonte externa, como a superestrutura de um edifício, provoca o deslocamento da estaca e, conseqüentemente, do solo envolto à estaca. Carregamentos ativos em estacas são tipicamente causados por estruturas como edifícios altos, onde a ação do vento é preponderante, turbinas eólicas, plataformas marítimas, píeres e torres de linhas de transmissão.

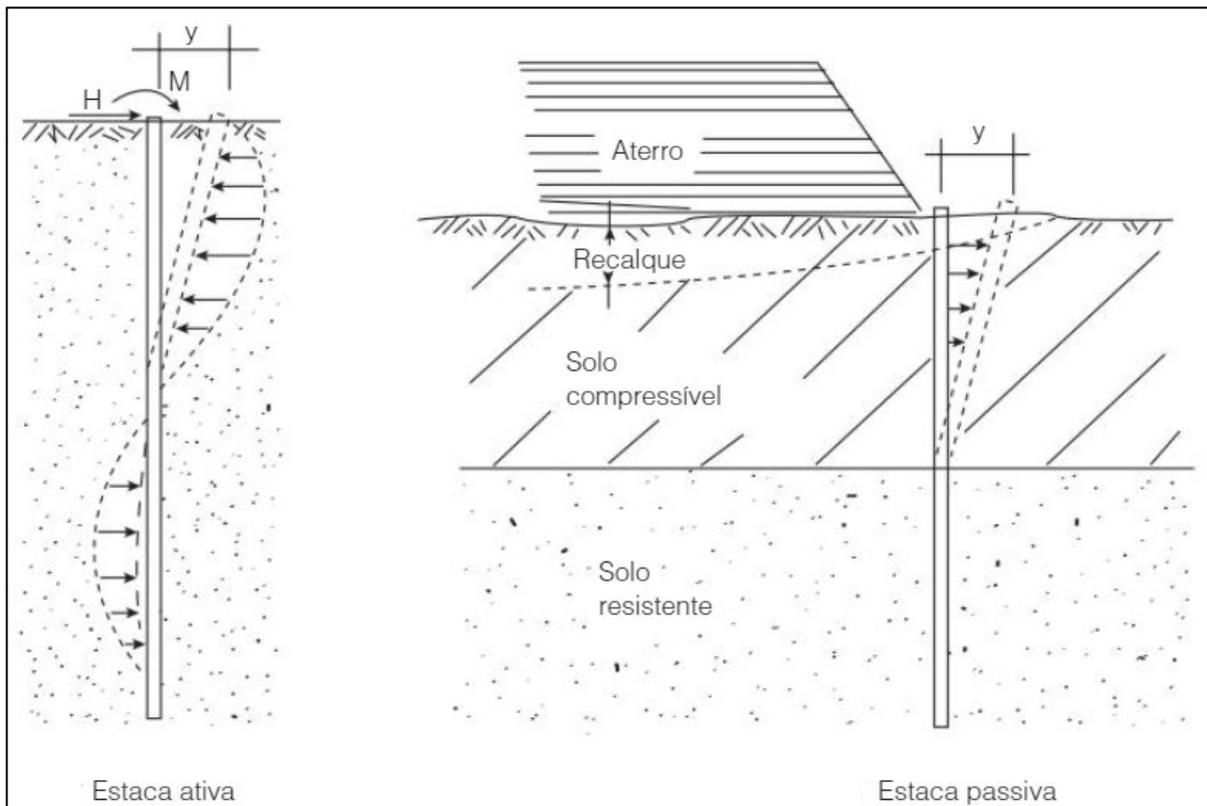
O caso das estacas passivas é o oposto das ativas, onde o carregamento na estaca é oriundo do movimento do maciço de solo. Nesses casos, é o movimento do solo que provoca o movimento da estaca. Os carregamentos passivos em estacas são comumente oriundos de deslizamentos de solo em fundações próximas a taludes e de movimentos de solo provocados por fenômenos sísmicos.

De acordo com Poulos & Davis (1980) a maneira mais simples de determinar a capacidade de carga de uma estaca submetida a carregamento lateral seria pelas equações de equilíbrio estático. No entanto, esse método assume que a estaca possui um comportamento rígido em relação ao solo, de modo que a ruptura do maciço ocorreria sempre antes da ruptura da estaca. Este pode ser o caso para estacas curtas, porém, para estacas longas, a ruptura da estaca pode ocorrer antes da mobilização da resistência última do solo. Assim, a resistência última do conjunto solo estaca é governada pelo menor dos valores entre:

- a. A carga horizontal necessária para causar a ruptura do maciço.

- b. A carga horizontal necessária para mobilizar o momento máximo suportado pela estaca.

Figura 1 - Diferenças entre estacas passivas e ativas



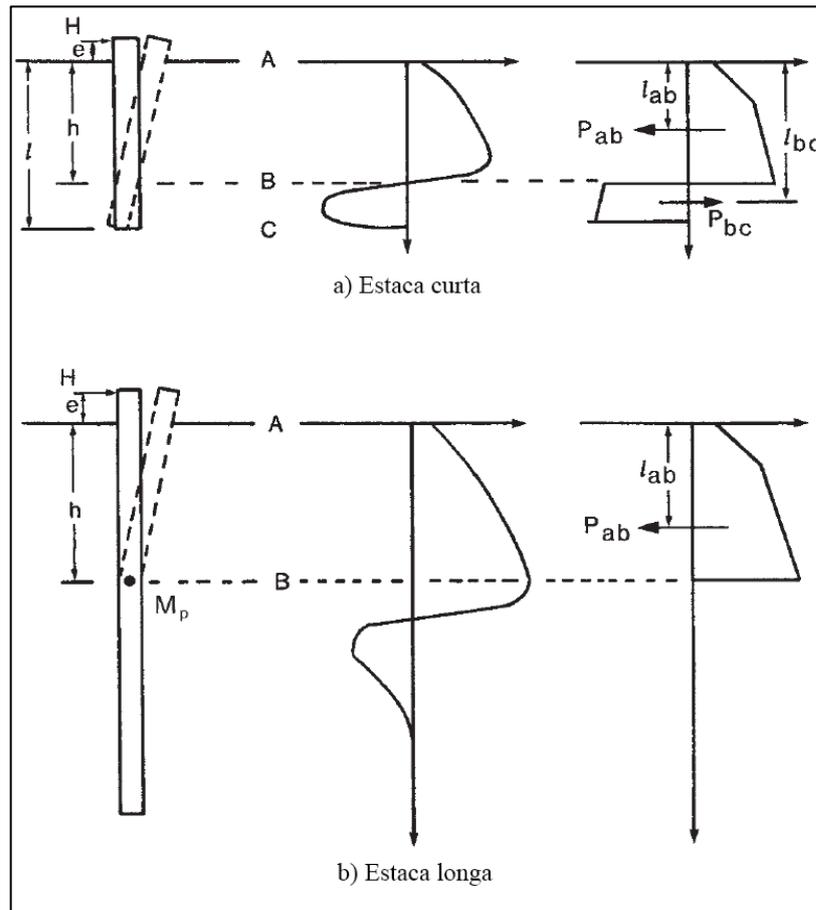
Fonte: Alonso (2012)

A classificação de estacas em curtas ou longas é amplamente utilizada e refere-se à rigidez da estaca em relação ao solo. De acordo com Fleming *et al.* (2009), sob ação de carregamento lateral, estacas curtas tendem a rotacionar como um corpo rígido em torno de um centro de rotação geralmente próximo à ponta, mobilizando empuxo passivo na frente da estaca, acima do centro de rotação, e atrás da estaca, abaixo do centro de rotação. No caso de estacas longas, a plastificação provoca o surgimento de uma rótula, na profundidade onde ocorre o máximo momento fletor, de modo que os principais deslocamentos desenvolvidos pela estaca ocorrem acima desta rótula.

Os autores observam ainda que, apesar de a estaca estar submetida ao carregamento lateral mesmo abaixo da rótula, os carregamentos mais significativos ocorrem acima da rótula, de modo que o cálculo da capacidade de carga pode ser restringido ao segmento superior da estaca. Segundo eles, em casos práticos, esse modelo de ruptura é observado geralmente quando o deslocamento horizontal atinge valores próximos a 10% do diâmetro da estaca.

A **Figura 2** mostra os diagramas típicos de momento fletor e força cortante para cada tipo de estaca.

Figura 2 - Variação da resistência do solo ao longo de estacas carregadas lateralmente

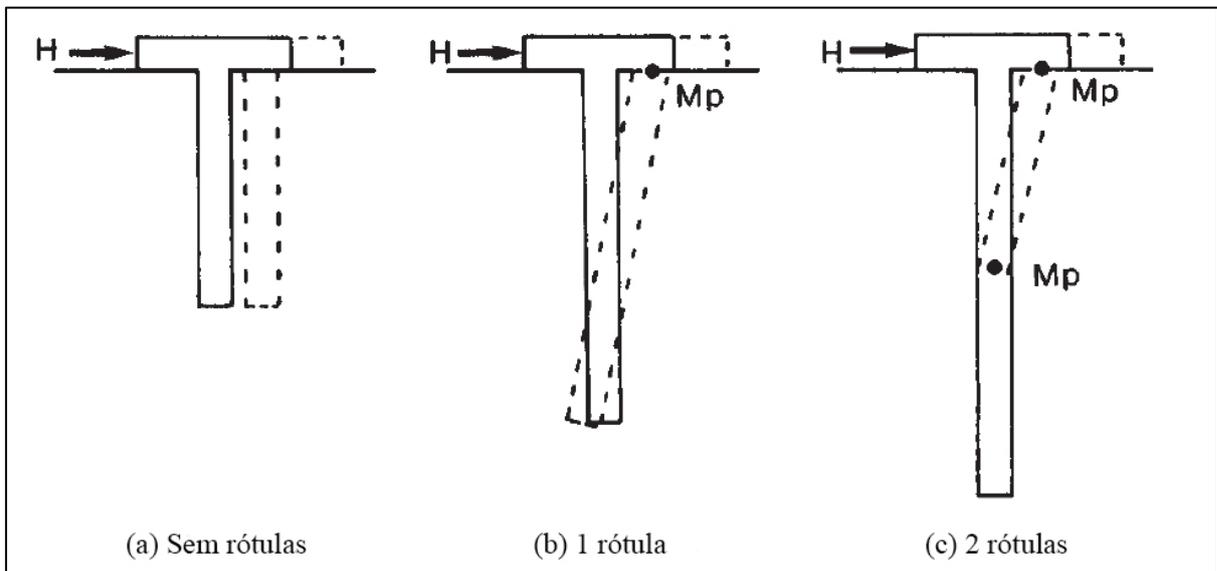


Fonte: Adaptado de Fleming *et al.* (2009)

Outro fenômeno evidenciado na **Figura 2** é que, em estacas curtas, todo o corpo da estaca está sob ação de tensões horizontais, enquanto em estacas longas as tensões se dissipam ao longo do comprimento, atingindo valores praticamente nulos após uma certa profundidade. Quando duas ou mais estacas estão conectadas por um bloco rígido, a rotação do topo das estacas é restringida pelo bloco.

Fleming *et al.* (2009) apresentam um modelo de cálculo baseado nas equações de equilíbrio estático para estes casos, considerando a formação de uma rótula adicional na ligação da estaca com o bloco (**Figura 3**). Nesses casos, é importante observar que a estaca passa a desenvolver momento fletor e força cortante no topo, o que deve ser levado em consideração no dimensionamento.

Figura 3 - Modelos de falha para estacas carregadas lateralmente



Fonte: Adaptado de Fleming *et al.* (2009)

Segundo Rollins & Stenlund (2010), a própria conexão entre as estacas e o bloco pode aumentar significativamente a capacidade de carga das fundações, já que a condição de topo fixo em uma estaca confere maior rigidez em relação a uma estaca de topo livre, caso de um bloco com rotação livre. No entanto, esta primeira condição é raramente atingida em casos práticos e o dimensionamento considerando qualquer um dos extremos pode resultar em estimativas incorretas das magnitudes dos esforços ou aumentar significativamente o custo da fundação, de modo que o ideal seria considerar uma condição de engastamento semirrígido, com rigidez governada principalmente pelo comprimento de embutimento da estaca no bloco.

Alonso (2012) estudou as estacas carregadas transversalmente pelo método de ruptura e definiu equações que permitem estimar a profundidade do ponto de ruptura, onde aparece a rótula plástica. O autor propõe que:

Para solos coesivos,

$$h = \frac{H_R}{9 \cdot S_u \cdot d} \quad (1)$$

e para solos não-coesivos,

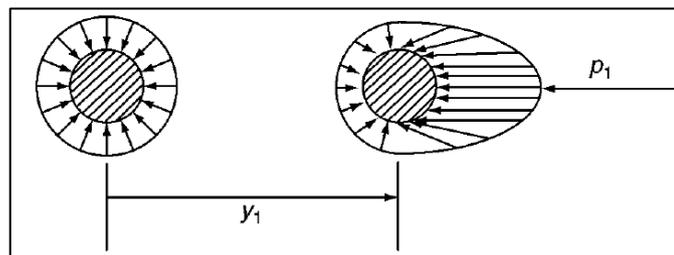
$$h = 0,82 \cdot \sqrt{\frac{H_R}{\gamma \cdot d \cdot K_p}} \quad (2)$$

Onde h é a profundidade da rótula (**Figura 2**), H_R é a carga horizontal de ruptura, Su é a coesão não-drenada do solo, d é o diâmetro ou largura da estaca, γ é o peso específico do solo em sua condição natural e Kp é o coeficiente de empuxo passivo do solo.

2.1.2 Capacidade de carga

Para o caso de estacas submetidas a carregamentos verticais, a distribuição de tensões na seção transversal em um ponto qualquer do fuste é considerada uniforme. No entanto, sob ação de carregamentos laterais, e um consequente deslocamento y_l , a tendência é haver um alívio de tensões na parte de trás da estaca e um acréscimo na parte frontal, no sentido do carregamento (REESE; VAN IMPE, 2011), como mostra a **Figura 4**. Desse modo, a distribuição não-uniforme de tensões dificultaria trabalhar com soluções analíticas em função da tensão atuante no fuste. Assim, opta-se pela utilização do parâmetro p , que corresponde à integração das tensões horizontais atuantes no fuste a uma profundidade z , definido em unidade de força por unidade de comprimento do fuste.

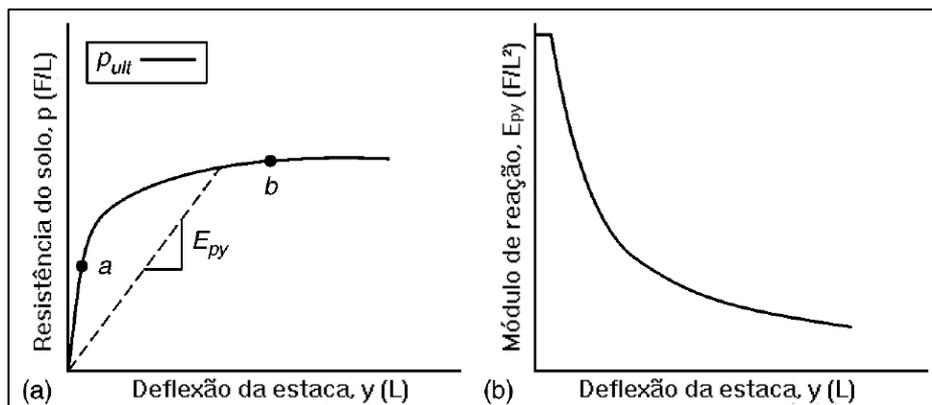
Figura 4 - Distribuição de tensões horizontais no fuste da estaca



Fonte: Reese & Van Impe (2011)

A uma profundidade z , a correlação entre os valores de p e y formam uma curva (**Figura 5**). Essa curva recebe o nome de curva p - y e é o artifício mais utilizado até hoje para o dimensionamento de estacas submetidas a carregamentos laterais.

Figura 5 - Exemplo de curva p - y



Fonte: Adaptado de Reese & Van Impe (2011)

Pelo exemplo de curva na **Figura 5**, é possível perceber que, para pequenas deformações, a relação entre os valores de p e y é praticamente linear, até o ponto a . O trecho entre os pontos a e b , não-linear, reflete a transição do solo de um estado linear para o estado de plastificação, atingido no ponto b . Inúmeros pesquisadores propuseram soluções analíticas para representar este trecho, mas nenhum resultado foi amplamente aceito pela comunidade científica.

Assumindo que no ponto b o solo atinge seu estado de plastificação, apresentando deformações crescentes para um mesmo estado de tensões, sem perda de resistência, é possível utilizar-se de modelos analíticos para prever a resistência última p_{ult} do conjunto solo-estaca (REESE; VAN IMPE, 2011).

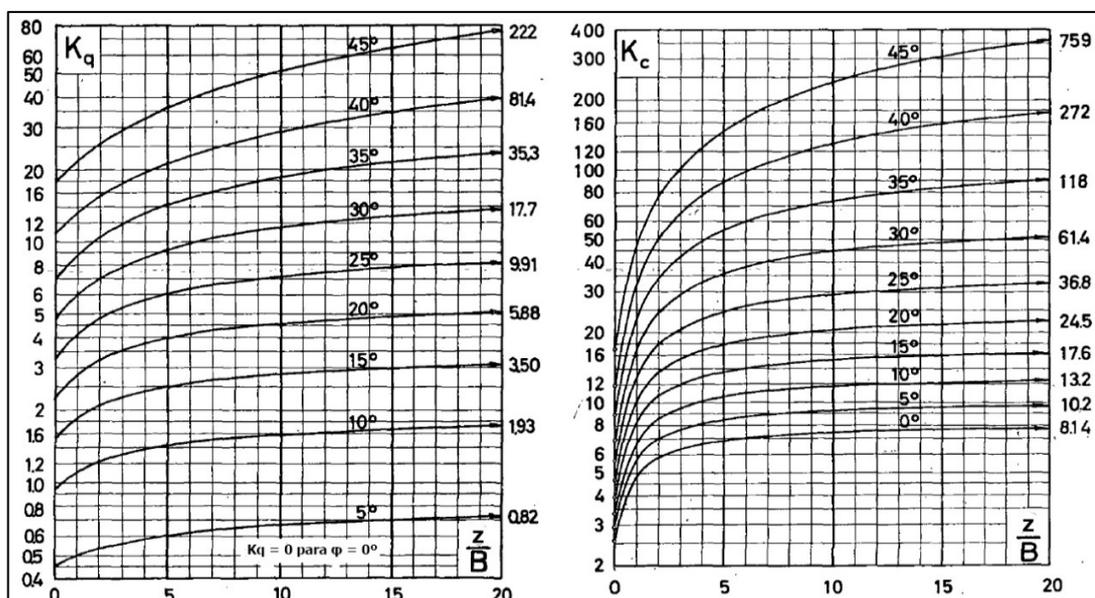
O parâmetro E_{py} representado na **Figura 5** é denominado módulo de reação horizontal. Este reflete unicamente a relação entre o deslocamento sofrido pela estaca y e a resistência do solo p a uma determinada profundidade z . Trata-se exclusivamente de um artifício de cálculo, e não de uma propriedade do solo ou da estaca.

Brinch Hansen (1961) propôs métodos para estimar a resistência lateral última do solo p_{ult} para solos coesivos e não-coesivos, pela equação do tipo:

$$p_{ult} = \sigma'_z \cdot B \cdot K_q + c \cdot B \cdot K_c \quad (3)$$

Onde σ'_z é a tensão efetiva vertical atuante a uma profundidade z , B é a largura da estaca no sentido perpendicular ao carregamento (equivalente ao diâmetro em estacas de seção circular), c é a coesão do solo e K_q e K_c são fatores que dependem do ângulo de atrito φ e da relação z/B (**Figura 6**).

Figura 6 - Fatores K_q e K_c de Brinch Hansen



Fonte: Adaptado de Brinch Hansen (1961)

É importante ressaltar que os métodos desenvolvidos por Brinch Hansen (1961) são baseados no comportamento típico de estacas rígidas, e que o fator Kc depende ainda de dois fatores adicionais:

- 1) a relação a/c , entre a adesão estaca/solo (a) e a coesão (c).
- 2) a forma da seção transversal da estaca.

Os métodos de Broms (1964) são conhecidos por sua simplicidade e por apresentarem estimativas satisfatórias, mesmo que conservadoras (FLEMING *et al.*, 2009).

Para solos coesivos, a teoria de Broms (1964) propõe assumir p_{ult} igual a zero no nível da superfície do solo até uma profundidade $1,5B$. A partir desse ponto, p_{ult} assumiria o valor constante de $9c$, onde c é a coesão do solo. De acordo com Poulos & Davis (1980), p_{ult} apresentaria valor crescente a partir de $2c$, ao nível da superfície, até $8c$ a $12c$, a uma profundidade $z = 3B$.

Em solos não-coesivos, Broms (1964) propõe o valor de p_{ult} igual a 3 vezes a resultante de empuxo passivo de Rankine atuante na estaca. Assim, de acordo com as soluções de Broms (1964):

- Para solos coesivos:

$$p_{ult} = 0 \text{ para } z < 1,5B \quad (4)$$

$$p_{ult} = 9c \cdot B \text{ para } z \geq 1,5B \quad (5)$$

- Para solos não-coesivos:

$$p_{ult} = 3 \cdot K_p \cdot \sigma'_z \cdot B \quad (6)$$

Segundo Poulos & Davis (1980) os valores de p_{ult} calculados pelos métodos de Broms estão sempre um pouco acima do limite inferior possível de acordo com resultados experimentais. Isso quer dizer que, de maneira geral, quanto maior a resistência do solo, mais conservadores serão os métodos de Broms.

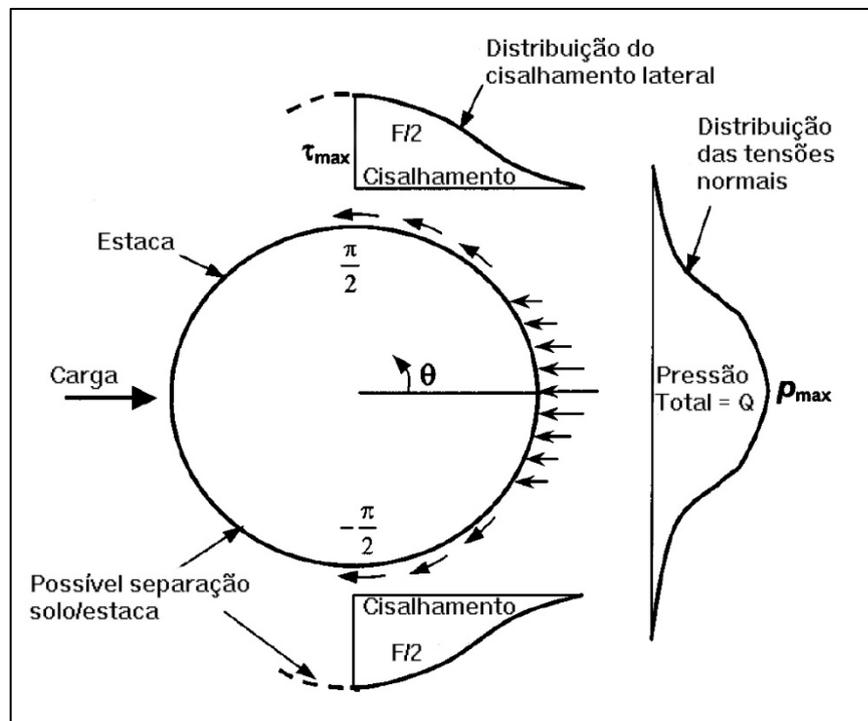
Fleming *et al.* (2009) trazem luz ao método proposto por Barton (1982) para a estimativa de p_{ult} para solos não-coesivos:

$$p_{ult} = K_p^2 \cdot \sigma'_z \cdot B \quad (7)$$

Segundo os autores, como a maioria das areias naturais apresenta valores de K_p superiores a 3, esta equação seria mais adequada pois possibilita um dimensionamento menos oneroso em relação ao método de Broms (1964).

É possível perceber que as principais equações presentes na literatura, descritas previamente, consideram a resistência do solo p_{ult} , para solos não-coesivos, como uma função exclusivamente da tensão normal atuante na face da estaca. Pensando nisso, Zhang *et al.* (2005) propuseram um método para o cálculo de p_{ult} que considere também uma parcela referente às tensões de cisalhamento que ocorrem nas faces laterais da estaca (**Figura 7**).

Figura 7 - Distribuição de tensões atuantes em estacas submetidas a carregamentos laterais



Fonte: Adaptado de Zhang *et al.* (2005)

Segundo os autores, p_{ult} pode ser calculado pela soma das resultantes das tensões normais e cisalhantes atuantes na estaca, de modo que:

$$p_{ult} = Q + F \quad (8)$$

$$Q = \eta \cdot p_{max} \cdot B \quad (9)$$

$$F = \xi \cdot \tau_{max} \cdot B \quad (10)$$

Onde η e ξ são fatores de forma, retirados da **Tabela 1**.

Tabela 1 - Fatores de forma η e ξ

Formato da estaca	η	ξ
Circular	0.8	1.0
Quadrada	1.0	2.0

Fonte: Briaud & Smith (1993 *apud* Zhang *et al.*, 2005)

Assim,

$$p_{ult} = (\eta \cdot p_{max} + \xi \cdot \tau_{max})B \quad (11)$$

Os valores de p_{max} podem ser estimados por formulações como as de Brinch Hansen (1961). No entanto, por falta de formulações propostas para a estimativa de τ_{max} , os autores consideraram τ_{max} com o mesmo valor da resistência ao cisalhamento vertical, estimada pela fórmula retirada do API (1991):

$$\tau_{max} = K \cdot \sigma'_z \cdot \tan \delta \quad (12)$$

Onde K é um fator que depende do coeficiente de empuxo no repouso (K_0) e do tipo de estaca executada (**Tabela 2**); e δ é um fator que depende do ângulo de atrito do solo e da rugosidade da superfície da estaca (**Tabela 3**).

Tabela 2 - Valores de K de acordo com o tipo de estaca

Tipo de estaca e método construtivo	K
Estaca injetada	(0,5 - 0,7) K_0
Estaca cravada - pequenos deslocamentos	(0,7 - 1,2) K_0
Estaca cravada - grandes deslocamentos	(1,0 - 2,0) K_0
Estaca escavada - a seco, com perturbação mínima nas paredes laterais e concreto bombeado	(0,9 - 1,0) K_0
Estaca escavada - com lama e boa mão-de-obra	(0,9 - 1,0) K_0
Estaca escavada - com lama e mão-de-obra ruim	(0,6 - 0,7) K_0
Estaca escavada - encamisada, abaixo do Nível d'água	(0,7 - 0,9) K_0

Fonte: Adaptado de Kulwahy *et al.* (1983, *apud* Zhang *et al.*, 2005) e Kulwahy (1991, *apud* Zhang *et al.*, 2005)

Tabela 3 - Valores de δ de acordo com o tipo de estaca

Tipo de estaca	δ
Concreto rugoso	1,0 ϕ'
Concreto liso (ex: pré-moldado)	(0,8 - 1,0) ϕ'
Aço rugoso	(0,7 - 0,9) ϕ'
Aço liso (ex: perfil tubular ou H)	(0,5 - 0,7) ϕ'
Madeira	(0,8 - 0,9) ϕ'
Estaca escavada a seco ou com encamisamento temporário e boas técnicas construtivas	1,0 ϕ'
Estaca escavada com lama (valores maiores correspondem a métodos construtivos mais cuidadosos)	(0,8 - 1,0) ϕ'

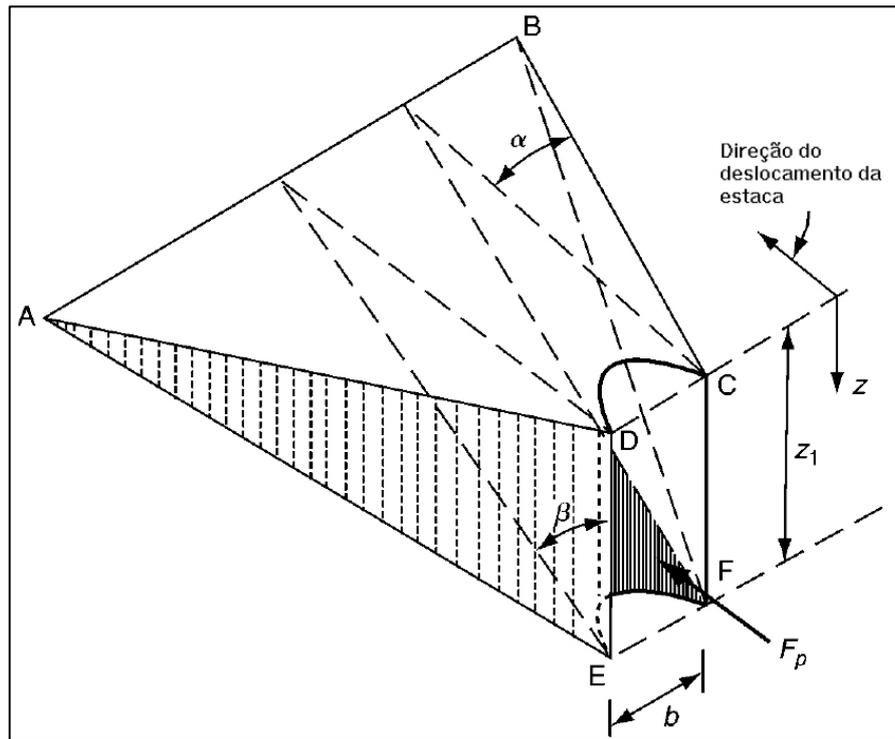
Fonte: Adaptado de Kulwahy *et al.* (1983, *apud* Zhang *et al.*, 2005) e Kulwahy (1991, *apud* Zhang *et al.*, 2005)

Utilizando as equações de Barton (1982, *apud* Fleming *et al.*, 2009) e do API (1991, *apud* Zhang *et al.*, 2005) para estimar os valores de p_{max} e τ_{max} , respectivamente, Zhang *et al.* (2005) realizaram um estudo comparativo entre a formulação proposta e os resultados obtidos em ensaios em centrífuga, para estacas longas, e ensaios de laboratório e de campo, para estacas curtas.

Os autores informam que os resultados foram satisfatórios para ambos os casos e que, como a formulação é baseada na resistência do solo e não da estaca, o método seria apropriado para estacas longas e curtas. Em média, os valores previstos pela formulação proposta foram 8,2% menores em relação aos valores observados pelos ensaios utilizados no estudo comparativo.

Reese & Van Impe (2011) propuseram um modelo para estimar os valores de p_{ult} (**Figura 8**). O modelo baseia-se na premissa de que a força F_P corresponde à integração das componentes horizontais das superfícies de deslizamento da cunha, e a integração dos valores de F_P em relação à profundidade z resultam em uma expressão para o cálculo de p_{ult} .

Figura 8 - Modelo de cunha de ruptura de Reese & Van Impe



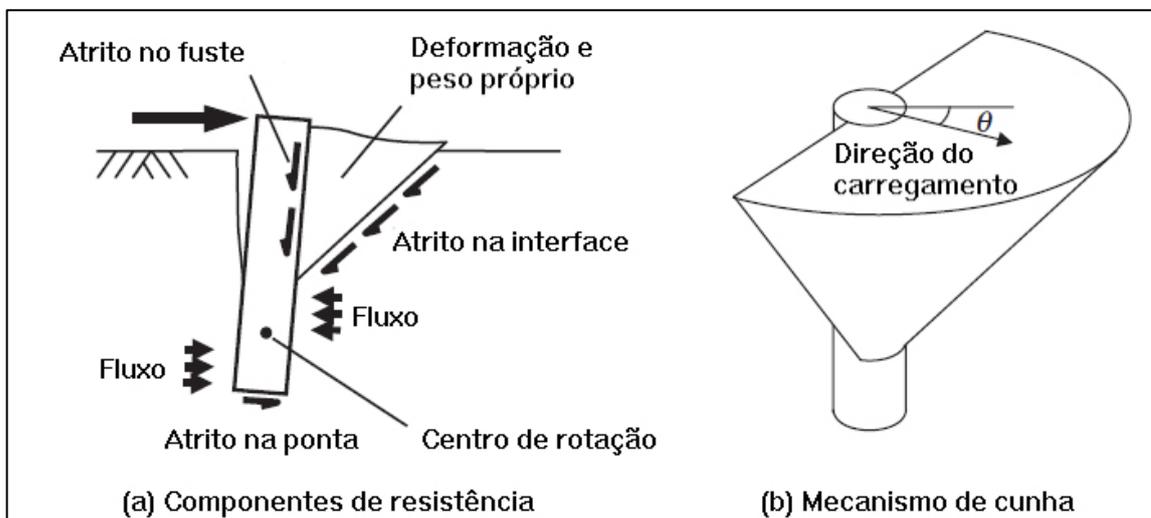
Fonte: Adaptado de Reese & Van Impe (2011)

Os autores consideram, em suas formulações, que, para o caso de solos coesivos, o ângulo α é zero e o ângulo β é 45° . Já em solos não-coesivos, tem-se que α pode variar de $\phi/3$ a ϕ , de acordo com a compacidade da areia, enquanto β pode ser calculado pela expressão:

$$\beta = 45^\circ + \frac{\phi}{2}$$

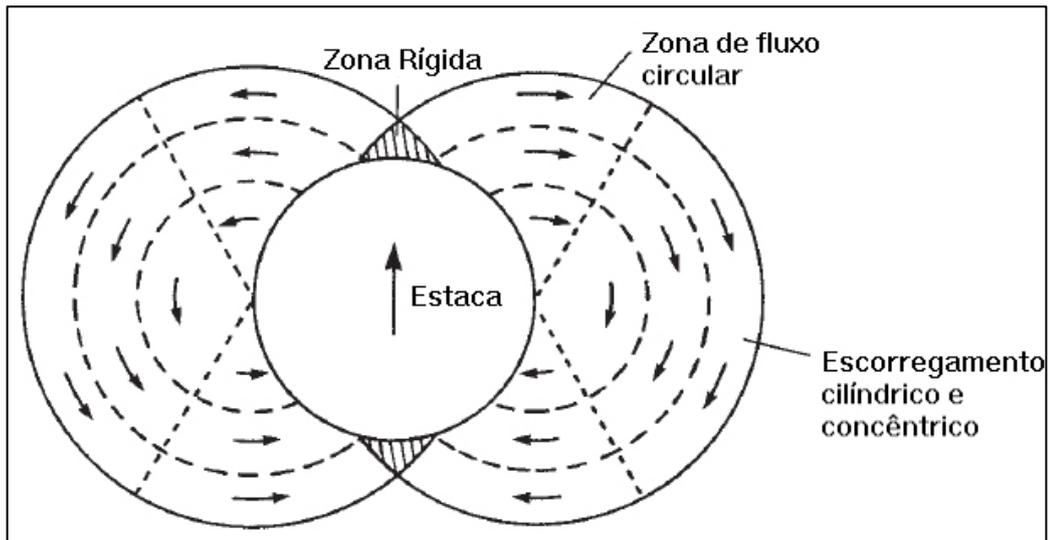
Fleming *et al.* (2009) apresentam um mecanismo de ruptura similar (**Figura 9**) e um mecanismo de fluxo (**Figura 10**).

Figura 9 - Mecanismo de cunha



Fonte: Adaptado de Fleming *et al.* (2009)

Figura 10 - Mecanismo de fluxo do solo que envolve a estaca



Fonte: Adaptado de Fleming *et al.* (2009)

Os autores chamam a atenção para o surgimento de zonas rígidas na zona inicial e final do fluxo, trecho hachurado na **Figura 9**. Em solos coesivos, conforme o deslocamento aumenta, o mais provável é que ocorra um desprendimento entre a face de trás da estaca e o solo, deixando um espaço vazio entre as superfícies. Se o solo for arenoso, a depender das condições do solo, o solo pode desmoronar e preencher parte do vazio formado.

A ruptura do solo ocorre quando a resistência ao cisalhamento do solo é ultrapassada pela tensão cisalhante atuante. Como mostra a **Figura 9**, a zona solicitada é a interface entre a cunha de solo mobilizada pela estaca e o restante do maciço.

2.2 MODELOS DE CÁLCULO

De acordo com Alonso (2012), o projeto de uma estaca submetida a carregamentos laterais deve contemplar dois objetivos simultaneamente:

- 1) O cálculo dos deslocamentos e dos esforços na estaca, que permitam seu dimensionamento estrutural; e
- 2) A verificação da segurança à ruptura do solo que serve de suporte à estaca.

O segundo item em questão remete ao cálculo dos valores de p_{ult} , abordado no item 2.1 deste trabalho, com um fator de segurança aplicado de acordo com as normas vigentes. A NBR 6122 (ABNT, 2019) define um fator de segurança de 2, que pode ser reduzido conforme o número de ensaios de sondagem e prova de carga executados. Assim, define-se uma carga admissível p_{adm} de modo que:

$$p_{adm} = \frac{p_{ult}}{FS}$$

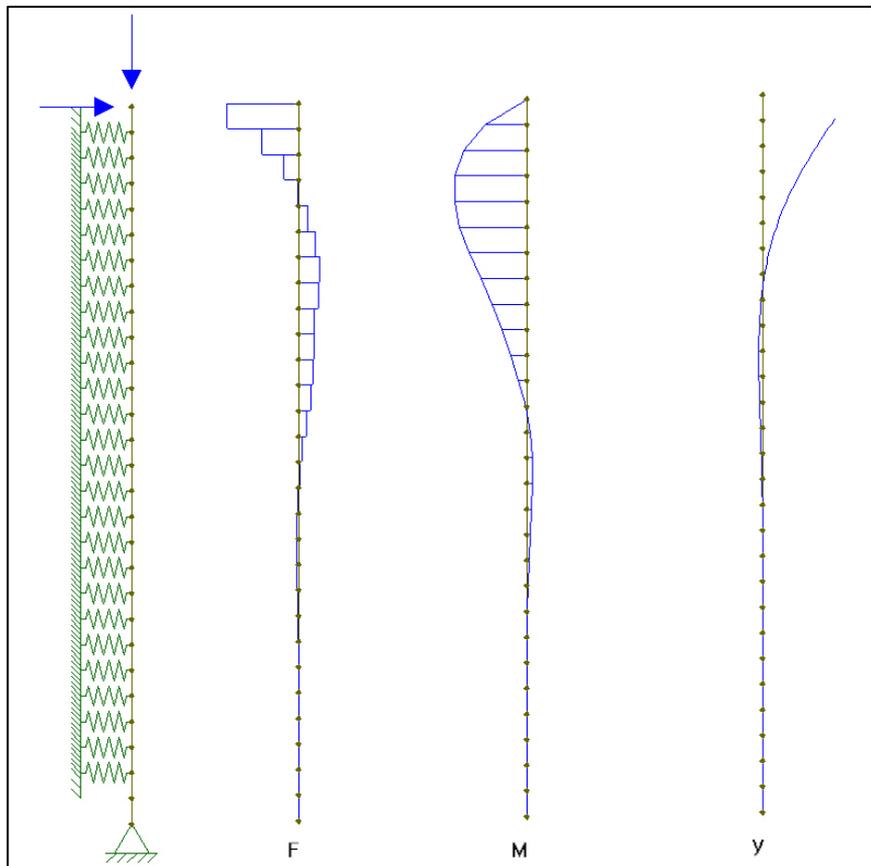
(13)

No entanto, para que o dimensionamento seja possível, é necessário calcular os esforços e deslocamentos na estaca e compará-los com o valor de p_{adm} e com os limites normativos de deslocamento. As normas brasileiras não estabelecem um limite de deslocamento horizontal para estacas, mas a literatura técnica recomenda que os deslocamentos na estaca não ultrapassem a margem de 10% de seu diâmetro (ou largura). Inclusive, para cálculos em regime elástico, onde não se observa a ruptura do material no modelo, utiliza-se este mesmo limite para aferir o valor de p_{ult} .

2.2.1 Modelo de Winkler

Um dos modelos mais utilizados para o cálculo dos esforços em estacas isoladas é o modelo de Winkler (**Figura 11**), originalmente desenvolvido para estudar o comportamento de vigas sobre apoios elásticos. O modelo consiste em discretizar o solo como molas, ponto a ponto, onde o deslocamento y em cada mola independe do deslocamento da mola adjacente.

Figura 11 - Exemplo de aplicação do modelo de Winkler no software *FTOOL*



Fonte: O autor.

Os coeficientes aplicados a cada mola, conhecidos na literatura como coeficiente de reação horizontal e representados pela letra k , podem ser definidos com base nos resultados das curvas p - y , daí a importância do módulo de reação E_{py} (**Figura 5**), que estabelece uma relação linear entre a carga unitária p e o deslocamento horizontal y .

Considerando duas hipóteses básicas em relação à variação do valor de k com a profundidade, Matlock & Reese (1960) propuseram soluções analíticas para o cálculo dos deslocamentos e rotações nas estacas.

Para solos onde k é assumido constante ao longo da profundidade, caso típico de argilas pré-adensadas, os autores determinam que o comportamento da estaca é majoritariamente influenciado pelo solo até uma profundidade R , em que:

$$R = \sqrt[4]{\frac{EI}{k}} \quad (14)$$

Onde E é o módulo de elasticidade do material da estaca e I é o momento de inércia da seção transversal da estaca. Os autores recomendam ainda refinar os valores de k até uma profundidade $z = 0,4R$. Após isso, tem-se k constante, o que está condizente com os modelos de Brinch Hansen (1961) e Broms (1982). Para estas estacas, a deflexão y e a rotação θ ao nível da superfície provocados por uma carga aplicada F e um momento M são:

$$y = \sqrt{2} \frac{F}{k \cdot R} + \frac{M}{k \cdot R^2} \quad (15)$$

$$\theta = \frac{F}{k \cdot R^2} + \sqrt{2} \frac{M}{k \cdot R^3} \quad (16)$$

Nos demais tipos de solo, onde considera-se que k varia de maneira proporcional à profundidade, este pode ser calculado com base em uma constante definida por Terzaghi, η_h . De modo que:

$$k = \eta_h \cdot z \quad (17)$$

Matlock & Reese (1960) definem que, para estes solos, o comportamento da estaca é governado pelas camadas até uma profundidade T , em que:

$$T = \sqrt[5]{\frac{EI}{\eta_h}}$$
(18)

Nestes casos, os valores de y e θ ao nível da superfície podem ser calculados por:

$$y = 2,43 \frac{F}{\eta_h \cdot T^2} + 1,62 \frac{M}{\eta_h \cdot T^3}$$
(19)

$$\theta = 1,62 \frac{F}{\eta_h \cdot T^3} + 1,73 \frac{M}{\eta_h \cdot T^4}$$
(20)

Baseando-se nessas equações, Matlock & Reese (1960) definem que uma estaca pode ser considerada longa desde que seu comprimento útil seja superior a $4T$ ou $4R$, dependendo do tipo de solo.

As equações apresentadas foram definidas utilizando técnicas de diferenciação baseando-se no modelo de Winkler, onde a estaca e as molas que representam o solo são governadas pelo regime elástico.

Com o avanço da tecnologia, essa técnica foi estendida, sendo possível considerar molas não-lineares para representar o solo. O software *LPILE* permite atribuir uma curva p - y para representar o solo e calcular os esforços e deslocamentos em uma estaca pelo modelo de Winkler, sem a idealização do coeficiente de reação horizontal, uma alternativa mais fidedigna à realidade do problema.

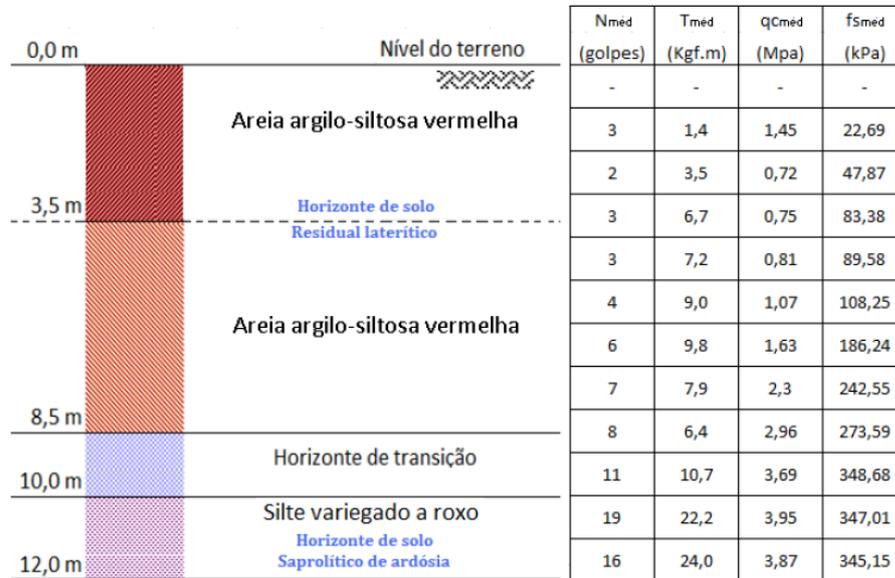
Abreu (2014) utilizou-se do método da estaca equivalente (GEP) para analisar o comportamento carga *versus* deflexão de grupos de duas e três estacas através do software *LPILE*.

O método da estaca equivalente consiste em modelar uma estaca isolada que represente um grupo. As dimensões da estaca são próximas às dimensões totais do grupo e seu comportamento é mais rígido que qualquer estaca do grupo isoladamente. A intenção da utilização desse método é facilitar a análise em softwares que não utilizam modelos em meio contínuo, onde a interação entre as estacas de um mesmo grupo não seria levada em consideração.

O autor baseou seu estudo em partir de provas de carga realizadas com estacas submetidas a carregamentos horizontais no campo experimental da Universidade de Brasília (UnB), cujo perfil de solo é ilustrado na **Figura 12**. Durante as provas de carga, as estacas foram executadas em Hélice Contínua Monitorada, com f_{ck} de 20 MPa, diâmetro de 30 centímetros e 8 metros de

comprimento, onde 7,50 metros estão enterrados. As armaduras das estacas constituem-se de 4 barras de 16 mm para as armaduras longitudinais e barras de 6,3 mm a cada 15 cm para os estribos.

Figura 12 – Perfil geotécnico característico do campo experimental da UnB



Fonte: Mota (2003) *apud* Abreu (2014)

As provas de carga presentes em Abreu (2014) foram utilizadas como base para validação dos resultados do presente trabalho, em capítulos posteriores.

2.2.2 Modelo de meio contínuo

De acordo com Fleming *et al.* (2009) a maior limitação em utilizar o modelo de Winkler é determinar um valor apropriado para o coeficiente de reação horizontal k , já que este depende não só das propriedades do solo, mas também das propriedades da estaca. Além disso, como as molas são independentes entre si, não há maneira de computar a influência do deslocamento de uma estaca em outra estaca adjacente, o chamado efeito de grupo. Assim, a maneira mais adequada seria representar o solo como um meio contínuo, através de simulações, como nos modelos de elementos finitos.

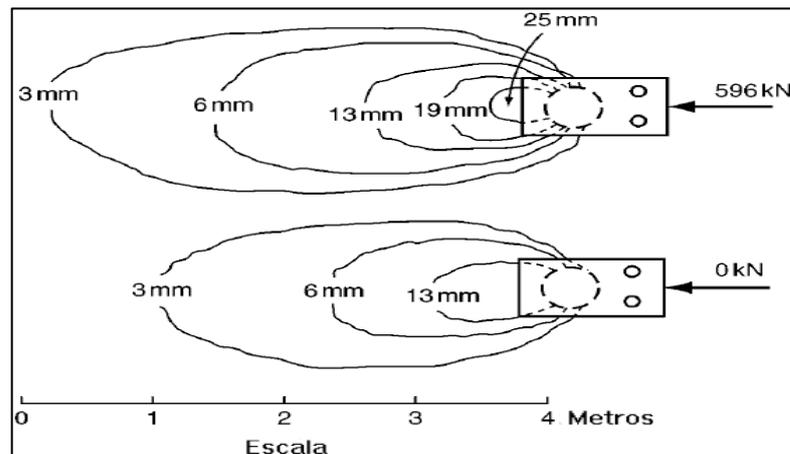
Os principais desafios em elaborar um modelo contínuo residem em adotar modelos constitutivos representativos para a não-linearidade do solo, em todas as camadas, as propriedades da estaca e da superfície de contato entre estaca e solo, o que era extremamente complicado até recentemente, devido à capacidade de processamento dos computadores. Por isso, diversos autores propuseram soluções analíticas para tratar o solo como um meio contínuo. Hoje, a solução em elementos finitos é muito mais atraente em relação aos métodos analíticos,

pois permite a elaboração dos problemas em praticamente qualquer nível de detalhe e uma melhor visualização do problema e dos fenômenos a ele relacionados.

Segundo Reese & Van Impe (2011), uma solução em elementos finitos deve começar com a determinação do modelo constitutivo do solo, representando a situação *in situ*. Em seguida, deve-se modelar a influência da execução da estaca no comportamento do solo. Finalmente, o modelo deve permitir a avaliação dos efeitos dos tipos de carregamento estudados.

Ainda de acordo com os autores, a análise em modelo contínuo tridimensional possibilita a observação do campo de deslocamentos provocado pelo carregamento lateral da estaca, um dado importante para elaborar modelos mais representativos e precisos. No exemplo da **Figura 13**, é possível observar o campo de deslocamentos desenvolvido ao carregar uma estaca de perfil tubular metálico de 641mm de diâmetro com 596kN. Os deslocamentos se estendem até a distância de aproximadamente 4 metros em relação ao centro da estaca e, mesmo após o carregamento, deslocamentos residuais ainda são observados até a margem dos 3 metros.

Figura 13 - Exemplo de campo de deslocamento decorrente de carregamento lateral



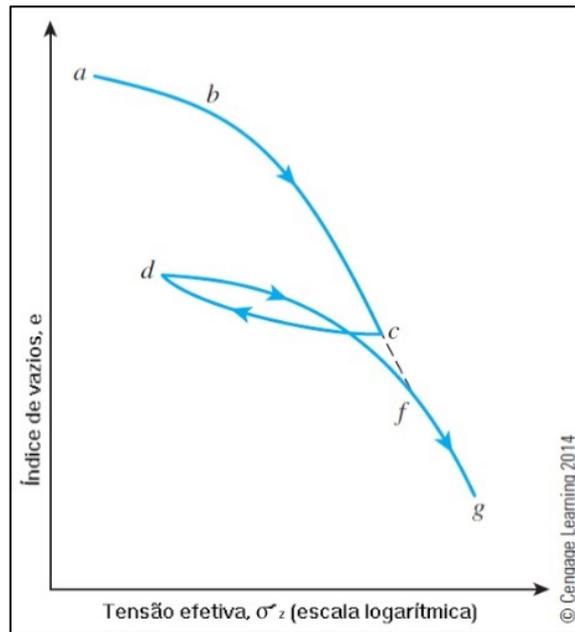
Fonte: Adaptado de Reese & Van Impe (2011)

2.2.2.1 Critério de ruptura de Mohr-Coulomb

Das & Sobhan (2014) comentam que os solos podem apresentar um comportamento elasto-plástico, dependendo da constituição do solo e do histórico de carregamentos, de modo que as deformações em um maciço submetido a um estado de tensões podem ser estimadas com base nas equações constitutivas da elasticidade e plasticidade.

A **Figura 14** representa uma curva tensão de efetiva vertical σ' versus índice de vazios e , em escala logarítmica, em um corpo de prova de solo qualquer.

Figura 14 - Curva $e-\sigma'_z$ para um histórico de carregamento em solos



Fonte: Adaptado de Das & Sobhan (2014)

No trecho a-b, quando as deformações são pequenas, o material apresenta comportamento elástico, onde a variação de volume em relação ao acréscimo de tensão efetiva é praticamente linear. Quando submetido a tensões superiores àquelas do ponto *b*, o solo apresenta comportamento plástico, de modo que apenas parte das deformações apresentadas são recuperadas com o descarregamento (trecho *c-d*).

Com a estimativa das tensões e deformações apresentadas no material, faz-se necessário confrontar estes valores com limites pré-estabelecidos, ou seja, aqueles que levarão o material à ruptura (BONETTI, 2017). Esses valores são obtidos através de ensaios experimentais de acordo com os possíveis esforços atuantes no maciço, principalmente em relação às condições de drenagem. Por exemplo, em um solo de baixa permeabilidade submetido a um acréscimo de tensões em um curto intervalo de tempo, é imprescindível que o ensaio seja executado em condições não drenadas.

De maneira a representar as condições de ruptura de um material sob um estado de tensões, critérios de ruptura foram desenvolvidos por diversos autores, de modo que cada um pode representar melhor o comportamento de determinado material.

Devido à natureza friccional dos solos, estes apresentam ruptura por cisalhamento, em planos onde a tensão cisalhante e a tensão normal atingem um valor crítico, sendo o critério de Mohr-Coulomb o mais utilizado para representar a envoltória de ruptura de solos (DAS; SOBHAN, 2014).

A teoria apresentada por Mohr afirmava que a ruptura de um material ocorre em decorrência da combinação entre as tensões normais e cisalhantes, e não de acordo com um valor máximo para cada uma delas isoladamente, assim, a envoltória de ruptura de um material pode ser definida pela seguinte relação funcional:

$$\tau_f = f(\sigma) \quad (21)$$

A envoltória definida pela equação acima é uma linha curva, no entanto, quando o material estudado é um solo é possível associá-la à teoria proposta por Coulomb para resistência ao cisalhamento, resultando na equação da envoltória de ruptura de Mohr-Coulomb, em que a tensão de cisalhamento resistente em um plano varia linearmente com a tensão normal atuante (DAS; SOBHAN, 2014):

$$\tau_f = c + \sigma \cdot \tan \phi \quad (22)$$

Onde c = coesão

ϕ = ângulo de atrito interno

σ = tensão normal do plano de ruptura

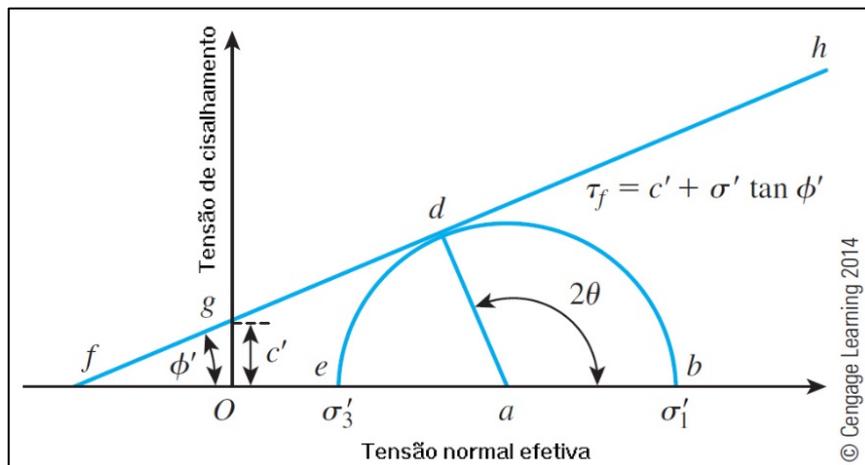
τ_f = resistência ao cisalhamento

Em solos sob condição saturada, procura-se traçar a envoltória de ruptura com base nos parâmetros em relação à tensão efetiva, sendo esta última dada por:

$$\sigma' = \sigma - u \quad (23)$$

Em que σ' é a tensão efetiva e u é a poropressão. A envoltória de ruptura de Mohr-Coulomb em termos de tensão efetiva é mostrada na **Figura 15**.

Figura 15 - Envoltória de ruptura de Mohr-Coulomb com base nas tensões efetivas



Fonte: Adaptado de Das & Sobhan (2014)

pois essa é a regra utilizada para definir a interpenetração. A superfície *Master* penetra na superfície *Slave*.

Dentre as regras de contato, o software oferece a opção de escolha entre:

1. *Hard contact*: uma condição de contato mais rígida, sendo possível utilizar as regras *default* do software ou aplicar uma penalização na rigidez da interface, linear ou não linear.

2. *Soft contact*: condição de contato menos rígida, que fornece ao usuário mais opções de personalização. É possível inserir parâmetros para que a rigidez da interface siga uma formulação exponencial, linear ou até mesmo inserir uma tabela de valores para definir a rigidez da interface.

No comportamento tangencial, o usuário pode escolher entre uma superfície sem atrito, uma superfície perfeitamente rugosa ou optar pelo modelo de atrito de Coulomb. Neste último caso, o usuário pode definir um coeficiente de atrito μ que irá definir uma tensão de cisalhamento crítica τ_{crit} em função da tensão normal atuante na interface, de modo que:

$$\tau_{crit} = \mu \cdot p \quad (24)$$

O usuário ainda pode definir uma tensão máxima τ_{max} , de modo que a tensão crítica seja o menor dos valores, ou seja:

$$\tau_{crit} = \min(\mu \cdot p, \tau_{max}) \quad (25)$$

Assim, o escorregamento entre as superfícies só ocorrerá quando a tensão crítica for menor que a tensão equivalente atuante, calculada por:

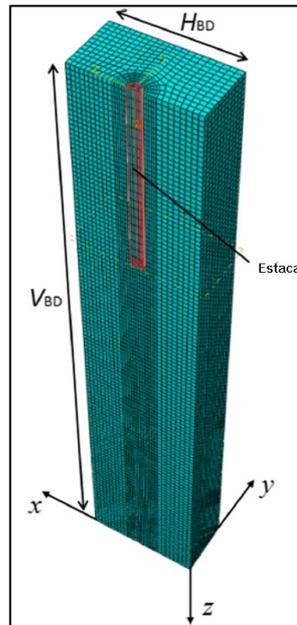
$$\tau_{eq} = \sqrt{\tau_1^2 + \tau_2^2} \quad (26)$$

2.2.2.3 Modelos de meio contínuo em elementos finitos

Um dos fatores a se observar na elaboração de modelos de meio contínuo em elementos finitos é o efeito de contorno. Dong *et al.* (2018) descrevem que, dependendo das dimensões do modelo de solo, este pode apresentar uma rigidez maior do que a observada em situação real. Segundo eles, estudos previamente conduzidos observaram que, se a distância entre a face do modelo de solo e o centro da estaca modelada for de pelo menos 20 diâmetros, o efeito de contorno pode ser desconsiderado, pois apresenta valores praticamente nulos.

Os autores conduziram uma extensa investigação sobre os fatores que influenciam no efeito de contorno em um modelo, através de análises com diferentes propriedades para o solo e dimensões para o maciço de solo. O estudo foi realizado através de análise numérica, representando o solo como um meio contínuo, de comportamento elasto plástico regido pelo modelo de Mohr-Coulomb, utilizando o software *ABAQUS* (Figura 17).

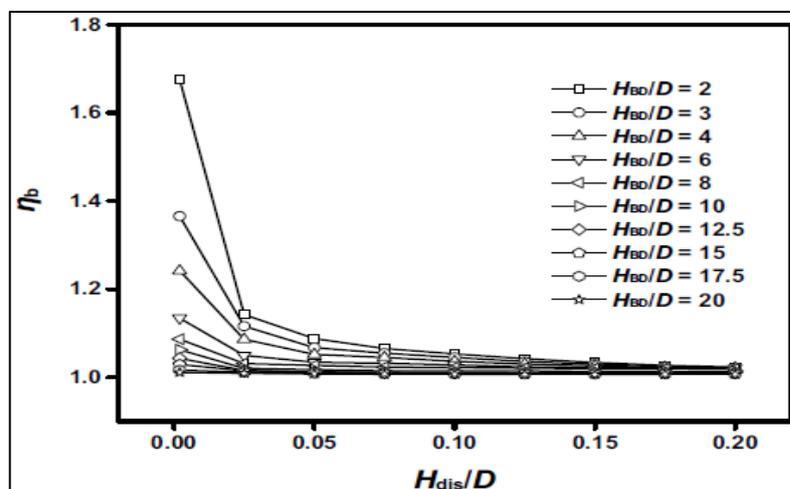
Figura 17 - Modelo numérico no software *ABAQUS*



Fonte: Adaptado de Dong *et al.* (2018)

O estudo mostrou que, na estimativa da capacidade de carga lateral de uma estaca, se a largura do maciço de solo, H_{BD} , for maior que 15 vezes o diâmetro da estaca, os efeitos de contorno (η_b) observados são praticamente desprezíveis (Figura 18), o que apresenta uma redução de 62,5% na largura do corpo de prova, em relação ao estabelecido anteriormente, que resultava em uma dimensão H_{BD} de 40 diâmetros.

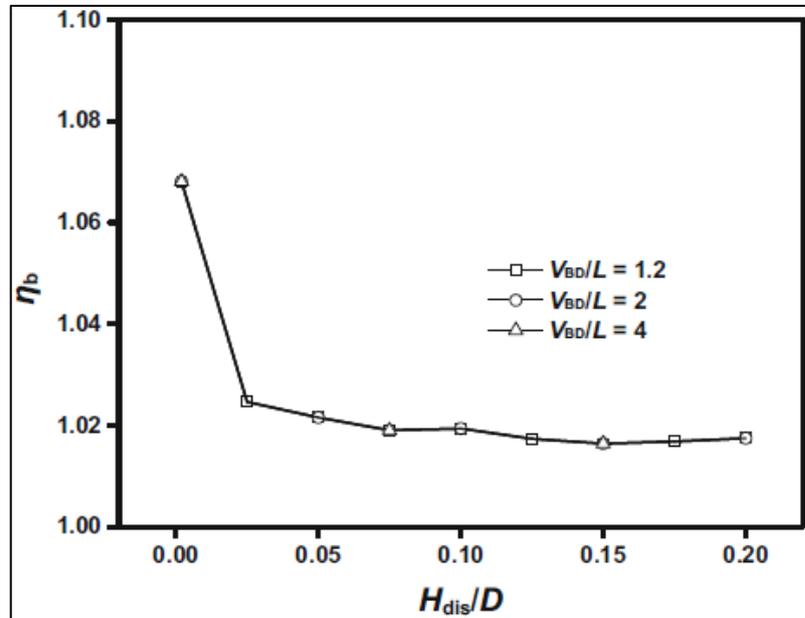
Figura 18 - Influência da razão H_{BD}/D no efeito de contorno



Fonte: Dong *et al.* (2018)

O trabalho mostra que, no entanto, para a estimativa da capacidade de carga lateral de estacas, a dimensão vertical do maciço de solo (V_{BD}), apresenta interferência mínima nos efeitos de contorno (**Figura 19**).

Figura 19 - Influência da razão V_{BD}/L no efeito de contorno



Fonte: Dong *et al.* (2018)

Os autores observaram também a influência da relação entre o módulo de elasticidade do solo, E_s , e a coesão não drenada, S_u , e a relação entre os módulos de elasticidade da estaca, E_p , e do solo. Nos testes, observou-se que a razão E_s/S_u exerceu influência significativa no efeito de contorno, de modo que o valor do efeito é muito maior para valores de E_s/S_u menores que 300. Por outro lado, o efeito de contorno é mais significativo quanto maior for a razão E_p/E_s .

A coeficiente de atrito na interface estaca-solo, o coeficiente de empuxo no repouso K_0 e o coeficiente de Poisson do solo apresentaram influência desprezível no efeito de contorno.

O fenômeno observado na **Figura 18** e na **Figura 19**, onde o efeito de contorno, η_b , decresce conforme o deslocamento horizontal da estaca, H_{dis} , aumenta, é também observado em todas as demais análises realizadas no estudo. A explicação fornecida Dong *et al.* (2018) é de que o ganho de resistência devido à plastificação do solo para deslocamentos elevados é maior e mais rápido do que o ganho de resistência devido ao efeito de contorno.

Os autores propuseram uma fórmula, por regressão linear, com $R^2 = 0,92$, para estimar o efeito de contorno em um modelo, com base nos módulos de elasticidade da estaca e do solo, a coesão não drenada, a largura do maciço de solo, o deslocamento horizontal da estaca e o diâmetro da estaca:

$$\eta_b = 0,02 \left(\frac{E_s^2}{E_p S_u} \right)^{-0,3} \cdot \left(\frac{H_{BD} H_{dis}}{D^2} \right)^{-0,34} + 1 \quad (27)$$

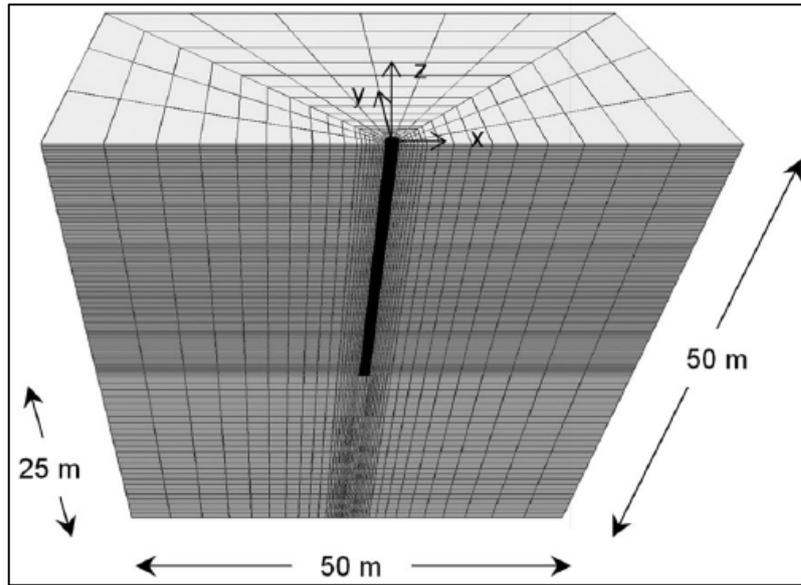
Onde o efeito de contorno, η_b , é a razão entre a capacidade de carga estimada no modelo e a capacidade de carga real da estaca. É importante destacar que os testes foram realizados em um modelo representativo de solo argiloso, com ângulo de atrito e dilatância nulos. A influência destes parâmetros no efeito de contorno não foi estudada.

A maior parte dos trabalhos sobre estacas presentes na literatura técnica consideram os carregamentos axiais e laterais de maneira separada, ou seja, hora aplica-se carga axial, hora carga horizontal, mas poucas pesquisas estudaram o efeito de um carregamento combinado na capacidade de carga das estacas. Zormpa & Comodromos (2018) realizaram um estudo com o objetivo de analisar este efeito. Os autores abordam o problema através de simulação numérica em 3D, utilizando o software de diferenças finitas FLAC 3D 2012. Optaram por analisar estacas escavadas com fluido estabilizante, um tipo de estaca definido como “ideal” pelos autores, por causar perturbações mínimas nas condições naturais do solo de fundação. Foram analisados quatro tipos de solos argilosos e três arenosos: argila mole, média, rija, dura, areia fofa, medianamente compacta e compacta, definidos como C1, C2, C3, C4, S1, S2 e S3, respectivamente. Para fins comparativos, utilizaram o mesmo peso específico para todos os solos, de 20 kN/m³.

O solo arenoso foi modelado pelo critério de Mohr-Coulomb e o solo argiloso pelo modelo Tresca, comumente utilizado para representar este solo por apresentar resultados mais condizentes com a realidade devido à plasticidade da argila. Zormpa & Comodromos (2018) ainda realizaram análises considerando o amolecimento da argila rija e da areia compacta, e o endurecimento da areia fofa devido às tensões aplicadas pela estaca no maciço. A análise do solo argiloso contempla o descolamento da superfície estaca-solo, típico de estacas submetidas a carregamentos laterais em solos argilosos, sob a premissa de que o descolamento reduziria a área de contato entre a estaca e o solo, conseqüentemente reduzindo a capacidade de carga axial nos primeiros metros. Como o solo arenoso tende a colapsar e preencher o vão formado pelo descolamento, esta análise não foi estendida a estes solos.

A estaca analisada possui diâmetro de 1,0m, comprimento de 25m, módulo de elasticidade $E_p = 32000$ MPa e coeficiente de Poisson $\nu_p = 0,2$, propriedades típicas de concreto C30-37 de acordo com o Eurocode 2, a norma europeia para projeto de estruturas de concreto. O modelo 3D foi construído respeitando um espaçamento mínimo de 25D entre a estaca e as faces do bloco de solo, de maneira a minimizar os efeitos de fronteira (**Figura 20**).

Figura 20 - Discretização da malha adotada



Fonte: Zormpa & Comodromos (2018)

Devido aos deslocamentos horizontais serem obtidos juntamente com carregamentos axiais, espera-se que efeitos de segunda ordem possam alterar o desempenho das estacas. Assim, os autores dedicaram uma parte do estudo para avaliar a influência desse efeito.

Os resultados das simulações numéricas mostraram que o desempenho lateral de uma estaca com topo fixo submetida a carregamentos axiais adicionais é praticamente o mesmo em relação à condição de carregamento lateral puro. Alterações só foram observadas quando o carregamento axial ultrapassou o limite de 90% da carga de ruptura axial. A partir daí, observa-se deformações laterais um pouco maiores e a presença de uma zona de instabilidade numérica nas curvas quando a intensidade da carga horizontal atinge o valor da carga de ruptura.

O desempenho axial de estacas submetidas a carregamentos laterais adicionais é prejudicado de maneira proporcional à intensidade do carregamento lateral, a partir de um determinado carregamento axial. Como previsto, a perda parcial da capacidade de carga axial se dá em função do descolamento entre a estaca e o solo, na parte de trás da estaca, o que aumenta as tensões efetivas na zona de contato reduzida.

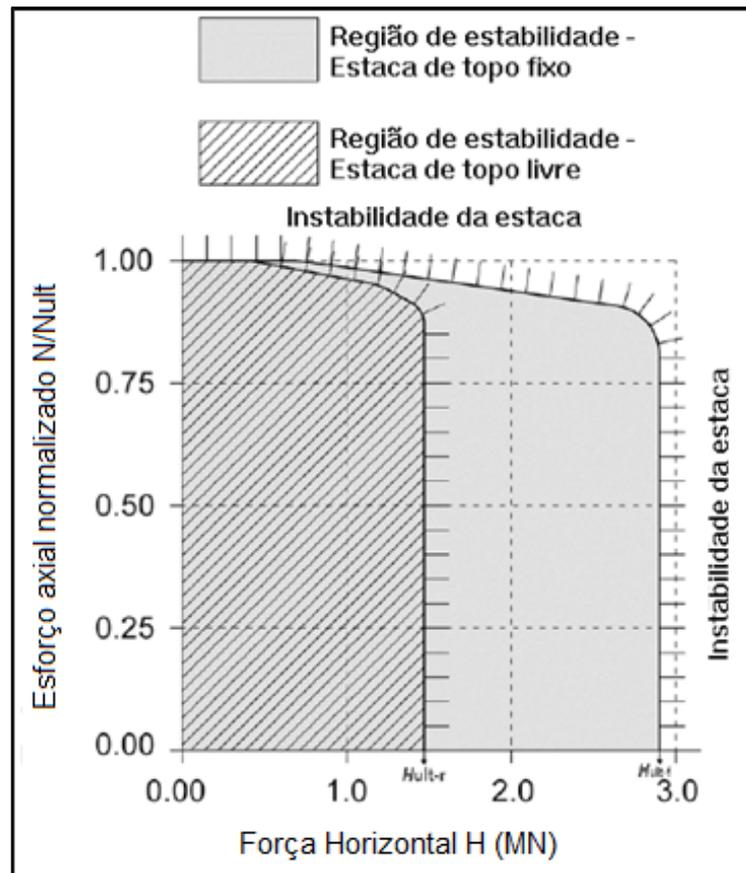
Para o caso de estacas com topo livre, o desempenho é pouco melhor em relação às estacas com topo fixo, onde a carga axial necessária para atingir a zona de instabilidade lateral é de aproximadamente 95% da carga de ruptura axial.

De acordo com os resultados fornecidos, isso se deve ao fato de que a profundidade do vão formado pelo descolamento entre a estaca e o solo é menor para as estacas com topo livre, para um mesmo deslocamento horizontal. Mesmo assim, é válido salientar que em termos de

carga total, a capacidade de carga lateral das estacas com topo livre mostrou-se muito menor que a de estacas com topo fixo.

A **Figura 21** mostra as regiões de estabilidade no tocante à capacidade de carga das estacas, do ponto de vista axial e horizontal, para estacas com topo fixo e livre.

Figura 21 - Capacidade de carga de estacas isoladas sob carregamento combinado em solo C2



Fonte: Adaptado de Zormpa & Comodromos (2018)

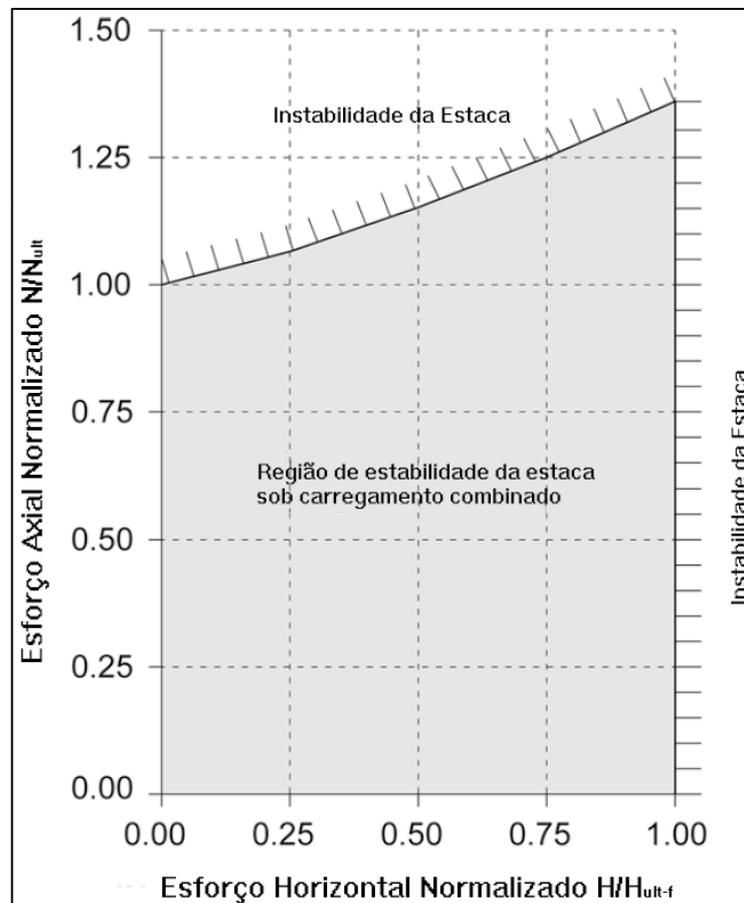
O estudo foi repetido considerando-se os efeitos de segunda ordem nas estacas. Os resultados mostram que estes exercem baixa influência no desempenho lateral das estacas, aumentando o deslocamento em aproximadamente 5% para cargas axiais acima de 90% da capacidade de carga, mas assumindo valores desprezíveis sob cargas de menor intensidade.

A análise do efeito de amolecimento em argilas rijas revelou que, considerando este efeito, a carga axial normalizada necessária para atingir as zonas de instabilidade é reduzida em cerca de 5%, por exemplo, de 90% para 85% no caso de estacas com topo fixo com $H=H_{ult}$. Mesmo assim, independentemente da intensidade da carga horizontal, se a carga axial normalizada for menor que 75%, este efeito torna-se desprezível.

Em solos arenosos, os carregamentos axiais mostraram influência desprezível na capacidade de carga lateral, em todos os casos estudados, com topo livre ou fixo, efeitos de segunda ordem e amolecimento ou endurecimento das areias.

No entanto, Zormpa & Comodromos (2018) observaram que a capacidade de carga axial sofre uma melhoria progressiva em função do carregamento lateral. De acordo com Zormpa & Comodromos (2018), isso acontece, pois, a carga horizontal aumenta a força de atrito resistente na interface solo-estaca, que é função do ângulo de atrito e da tensão atuante na interface (Figura 22).

Figura 22 - Capacidade de carga de estacas isoladas sob carregamento combinado em solo S2



Apesar desta melhoria, cabe salientar que a contribuição da carga lateral na resistência axial da estaca só deve ser considerada em projeto quando esta for de natureza permanente, o que dificilmente acontece em casos práticos.

Zormpa & Comodromos (2018) revelaram que o comportamento de estacas submetidas a ações combinadas em solos argilosos sofre perda na capacidade de carga e apresenta zonas de instabilidade, mesmo para cargas menores que os valores de ruptura, a depender da

intensidade das ações combinadas. Em contrapartida, para solos arenosos o único efeito observado é a melhoria da capacidade de carga axial em função dos carregamentos horizontais.

Os autores observam ainda que, para fins de projeto, com carregamentos usualmente abaixo de 70% das cargas de ruptura, os efeitos das ações combinadas tanto em solos argilosos como em arenosos, é praticamente desprezível, com exceção da melhoria apresentada em solos arenosos, desde que a ação horizontal seja permanente.

É importante lembrar que os estudos de Zormpa & Comodromos (2018) são voltados a estacas escavadas com fluido estabilizante e que o comportamento observado neste estudo pode ser completamente diferente a depender do método executivo utilizado.

Hazzar *et al.* (2017) investigam a influência de cargas verticais no comportamento lateral de estacas em areias e argilas. O estudo utiliza modelagem numérica para analisar o comportamento de estacas submetidas a carregamentos combinados, com foco nos efeitos de cargas verticais no desempenho lateral de estacas. A pesquisa considera três perfis de solo idealizados e modela o material da estaca usando um modelo constitutivo elástico linear. Os resultados mostram que o efeito das cargas verticais na capacidade lateral da estaca depende das características do solo não só ao redor das estacas, mas também localizado abaixo de suas pontas. O estudo conclui que as recomendações atuais para projeto de estacas, que são baseadas em cargas laterais puras, podem não ser aplicáveis em situações onde as estacas estão sob a ação de carregamentos verticais e laterais.

A pesquisa é conduzida utilizando o método das diferenças finitas, que são validadas confrontando dados experimentais de estudos anteriores. O estudo considera vários parâmetros, como a espessura da camada de areia e a magnitude da carga vertical, para investigar o comportamento das estacas em diferentes condições. Os resultados mostram que o efeito das cargas verticais na resposta lateral das estacas é significativo e não pode ser ignorado no dimensionamento das estacas. O estudo fornece informações valiosas sobre o comportamento de estacas submetidas a carregamentos combinados e destaca a necessidade de mais pesquisas nesta área para melhorar o projeto de fundações em estacas.

2.3 ELEMENTOS EM CONCRETO ARMADO

2.3.1 Comportamento na flexão

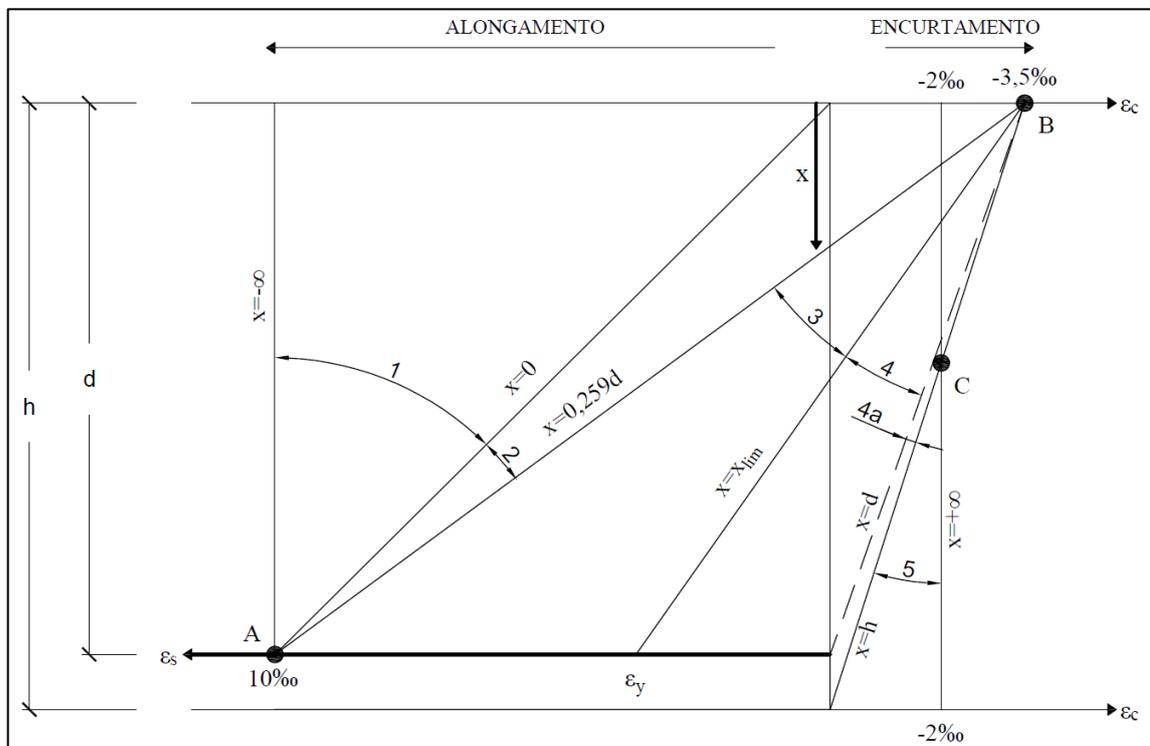
O concreto é um material construtivo que apresenta boa resistência à compressão (f_c), mas sua resistência à tração (f_t) apresenta, geralmente, 10% do f_c . Como solução à carência de

resistência à tração, utilizam-se barras de aço nas regiões tracionadas dos elementos submetidos a flexão. Este conjunto recebe o nome de concreto armado.

O concreto é um material de ruptura frágil, apresentando pequenas deformações antes de iniciar o processo de fissuração, processo este que resulta na perda de seção transversal do elemento estrutural, e, por sua vez, redução em sua rigidez. O aço, por sua vez, apresenta boa plasticidade, portanto, é um material que apresenta maiores deformações plásticas antes da ruptura.

Montoya *et al.* (2009) ilustram a relação entre o aproveitamento da seção de aço e de concreto de uma peça através dos domínios de deformação (**Figura 23**).

Figura 23 - Domínios de deformação de uma seção de concreto armado em ELU



Fonte: Adaptado de Montoya *et al.* (2009).

Onde ϵ_c é a deformação específica no concreto, ϵ_s é a deformação específica na armadura de aço e ϵ_y é a deformação específica na armadura que marca o início da fase de escoamento, geralmente de 3,5‰ para o aço CA-50.

Adotando a posição da linha neutra em relação à face comprimida do elemento estrutural como “x” e utilizando a **Figura 23**, é possível definir que:

- 1) O Domínio 1 ($-\infty \leq x \leq 0$) representa uma peça totalmente tracionada. Se desprezada a resistência à tração do concreto, pode-se considerar que apenas o aço é solicitado.

- 2) Uma peça dimensionada no Domínio 2 ($0 < x \leq 0,259d$) está subarmada, onde o aço está trabalhando em sua deformação máxima, de 10‰, e o concreto trabalha entre deformação nula e a máxima.
- 3) Uma peça dimensionada no Domínio 3 ($0,259d < x \leq 0,628d$) é considerada balanceada, onde o concreto trabalha em sua deformação máxima e o aço trabalha no regime de escoamento, entre a deformação inicial de 3,5‰ e a deformação máxima de 10‰.
- 4) O Domínio 4 ($0,628d < x < d$) representa uma peça superarmada, onde o concreto trabalha em sua deformação máxima e, o aço, em regime elástico, com deformações abaixo de 3,5‰.
- 5) Os Domínios 4a e 5 ($d \leq x \leq +\infty$) representam peças totalmente comprimidas. Onde há pouca ou nenhuma contribuição da armadura de aço no comportamento estrutural da peça.

Aliando custo-benefício e segurança, a melhor opção seria dimensionar um elemento estrutural sempre no domínio 3, que representa melhor utilização das seções de concreto e aço, mas que não representa uma peça na iminência do colapso. Para isso, também, devido à característica de ruptura frágil do concreto, a NBR 6118 (ABNT, 2014) delimita que a posição da linha neutra não seja superior a 45% da altura útil da peça, ou seja, $x \leq 0,45d$.

2.3.2 Dimensionamento de estacas flexíveis submetidas a carregamentos horizontais

O carregamento horizontal em estacas longas, ou flexíveis, desloca o topo da estaca na direção e sentido do carregamento. O movimento da estaca é limitado pelo solo, até o limite da capacidade de carga do solo ou da ruptura estrutural da estaca.

Em profundidade, a região deslocada se situa acima da profundidade de formação da rótula plástica (item 2.1.1), bem como os esforços no maciço e na estaca.

Esse comportamento apresentado pela estaca se assemelha, então, ao de uma viga em balanço e o dimensionamento pode ser realizado de acordo com as diretrizes normativas da NBR 6118 (ABNT, 2014) e NBR 6122 (ABNT, 2019).

Os cobrimentos utilizados na definição da seção da estaca devem respeitar a faixa entre 3 e 5 centímetros, a depender da classe de agressividade ambiental a qual a estaca estará sujeita, definida da Tabela 7.2 da NBR 6118 (ABNT, 2014).

O f_{ck} e as demais propriedades do concreto como o fator água/cimento e a faixa aceitável de abatimento devem ser definidos em função do disposto na NBR 6122 (ABNT, 2019), bem como os coeficientes de segurança aplicáveis às solicitações e às resistências.

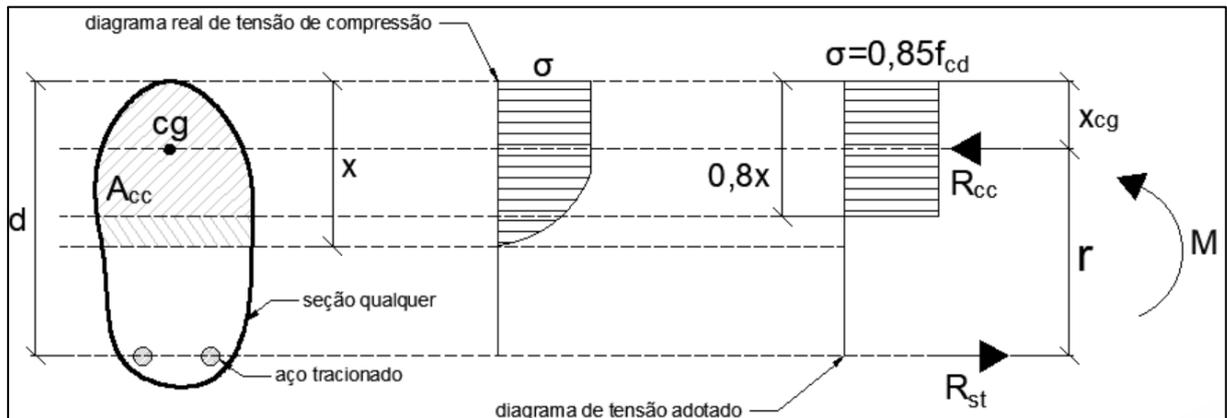
Primeiramente, é necessário conhecer a resistência do solo. Depois, necessita-se de um modelo para aferir a o desenvolvimento dos esforços ao longo do fuste da estaca. O cálculo

pode ser realizado pelos diferentes modelos numéricos, matemáticos ou simplificados, como os já citados métodos de Matlock & Reese (1960), Winkler, entre outros.

Conhecidos os esforços nas estacas, é possível dimensionar a estaca à flexão simples, pela NBR 6118 (ABNT, 2014), desconsiderando a atuação dos carregamentos verticais.

O primeiro passo é calcular a posição da linha neutra, x , baseando-se nas demonstrações expostas na **Figura 24**.

Figura 24 - Linha neutra numa seção qualquer de concreto submetida à flexão



Fonte: Moura (2019).

É possível perceber que o momento gera um binário de esforços comprimindo a região de concreto, A_{cc} , e tracionando as armaduras. A força R_{cc} é a resultante da tensão de compressão atuante no concreto, limitada a $0,85 f_{cd} A_{cc}$.

Pelo somatório de momentos no eixo da armadura, que deve ser zero, é possível definir, então, a expressão:

$$M = R_{cc} \cdot r \quad (28)$$

Assim,

$$M = 0,85 \cdot f_{cd} \cdot A_{cc} (d - x_{cg}) \quad (29)$$

Para elementos de seção retangular, é possível reescrever a equação da linha neutra através de:

$$x = 1,25 \cdot d \left(1 - \sqrt{1 - \frac{M_d}{0,425 \cdot b_w \cdot d^2 \cdot f_{cd}}} \right) \quad (30)$$

Onde:

- d é a altura útil da seção da estaca, equivalente à distância entre o centro de gravidade das armaduras tracionadas e a borda da face comprimida;

- M_d é o momento fletor de cálculo atuante na seção;
- b_w é a largura da estaca;
- f_{cd} é a resistência de cálculo à compressão do concreto.

Para elementos de seção circular, a definição da posição da linha neutra geralmente é feita por tentativa e erro, ou com a assistência de algum software, já que é difícil relativizar a área da seção comprimida em função de x , matematicamente.

A partir daí, a área de aço na região tracionada pode ser definida por:

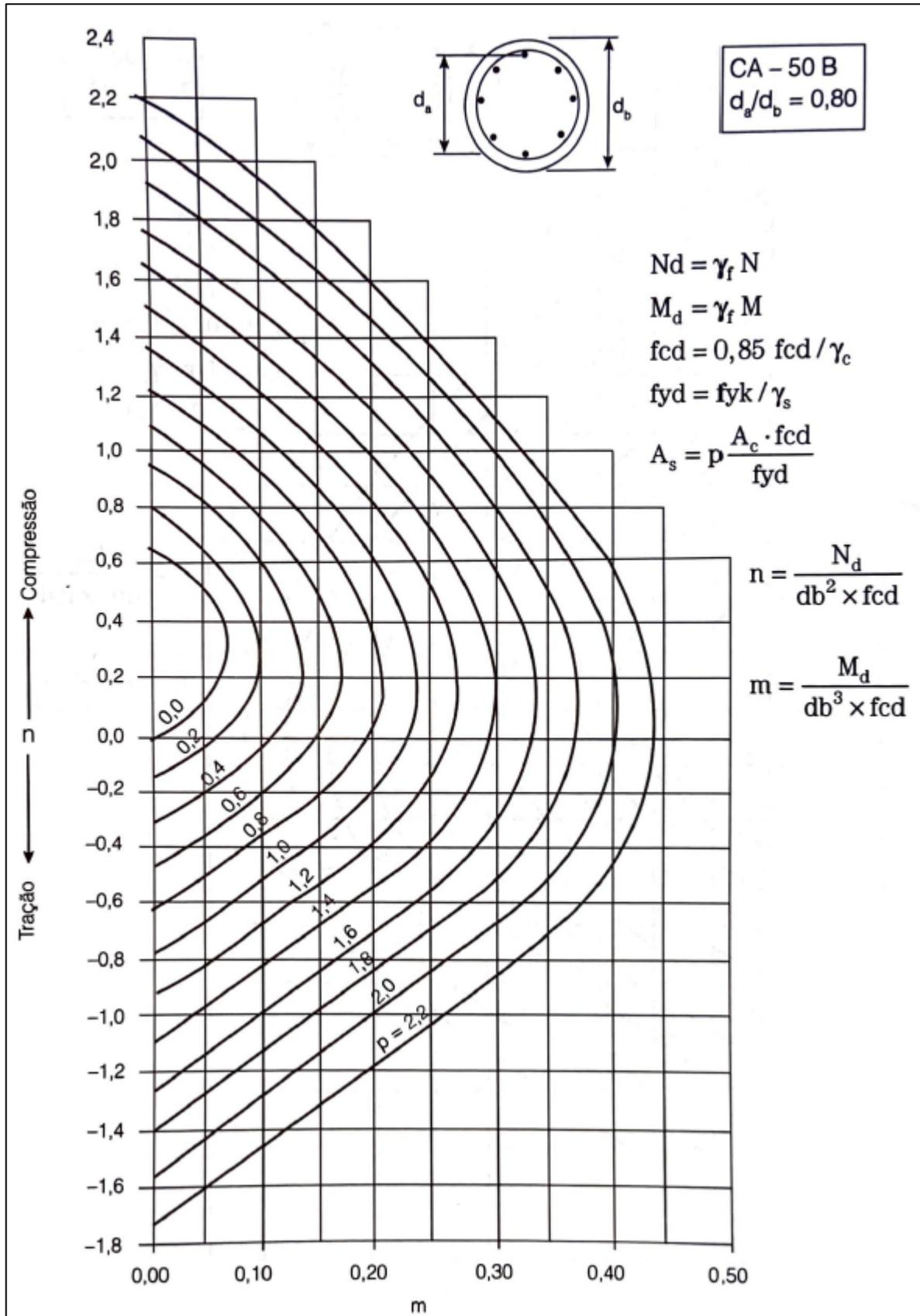
$$A_s = \frac{M_d}{r \cdot f_{yd}} \quad (31)$$

Onde A_s é a área de aço total na região tracionada, r é o braço de alavanca (**Figura 24**) e f_{yd} é a resistência de cálculo do aço.

Na prática, as alternativas utilizadas para o dimensionamento de estacas circulares envolvem a utilização de softwares que já consideram a flexão composta, permitindo a consideração da carga vertical, e a utilização de ábacos de flexão composta, como os presentes em Alonso (2012).

O ábaco trazido na **Figura 25** é aplicável aos elementos com relação entre o diâmetro interno (d_a) e o diâmetro externo (d_b) de 0,80. Alonso (2012) traz ábacos desse tipo para relações d_a/d_b de 0,80 até 0,95. Optou-se por trazer a versão com relação de 0,80 por se adequar ao caso em estudo neste trabalho.

Figura 25 - Ábaco para cálculo de elementos de seção circular de concreto armado submetidos a flexão composta



Fonte: Alonso (2012).

A utilização do ábaco é simples:

1. Calcula-se o esforço normalizado n e o momento fletor normalizado m através das formulações indicadas;
2. O ponto na área de plotagem onde os valores de n e m se encontram é a taxa de armadura necessária na seção, ρ ;
3. Finalmente, calcula-se a área de aço necessária A_s , permitindo a escolha da configuração de armaduras que mais convém ao caso.

Definida a armadura longitudinal, o próximo passo é definir as armaduras transversais, ou estribos.

O autor deste trabalho aproveita para corrigir um erro de edição da obra citada, de Alonso (2012). A fórmula de cálculo do f_{cd} , na verdade é:

$$f_{cd} = \frac{0,85f_{ck}}{\gamma_c} \quad (32)$$

Os valores para os coeficientes γ_f , γ_c e γ_s devem ser consultados nas NBR 6118 (ABNT, 2014) e NBR 6122 (ABNT, 2019).

O dimensionamento à força cortante pode ser realizado de acordo com as diretrizes da NBR 6118 (ABNT, 2014) para vigas e pilares, nos itens 17.4, 18.3 e 18.4.

Em termos práticos, a força cortante atuante na estaca é de baixa magnitude, de modo que dificilmente o dimensionamento exige armadura transversal acima do limite inferior. Assim, e a favor da segurança, a prática sugere o critério de adoção da mesma armadura mínima utilizada em pilares, de acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2014).

A NBR 6118 (ABNT, 2014) diz que as barras dos estribos não devem possuir diâmetro inferior a 5 mm nem a $\frac{1}{4}$ do diâmetro da armadura longitudinal, sendo que o espaçamento entre os estribos deve ser inferior a:

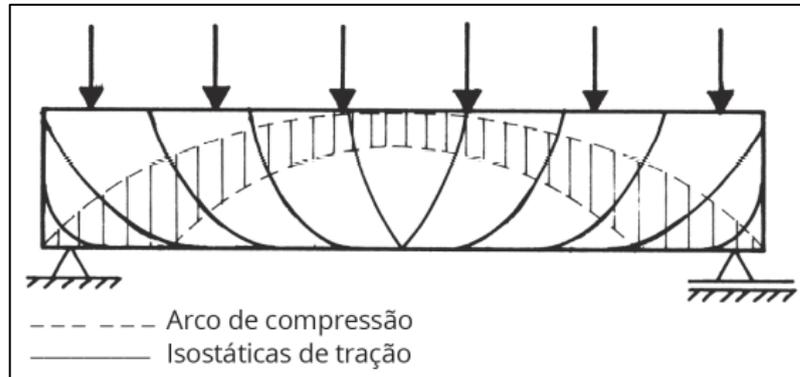
1. 200 mm;
2. Menor dimensão da seção (diâmetro, para seções circulares);
3. 24ϕ para CA-25 e 12ϕ para CA-50.

2.3.3 Fissuração em elementos de concreto armado submetidos à flexão

Para um elemento de concreto submetido à flexão simples, a distribuição de tensões no elemento gera um binário de esforços nas faces opostas do elemento, normais ao carregamento

aplicado. Com isso, uma face apresentará tensões de compressão e a outra, de tração (**Figura 26**).

Figura 26 - Viga isostática submetida à flexão



Fonte: Thomaz (2020).

O parâmetro geral utilizado para medir a resistência do concreto utilizado em uma peça é o f_{ck} , a resistência característica à compressão do concreto. Os valores do f_{ck} variam, geralmente, de 20 MPa a 90 MPa, apesar de a ciência já permitir a confecção de concretos com f_{ck} acima dos 100 MPa para fins específicos, com a utilização de aditivos e componentes especiais.

No entanto, a resistência à tração do concreto é muito menor que sua resistência à compressão. A NBR 6118 (ABNT, 2014) estabelece um método para o cálculo do f_{ctm} , a resistência média à tração do concreto, que segue:

$$f_{ctm} = 0,3 \cdot f_{ck}^{\frac{2}{3}} \quad (33)$$

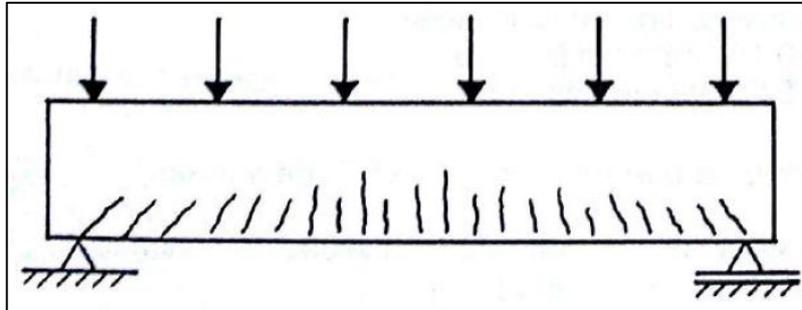
Esse valor representa cerca de 11% do f_{ck} , desconsiderando outros coeficientes de redução que são aplicados em casos específicos ao f_{ctm} .

Como a flexão simples gera tensões de compressão e tração de mesmo módulo na peça, um elemento de concreto simples submetido à flexão teria sua capacidade de carga limitada ao valor de sua resistência à tração, com baixo aproveitamento da seção de concreto. Daí a utilização do aço como armadura em elementos de concreto, que é posicionado nas regiões tracionadas para resistir a essas tensões, enquanto o concreto deve resistir às tensões de compressão, onde apresenta boa resistência.

Mesmo com a utilização do aço, o comportamento frágil do concreto e sua baixa resistência à tração são responsáveis pela abertura de fissuras na região tracionada, mesmo que a carga aplicada seja menor que a capacidade de carga do elemento (**Figura 27** e **Figura 28**).

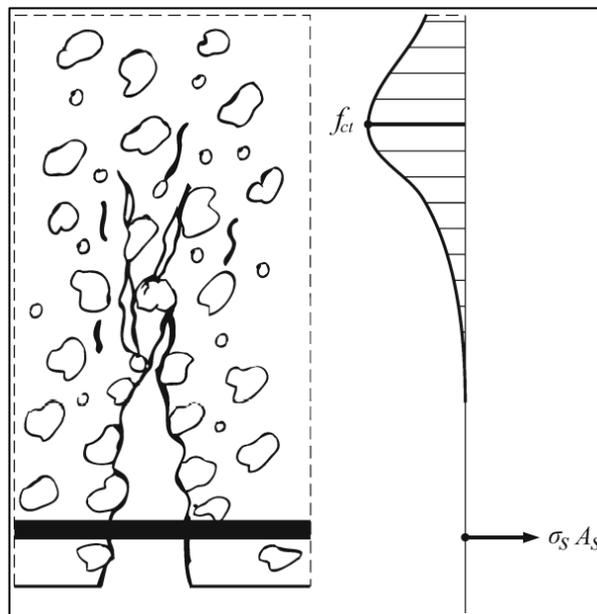
A partir do momento de formação da primeira fissura, despreza-se a resistência à tração do concreto, de modo que apenas o aço deve resistir a estes esforços.

Figura 27 - Fissuração típica em viga subarmada solicitada à flexão



Fonte: Thomaz (2020).

Figura 28 - Visão geral da fissuração em elementos de concreto armado fletidos



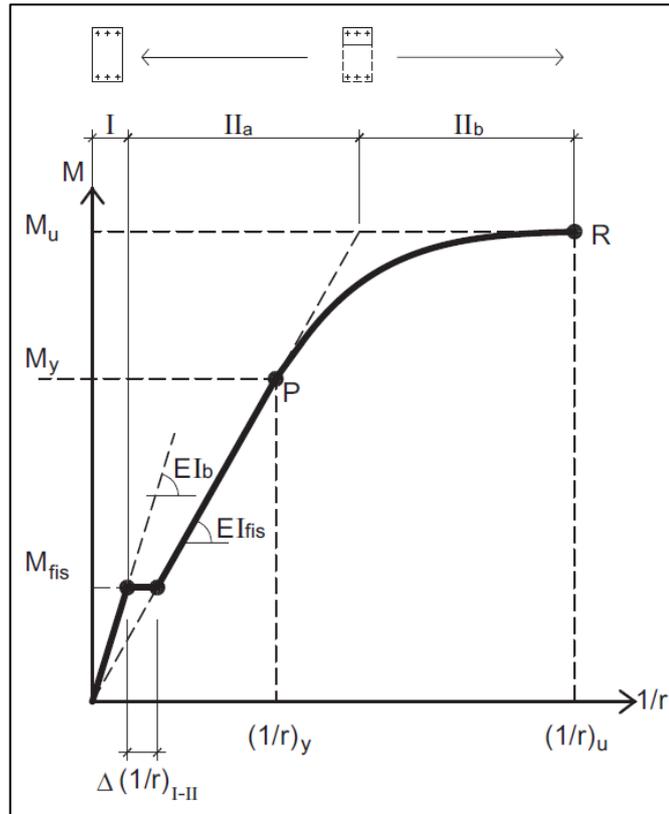
Fonte: Slowik (2018)

Os deslocamentos apresentados por uma peça de concreto armado são função dos momentos fletores desenvolvidos e a rigidez à flexão, EI , da peça. Montoya *et al.* (2009) dizem que este efeito é constante somente se a seção não apresentar fissurações.

Um elemento estrutural em concreto armado pode ser classificado em sua utilização de acordo com a fase em que este se encontra no processo de formação de fissuras. Estas fases são denominadas Estádios, e vão do Estádio I ao III (**Figura 29**).

O autor do presente trabalho faz um breve resumo das principais características de cada um dos Estádios baseando-se nas considerações de Montoya *et al.* (2009).

Figura 29 - Estádios de fissuração do concreto armado



Fonte: Montoya *et al.* (2009).

❖ **ESTÁDIO I:**

No Estádio I, o concreto armado se encontra em regime elástico linear, ou seja, as deformações no concreto e no aço são proporcionais ao nível de tensão atuante. A linha neutra se encontra no ponto médio da seção de concreto, cruzando com seu centro de gravidade e a relação entre o momento fletor e a curvatura da seção é linear.

Uma peça pode ser considerada no Estádio I tão somente nenhuma fissura tenha se formado no concreto, ou seja, a tensão de tração atuante seja menor que a resistência à tração do concreto, f_t . Nesse ponto, o momento fletor atuante na seção é denominado Momento de Fissuração, M_f , calculado de acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2014) pela seguinte expressão:

$$M_f = \frac{\alpha \cdot f_{ctk,inf} \cdot I_c}{y_t}$$

(34)

Onde:

- α é o fator que correlaciona aproximadamente a resistência à tração na flexão com a resistência à tração direta, assumindo valor de 1,5 para seções retangulares. A norma não cita valores de α para seções circulares;
- y_t é a distância do centro de gravidade da seção à fibra mais tracionada;

- I_c é o momento de inércia da seção bruta de concreto;
- $f_{ctk,inf}$ corresponde a $0,7 f_{ctm}$.

❖ ESTÁDIO IIA:

O Estádio IIA representa o momento seguinte ao início da fissuração, quando o momento atuante na seção atinge valores superiores ao momento de fissuração. Neste caso, com a abertura de fissuras, deve-se produzir um novo equilíbrio de esforços, já que toda a tração que estava sendo resistida pelo concreto passa a ser resistida apenas pelas barras de aço que compõem a armadura. Com isso, há um aumento brusco da deformação nas armaduras e na curvatura da seção, visível na **Figura 29** pelo trecho retilíneo na horizontal compreendido no início do Estádio IIA.

Isso acontece porque a fissuração reduz a seção transversal de concreto, reduzindo a inércia da seção e, portanto, a rigidez à flexão EI . Com a seção mais flexível, os deslocamentos e as deformações serão maiores para um mesmo esforço, no caso, o momento de fissuração.

O Estádio IIA representa ainda uma fase de linearidade entre o momento e a curvatura apresentados, com uma maior flexibilidade em relação ao Estádio I.

❖ ESTÁDIO IIB:

Esta fase marca o início do comportamento plástico da peça, seja porque o aço entrou em escoamento ($\epsilon_s \geq 3,5\%$), seja porque o concreto entrou em sua fase não linear ($\epsilon_c \geq 2,0\%$). Deste modo, o comportamento da seção refletido na curva momento *versus* curvatura passa a ser não linear.

Neste ponto, o tratamento numérico se torna consideravelmente complicado, já que a rigidez perde seção progressivamente com o aumento da fissuração. O fim desta fase é marcado por duas situações, segundo Montoya *et al.* (2009):

- a) Se o aço entrou em plastificação, o fim da fase é ocasionado pela ruptura do aço ou pela entrada do concreto em sua fase não linear;
- b) Se o concreto passou à fase de não linearidade, o fim do estágio é marcado pela ruptura do concreto ou pela plastificação do aço.

❖ ESTÁDIO III:

O Estádio III é a última fase de comportamento da peça, marcado por sua ruptura. Segundo Montoya *et al.* (2009), a ruptura de uma peça é alcançada quando as deformações atingem valores acima do limite estabelecido, de 10% para o aço e de 3,5% para o concreto,

independentemente da tensão atuante. Assim, o principal parâmetro de análise para avaliar a ruptura de um material são as deformações apresentadas. O comportamento segue não linear até que se atinja o ponto de ruptura da peça, representado por uma linha reta em função da ductilidade do material.

A fissuração, mesmo que inevitável em elementos de concreto, pode ser prejudicial à peça. Com o aumento da área fissurada, o elemento estrutural perde seção de concreto, ocasionando perda de momento de inércia e, por consequência, de rigidez. Isso gera maiores deslocamentos que, por sua vez, geram mais fissuras.

A fissuração ainda pode ser responsável pela exposição do interior da seção de concreto e das armaduras a componentes nocivos presentes no meio onde o elemento estrutural se encontra. Abrindo caminho para reações químicas diversas como a corrosão da armadura.

Thomaz (2020) diz que a fissuração em elementos de concreto mesmo que sem implicar, necessariamente, na ruptura do elemento estrutural, pode produzir uma redistribuição de tensões ao longo do componente fissurado e até nos componentes vizinhos.

Cita que, para casos comuns de elementos em concreto armado, os componentes fletidos são dimensionados buscando a limitação da abertura de fissuras a níveis seguros, sem prejudicar a durabilidade da estrutura e o conforto visual e estético.

A norma cita ainda que é possível desprezar a verificação de abertura de fissuras, assumindo um limite máximo para as fissuras de 0,3mm para seções com armaduras passivas e 0,2mm para seções com armaduras ativas (protendidas). Essa dispensa se faz pela limitação da tensão na armadura em relação com o diâmetro das barras e o espaçamento máximo entre elas, na Tabela 17.2 da norma. Para fins ilustrativos, optou-se por transcrever a parte da tabela que se enquadra nas armaduras utilizadas nesta pesquisa, todas passivas (**Tabela 4**).

Tabela 4 - Critérios para dispensa da verificação de abertura de fissuras em elementos lineares de concreto armado

σ_{si} (MPa)	$\phi_{m\acute{a}x}$ (mm)	$s_{m\acute{a}x}$ (cm)
280	16	15
320	12.5	10
360	10	5

Fonte: NBR 6118 (ABNT, 2014).

Onde σ_{si} é a tensão na armadura, $\phi_{m\acute{a}x}$ é o diâmetro máximo da barra e $s_{m\acute{a}x}$ é o espaçamento máximo entre as barras.

A última revisão da norma trouxe a Tabela 17.2 facilitando as verificações. No entanto, por se tratar de limitações genéricas, muitos profissionais ainda optam por utilizar o critério de dispensa da versão anterior da norma, como consta em Alonso (2012), onde é possível calcular

a tensão limite nas barras de acordo com o espaçamento específico utilizado e o coeficiente de aderência das barras. A fórmula é a que segue:

$$\omega = \frac{\varphi}{2\eta_b - 0,75} \cdot \frac{3 \cdot \sigma_{si}^2}{E_s \cdot f_{ctk,inf}} \quad (35)$$

Onde:

ω é a largura da fissura aberta, φ é o diâmetro da barra de aço, η_b é o coeficiente de aderência das barras, σ_{si} é a tensão no aço, E_s é o módulo de elasticidade do aço e $f_{ctk,inf}$ é a resistência característica à tração do concreto para efeitos de fissuração.

Os valores de ω não devem ser superiores a:

- 1) 0,1 mm para peças não protegidas, em meio agressivo;
- 2) 0,2 mm para peças não protegidas, em meio não agressivo;
- 3) 0,3 mm para peças protegidas.

Nota-se através deste cálculo que a norma antiga não considerava o espaçamento entre as barras para a dispensa da verificação dos efeitos de fissuração, o que acaba sendo mais aplicável tratando-se de fundações em estacas, onde os espaçamentos entre as barras costumam ser maiores em comparação às vigas.

É válido ressaltar que a fórmula citada consta na antiga revisão da NBR 6118 e não é amparada pelos novos critérios normativos, desde a última revisão, em 2014, apesar de ainda ser muito utilizada por profissionais do meio.

Thomaz (2020) traz luz ainda à formulação proposta pelo Prof. Ferry Borges para a estimativa de abertura de fissuras em peças tracionadas ou fletidas, levando em consideração a diferença entre os módulos de elasticidade do concreto e do aço e que, a partir da primeira fissura, todas as tensões de tração passam a ser resistidas integralmente pela armadura presente na peça.

$$\omega_m = s_m \cdot \varepsilon_m \quad (36)$$

Onde ω_m é a abertura média das fissuras, em mm, s_m é o distanciamento médio entre as fissuras, em mm, e ε_m é o alongamento médio nas barras tracionadas.

Thomaz (2020) ainda propõe uma formulação para estimar o distanciamento médio entre as fissuras:

$$s_m = 1,5c + \eta_b \frac{\varphi}{\rho_r} \quad (37)$$

Onde c é o cobrimento da armadura e ρ_r é a taxa de armadura na seção tracionada de concreto.

Martins *et al.* (2021) estudaram os efeitos da variação da taxa de armadura em vigas de concreto armado através de uma abordagem em elementos finitos. Os autores utilizaram o software *ABAQUS*, e modelaram vigas em situações subarmada, balanceada e superarmada, para os casos de flexão e cisalhamento.

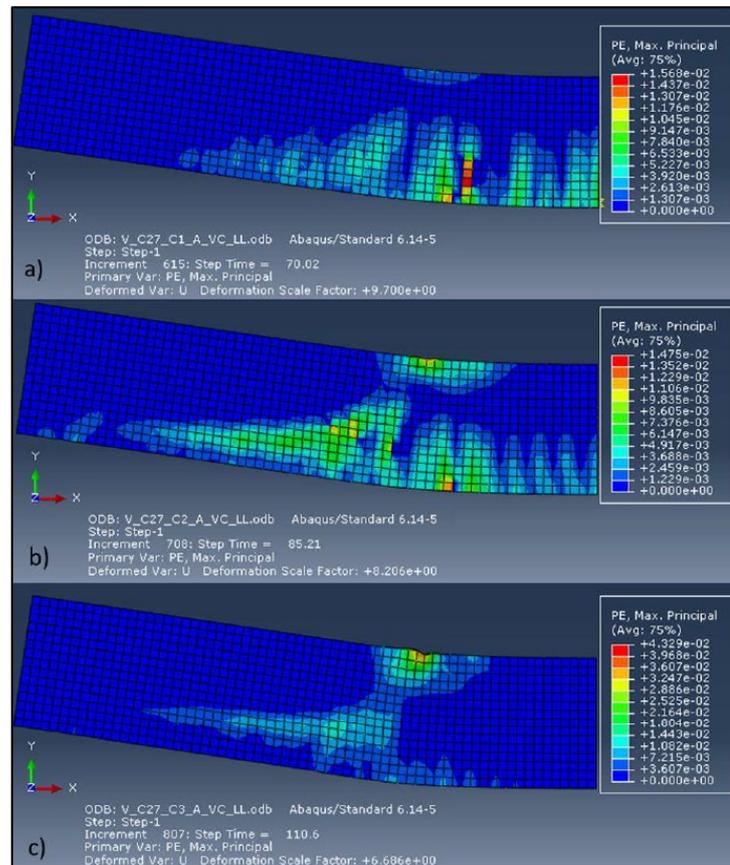
A simulação foi realizada em ambiente 3D por simetria, onde apenas metade da peça é modelada. Os autores utilizaram o elemento C3D8R para a composição da viga em meio contínuo, um elemento hexaédrico de 8 nós com interpolação linear e integração reduzida, e o elemento T3D2 para a composição das armaduras, um elemento de treliça de 2 nós com interpolação linear.

A viga modelada possuía dimensões de 552mm por 305mm e um vão de 6,4m. O modelo de plasticidade adotado pelos autores foi o *Damage Plasticity*. O estudo mostrou que o modelo *Damage Plasticity* apresentou resultados satisfatórios em relação aos resultados experimentais, tanto para as tensões de ruptura quanto para as distribuições de tensões. Os autores observam que é possível utilizar este modelo para prever os modos de ruptura dos elementos estruturais com precisão satisfatória.

Os resultados observados mostram que, para a viga subarmada, a ruptura ocorre pela plastificação da armadura, quando sua deformação supera o valor de 10%. No caso da viga balanceada, o modelo atinge as deformações máximas de compressão no concreto de 3,5% após o início do escoamento da armadura. No entanto, o modelo indica a ruptura apenas quando ocorre a plastificação da armadura. Para a viga superarmada, o modelo indica que a ruptura ocorreria por esmagamento do concreto, onde as deformações superariam o valor de 3,5%.

Para os modelos de cisalhamento, Martins *et al.* (2021) observam a precisão do modelo em prever a fissuração da viga (**Figura 30**), quando comparado com resultados experimentais, e que a tensão de cisalhamento não superou em nenhum ponto a resistência do concreto.

Figura 30 - Fissuração por cisalhamento na viga subarmada (a), balanceada (b) e superarmada (c)



Fonte: Martins *et al.* (2021)

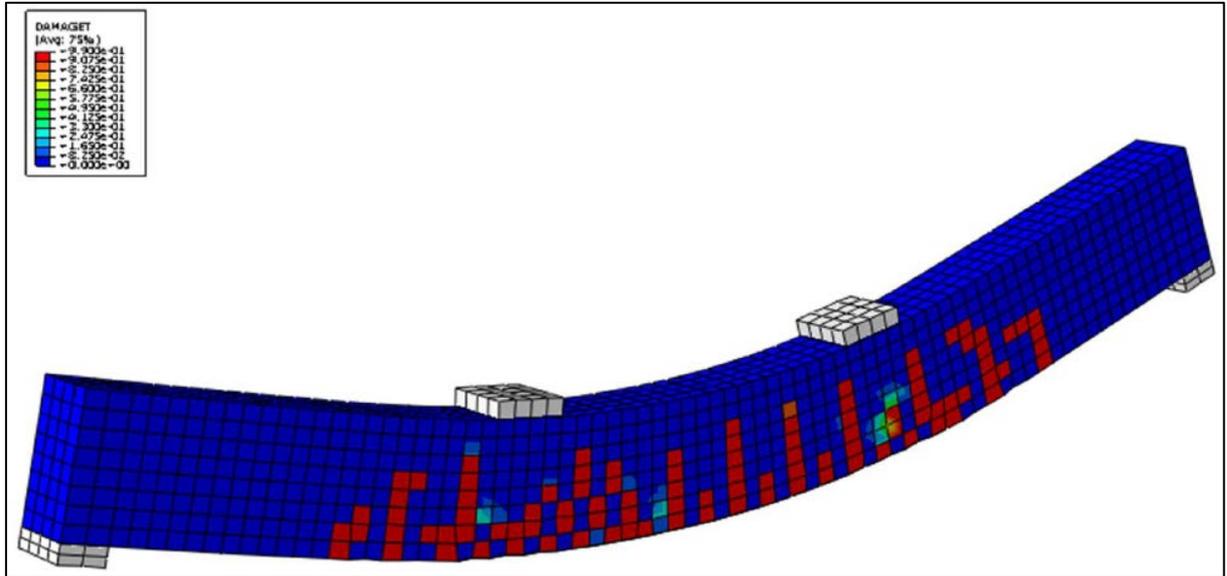
O CDP (*Concrete Damage Plasticity*) tem sido amplamente utilizado para a investigação de efeitos diversos em elementos de concreto armado. Yasir *et al.* (2019) utilizaram um modelo numérico em elementos finitos e modelaram o comportamento do concreto utilizando o CDP para investigar os efeitos do reforço em uma viga com placas de fibra de carbono reforçadas com polímero (CFRP). O material serve para tentar recuperar a resistência de vigas que já sofreram plastificação.

Para isso, os autores produziram um modelo experimental em laboratório de uma viga comum, um modelo numérico de uma viga comum utilizando o software *ABAQUS* e 4 modelos numéricos para vigas reforçadas, com o mesmo reforço a distâncias diferentes do centro da viga.

Yasir *et al.* (2019) concluíram que a condição 2, com as placas de reforço instaladas a 80 polegadas do centro da viga, foi a que apresentou melhores resultados. De acordo com eles, a resistência da viga havia sido reduzida em cerca de 50%. No entanto, com o reforço de CFRP, a viga recuperou boa parte de sua resistência, rompendo a um carregamento de 13528 libras,

enquanto a carga de ruptura da viga em condição original era de 16085 libras. A **Figura 31** mostra o desenvolvimento das fissuras na viga do modelo 2 no momento da ruptura.

Figura 31 - Fissuração na ruptura da viga BPC-2 reforçada com CFRP



Fonte: Yasir *et al.* (2019).

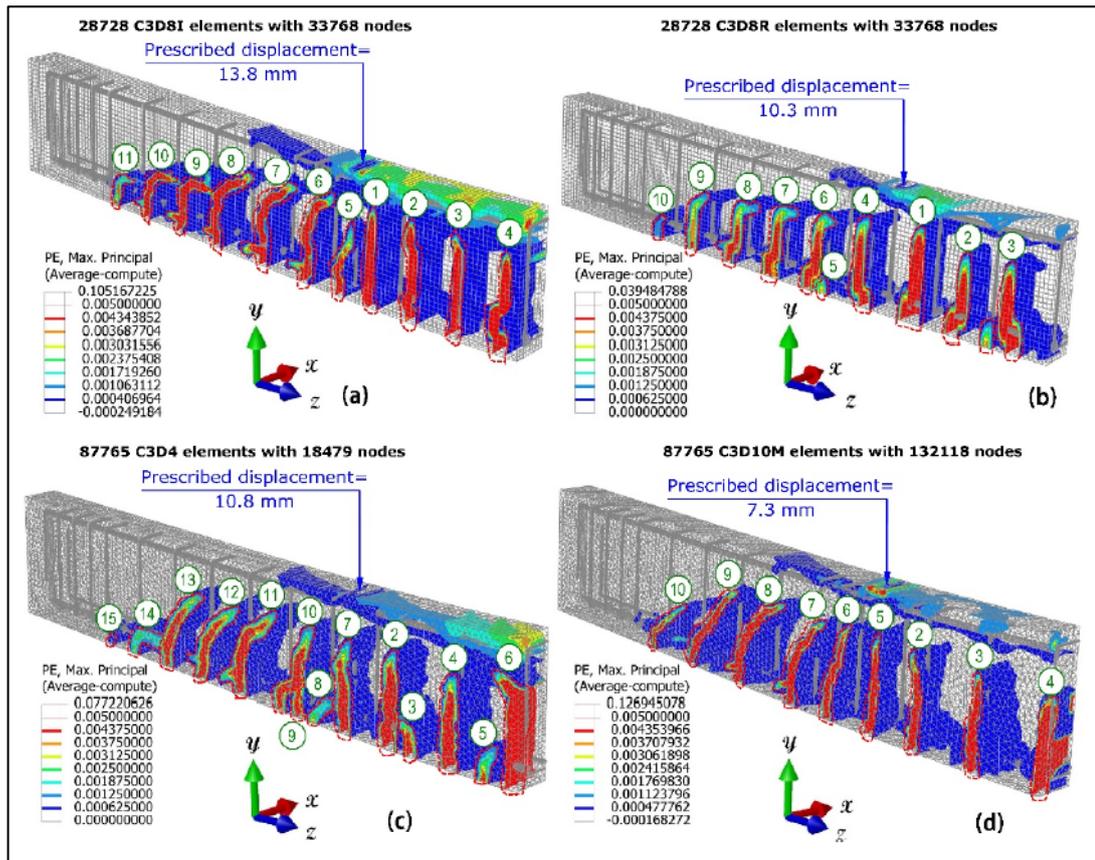
Earij *et al.* (2017) realizaram um estudo avaliando o comportamento de vigas submetidas à flexão utilizando o modelo CDP. Os autores se basearam em resultados experimentais para conduzir uma extensa análise de sensibilidade nos parâmetros do CDP, no tipo de elemento finito usado na modelagem e divisão da malha de elementos finitos.

Dentre os resultados e comentários disponibilizados pelos autores, observou-se que o ângulo de dilatância ψ é o que exerce maior influência no comportamento do material, a excentricidade ϵ e o parâmetro f_{b0}/f_{c0} , exerceram influência desprezível nos modelos analisados.

Earij *et al.* (2017) utilizaram o modelo numérico para comparar os padrões de abertura de fissuras e as curvas carga *versus* deslocamento para a condição de carregamento-descarregamento-recarregamento.

A **Figura 32** mostra os padrões de fissuração apresentados para diferentes elementos utilizados.

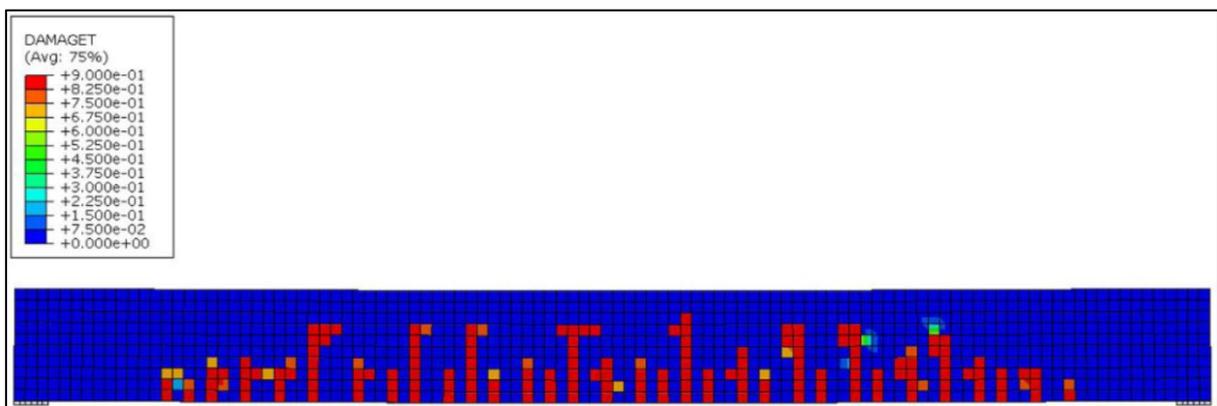
Figura 32 - Padrões de fissuração para vigas modeladas por diferentes elementos finitos



Fonte: Earij *et al.* (2017).

Pazdan (2021) avaliou a influência do comportamento não linear do concreto em vigas submetidas à flexão. Para isso, o autor mediu a variação do módulo de elasticidade do concreto em corpos de prova experimentais de acordo com o nível de tensão atuante na seção, para diferentes estágios de carregamento e comparou resultados experimentais ao modelo criado no *ABAQUS* utilizando o CDP. As vigas modeladas possuíam taxa de armadura de 1%, vão livre de 5m e dimensões 300 mm por 500 mm. A **Figura 33** mostra o padrão de abertura de fissuras desenvolvido na viga em estudo.

Figura 33 - Abertura de fissuras em viga fletida

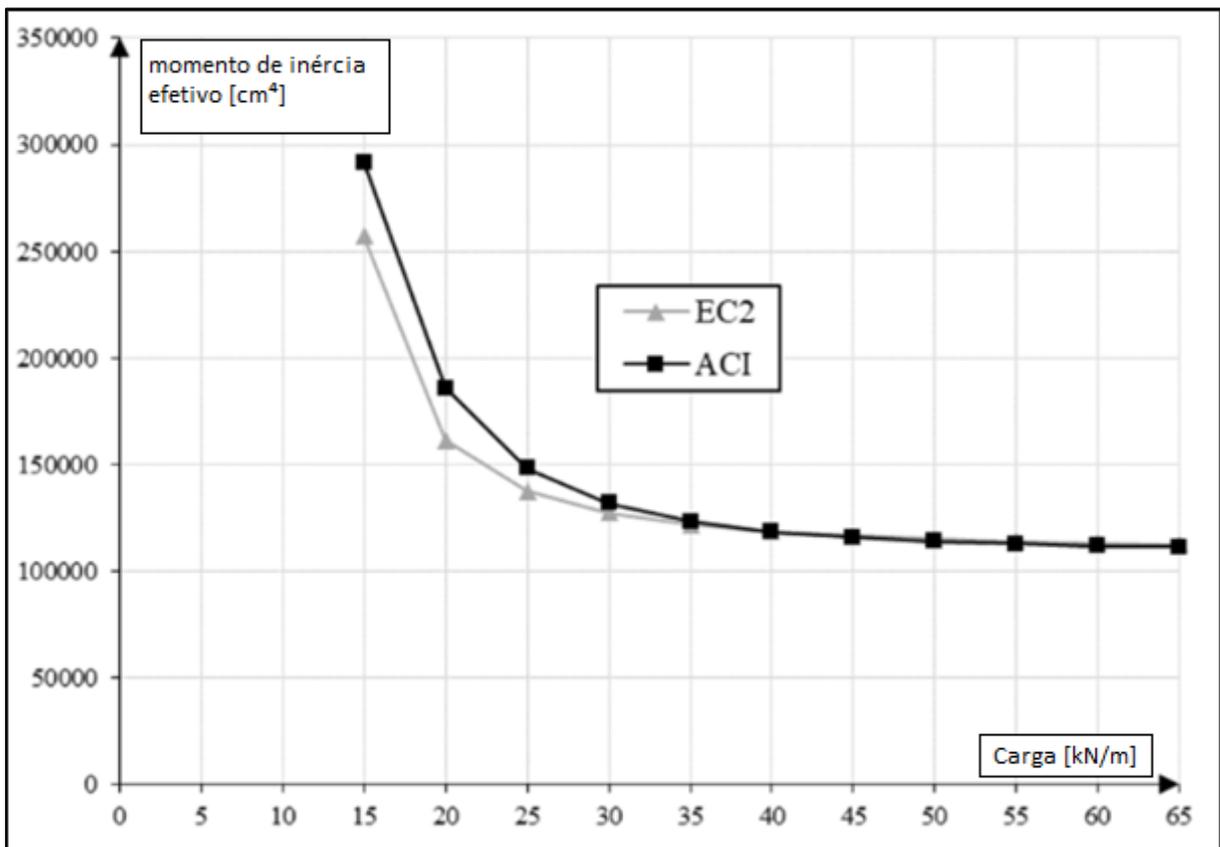


Fonte: Pazdan (2021).

Segundo Pazdan (2021), a variação do módulo de elasticidade tem efeito desprezível no dimensionamento das vigas e o aumento na deflexão observada foi de apenas 1,5%, também desprezível.

Pazdan (2021) também comparou os valores para o Momento de Inércia Equivalente I_e fornecidos pelas formulações dos códigos ACI 318-39 e EN 1992-1-1 para carregamentos distribuídos de 15 kN/m a 65 kN/m (Figura 34).

Figura 34 - Variação do momento de inércia efetivo de acordo com o nível de carregamento



Fonte: Adaptado de Pazdan (2021).

A Figura 34 evidencia a redução do momento de inércia causado pela fissuração no concreto.

Gowda *et al.* (2021) estudaram o comportamento de vigas de concreto armado com agregado de origem reciclável, submetidas à flexão. Para tal, conduziram um experimento em laboratório com 12 vigas em 4 traços diferentes. Os autores elaboraram também 4 modelos numéricos no *ABAQUS* utilizando o CDP, um para cada traço, e compararam os resultados observados com os de modelos experimentais. Observaram boa concordância entre os modelos e o experimento real, com variações de 7% a 4% nas cargas para as primeiras fissuras. As diferenças para as cargas de ruptura observadas foram ainda menores, de 1,9% a 0,32% (Tabela 5).

Tabela 5 - Comparativo entre as cargas de ruptura das vigas de concreto com agregado de origem reciclável

Viga	Carga de ruptura experimental (kN) (E)	Carga de ruptura do modelo numérico (kN) (A)	Taxa (E/A)
B-1	57.81	58	1.00
B-2	54.15	55.2	0.98
B-3	43.75	44.1	0.99
B-4	47.92	48.46	0.99

Fonte: Adaptado de Gowda *et al.* (2021).

Slowik (2018) conduziu um estudo experimental em vigas de concreto nas condições sem armadura, subarmada, balanceada e superarmada, sem armadura de cisalhamento para a condição superarmada. Para isso, a autora produziu 6 vigas de concreto: 3 sem armadura e 3 em condição subarmada, com a intenção de estudar o mecanismo de propagação de fissuras. Depois, foram produzidas mais 3 vigas com taxas de armadura de 0,9%, 1,3% e 1,8%, com o objetivo de estudar o efeito da variação da taxa de armadura. A **Figura 35** mostra o desenvolvimento das fissuras para a taxa de armadura de 1,3%.

Figura 35 - Distribuição de fissuras na ruptura em ensaio experimental de viga fletida



Fonte: Slowik (2018).

Slowik (2018) concluiu que, para as condições sem armadura e subarmada, a ruptura do elemento estrutural ocorre de modo frágil devido à formação de fissuras por flexão. A autora ressalta que o momento de fissuração define a capacidade de carga da viga.

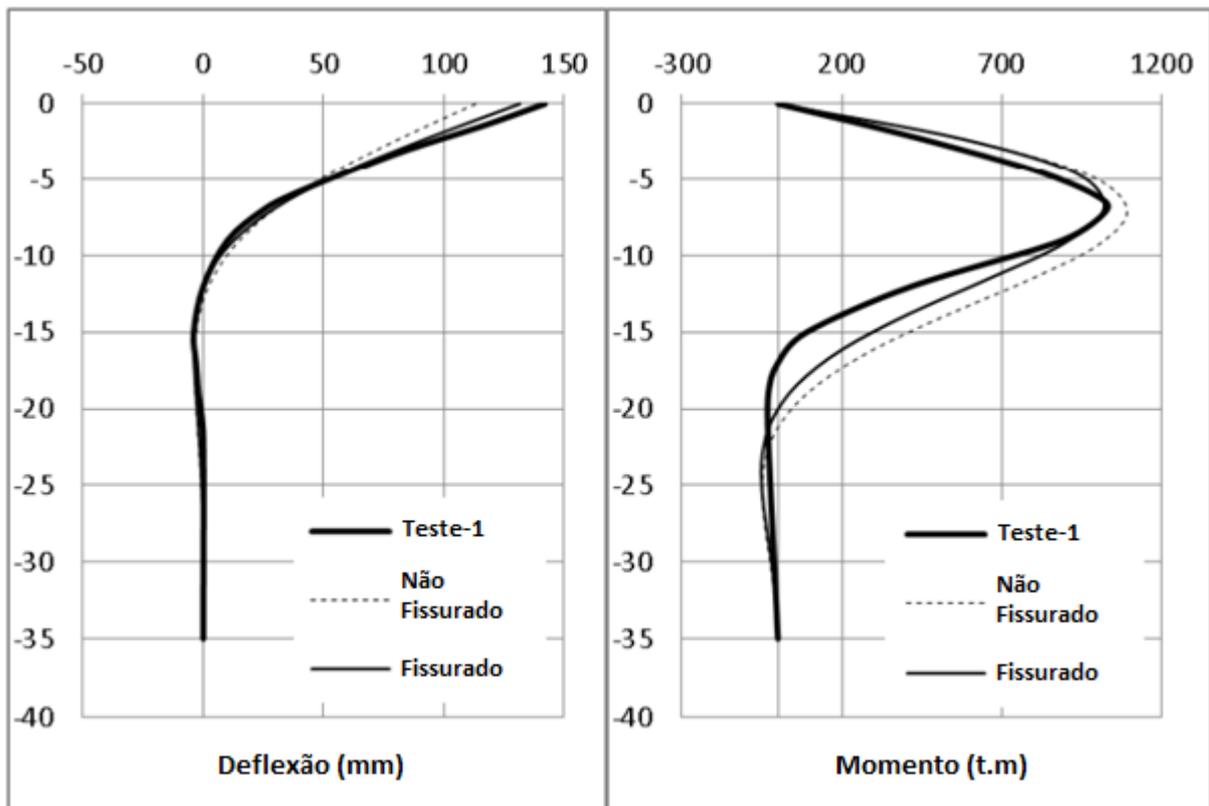
Na condição balanceada, ocorre um crescimento estável das fissuras por flexão e a capacidade de carga da viga é definida pelo momento em que a viga atinge toda sua capacidade de flexão, ou seja, no momento de escoamento do aço e do encurtamento do concreto por compressão.

No entanto, na condição superarmada sem armadura de cisalhamento, a ruptura ocorre por cisalhamento, devido ao surgimento de fissuras diagonais. Mas a autora ressalta que o intertravamento entre os agregados e a atuação da armadura como uma espécie de “chumbador” exercem funções importantes na ruptura de uma viga nessas condições.

Ebid (2015) estudou o efeito da fissuração no comportamento de estacas de concreto armado carregadas horizontalmente. O autor desenvolveu uma ferramenta própria, não-linear, em elementos finitos, no *Microsoft Office Excel* para realizar os cálculos.

O estudo foi conduzido em 24 modelos diferentes de estacas, com variação da geometria, taxa de armadura, rigidez relativa e condições de engastamento no topo. Para todos os casos, fixou-se o f_{ck} do concreto em 25 MPa, o f_{yk} do aço em 36 MPa e o cobrimento das armaduras em 5 cm. A **Figura 36** mostra os diagramas de deslocamento horizontal e momento fletor ao longo da profundidade da estaca. Nas curvas, constam os resultados do Teste 1, experimental, no qual o autor se baseou, e os resultados de sua ferramenta para as condições fissurada e não-fissurada. A estaca em análise era de topo livre.

Figura 36 - Deslocamentos e momentos fletores ao longo da profundidade da estaca



Fonte: Adaptado de Ebid (2015).

Os estudos de Ebid (2015) indicaram 3 modos de falha distintos, cada um característico de certos tipos de estaca, de acordo com a rigidez da estaca e da ligação de topo.

- 1) **Falha devida ao deslocamento excessivo no topo antes da fissuração:** comum em estacas rígidas de topo livre ou estacas rígidas com pouca armadura e topo engastado.
- 2) **Falha devida ao deslocamento excessivo no topo após o início da abertura de fissuras, mas antes da ruptura do elemento estrutural:** comum em estacas semirrígidas de topo livre ou estacas rígidas com elevada taxa de armadura e topo engastado.
- 3) **Falha devida à ruptura no elemento estrutural antes do deslocamento excessivo no topo:** comum em estacas flexíveis no geral, independente da condição de engastamento no topo.

Ebid (2015) comparou os resultados obtidos com os métodos propostos pelo código egípcio (ECP) e concluiu que os métodos já consagrados foram eficientes em prever os momentos e a distribuição de esforços horizontais na estaca, no entanto, os deslocamentos horizontais apresentados pelo modelo foram da ordem de 130% maiores. Ebid (2105) recomenda também que, para o cálculo simplificado de estacas submetidas a carregamentos horizontais, seja utilizado um momento de inércia efetivo da seção de concreto (I_e) equivalente a 75%-80% do momento de inércia bruto da seção (I_c), devido aos efeitos da fissuração.

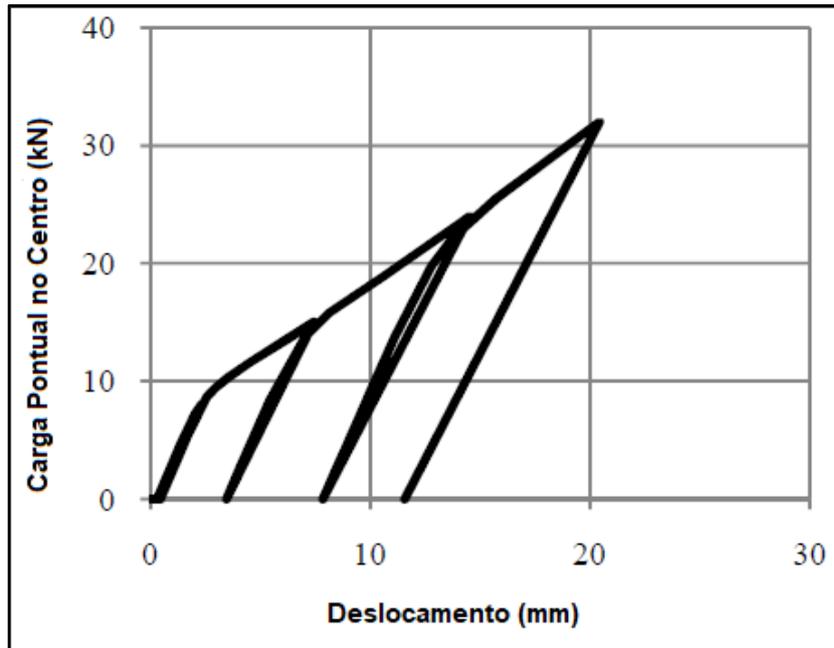
O Modelo CDP consiste em calcular as deformações plásticas e fissuração no concreto através de uma relação entre as tensões de ruptura e os deslocamentos e deformações impostos como parâmetros de entrada no modelo.

Wahalathantri *et al.* (2011) desenvolveram um modelo para o comportamento do concreto utilizando o CDP. O modelo consiste na unificação de propostas para o comportamento à compressão e à tração do concreto feitas por diferentes autores.

Os autores, então, modelaram uma viga utilizando o *ABAQUS* e compararam os resultados do modelo numérico desenvolvido com resultados experimentais para validar o modelo de comportamento.

A **Figura 37** mostra a curva carga *versus* deslocamento apresentada pelo modelo numérico.

Figura 37 - Curva carga versus deslocamento em viga para o modelo de comportamento proposto



Fonte: Adaptado de Wahalathantri *et al.* (2011).

É interessante observar, na **Figura 37**, o comportamento plástico do concreto com a fissuração. As cargas aplicadas deformam a viga. Então, com a retirada do carregamento, parte dos deslocamentos são recuperados, mas parte não.

O processo, então, se repete, de modo que o material se comporta de maneira linear até que a mesma carga responsável pelas últimas deformações seja atingida. Com o aumento da carga a um novo limite, o material apresenta novas deformações plásticas, aumentando a fissuração.

Wahalathantri *et al.* (2011) concluíram, portanto, que o modelo proposto foi capaz de representar de maneira aceitável o comportamento real do concreto.

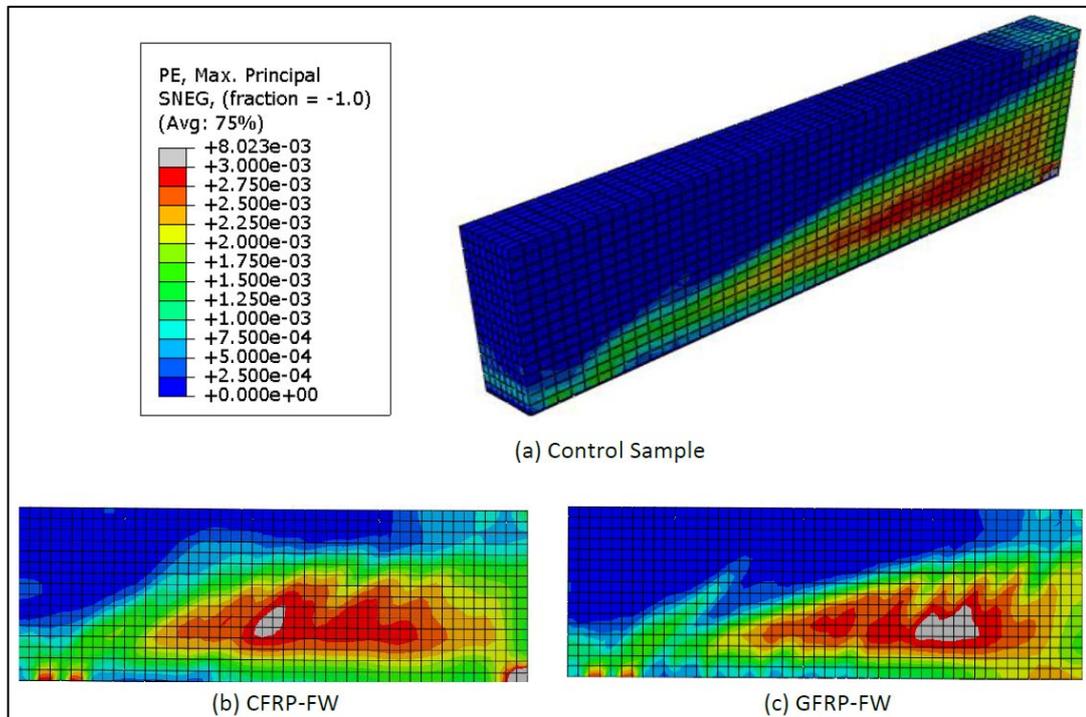
Umair-Saleem *et al.* (2018) estudaram o comportamento de vigas fletidas reforçadas com Polímero Reforçado com Fibra de Carbono (CFRP) e Polímero Reforçado com Fibra de Vidro (GFRP).

Os autores conduziram um experimento em laboratório para diversas configurações entre a taxa de reforço e a posição de instalação das fibras. Depois, utilizaram o *ABAQUS* para conduzir uma análise em elementos finitos e avaliar a precisão do modelo numérico em prever resultados experimentais desse tipo.

Umair-Saleem *et al.* (2018) utilizaram o visualizador de deformações plásticas (PE) do software para investigar a abertura de fissuras nos modelos. Na **Figura 38** são apresentadas as

deformações plásticas para vigas em condição normal (a), reforçada com CFRP (b) e reforçada com GFRP (c).

Figura 38 - Deformações plásticas na viga em estudo



Fonte: Umair-Saleem *et al.* (2018).

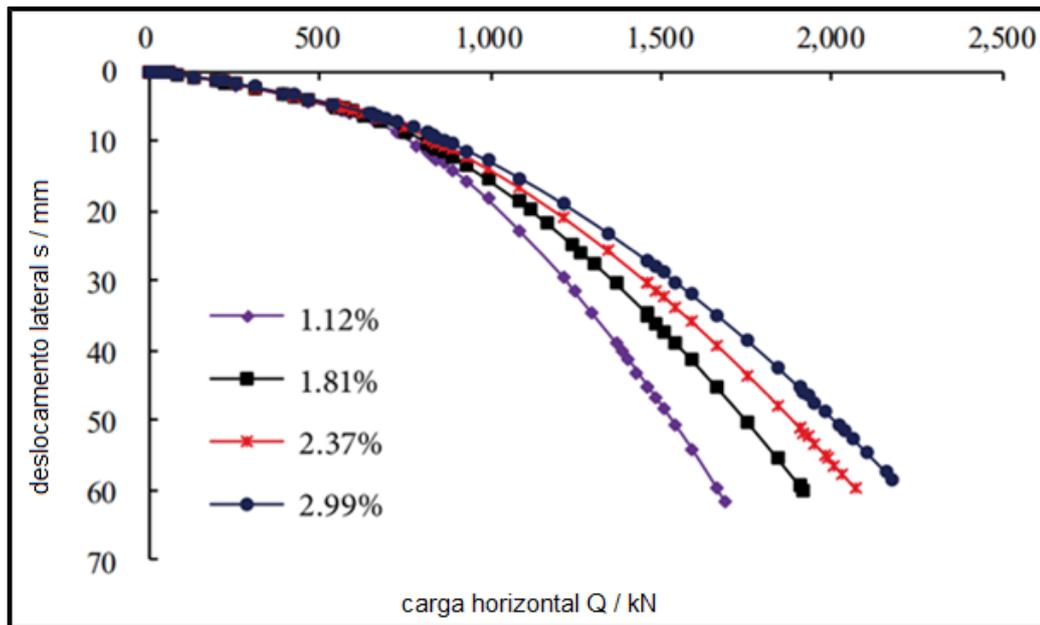
Umair-Saleem *et al.* (2018) concluíram que o CFRP se mostrou uma alternativa mais viável quando se trata de reforço em vigas, já que o ganho de resistência nos modelos experimentais e numéricos reforçados com GFRP foi pequeno. Os modelos numéricos apresentaram resultados coerentes com os observados experimentalmente. No entanto, foram observadas divergências entre eles no comportamento após o pico de carga.

Umair-Saleem *et al.* (2018) acrescentam ainda que apenas um dos modelos, com GFRP, apresentou ruptura. Nos outros modelos, a ruptura foi iniciada devido ao descolamento das placas de fibra da viga, ou por falha na cola epóxi ou na adesão à superfície pobre do concreto. Assim, é possível que a divergência entre os modelos experimentais e numéricos possa ser justificado pela falha no contato com a fibra, que não aconteceu no software, já que as condições de execução são perfeitas.

Qinglai & Yufeng (2018) estudaram a resposta de estacas submetidas a solicitações horizontais sob diferentes taxas de armaduras e carregamentos verticais. O trabalho foi conduzido em ambiente computacional, através de um modelo em elementos finitos. Foram utilizadas 4 taxas de armadura, de 1,12%, 1,81%, 2,37% e 2,99%. Posteriormente, o estudo com a carga vertical foi conduzido com cargas referentes a 0,2, 0,4, 0,6 e 0,8 vezes a capacidade de carga vertical da estaca.

A **Figura 39** exibe as curvas carga *versus* deslocamento horizontal para as estacas sob diferentes taxas de armadura.

Figura 39 - Curvas carga versus deslocamento horizontal para diferentes taxas de armadura de estacas



Fonte: Adaptado de Qinglai & Yufeng (2018).

Qinglai & Yufeng (2018) comentam que, para pequenos níveis de carregamento lateral, as curvas para as diferentes condições de taxa de armadura se sobrepõem. No entanto, a partir do início da fissuração, o deslocamento apresentado pelas estacas decresce com o aumento da taxa de armadura para um mesmo nível de carregamento. Assim, para estacas com menores taxas de armadura, concluem que a capacidade de carga do conjunto é controlada pela fissuração e ruptura da estaca, enquanto para maiores taxas de armadura, a capacidade de carga é governada pelo deslocamento da estaca em função das tensões e deformações no solo.

Quanto às cargas verticais, a pesquisa concluiu que os deslocamentos horizontais observados eram reduzidos pelo aumento da carga vertical. De acordo com os autores, uma das causas para este fenômeno é a compactação do solo causada pela carga vertical na estaca, que aumenta a resistência ao cisalhamento do solo para as solicitações horizontais. No entanto, os momentos fletores observados foram maiores para as estacas com maiores cargas verticais aplicadas.

Venkateswarlu & Hemanth (2018) realizaram um estudo sobre o comportamento à flexão de vigas de concreto armado utilizando modelagem em elementos finitos. O estudo teve como objetivo avaliar a eficácia da modelagem computacional como alternativa aos testes laboratoriais destrutivos. O artigo destaca a importância da análise estrutural em estruturas

modernas, que muitas vezes recorrem a métodos construtivos inovadores sem comprometer a segurança.

A pesquisa utilizou modelos tridimensionais de elementos finitos de vigas de concreto armado para simular o comportamento da estrutura sob diferentes condições de carregamento. O software utilizado no estudo foi o ABAQUS. A viga e a placa metálica para aplicação da carga foram modeladas utilizando o elemento finito C3D8R, enquanto as barras foram modeladas utilizando o elemento de viga B31. O estudo comparou os resultados entre os modelos computacionais e os testes laboratoriais para vigas de diferentes configurações e geometrias, com um f_{ck} de aproximadamente 38 MPa.

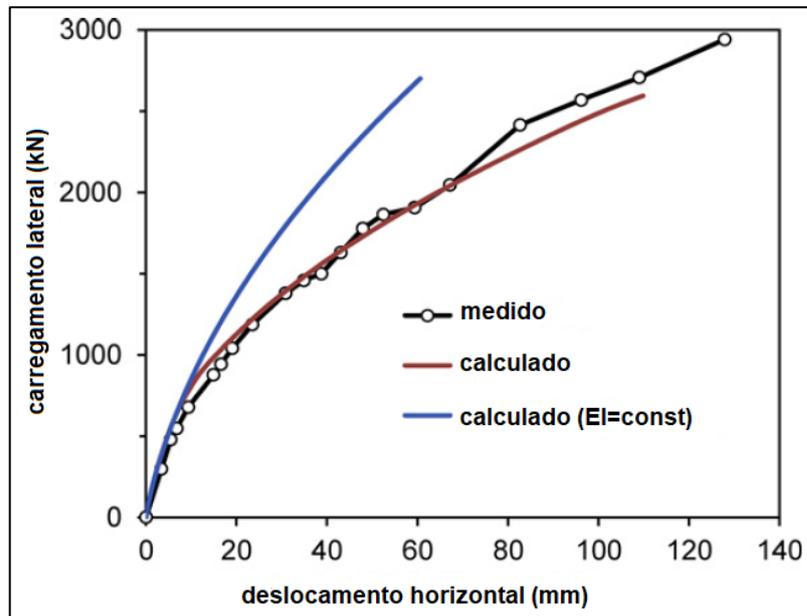
Os principais resultados do estudo mostraram que a modelagem computacional pode ser uma alternativa eficaz aos testes laboratoriais destrutivos para avaliar o comportamento à flexão de vigas de concreto armado. A investigação analítica revelou o comportamento da viga de concreto armado em diferentes pontos de interesse, incluindo a capacidade máxima de carga, flecha e padrão de fissura. Venkateswarlu & Hemanth (2018) também compararam os resultados da modelagem computacional com os dados experimentais, demonstrando a precisão da abordagem de modelagem. No geral, a pesquisa fornece informações valiosas sobre o uso de modelagem baseada em computador para análise de segurança estrutural e destaca a importância de uma análise cuidadosa e detalhada em estruturas modernas.

Conte *et al.* (2013) conduziram um estudo com o objetivo de avaliar o comportamento de estacas de grandes diâmetros submetidas a carregamentos laterais. As análises foram conduzidas utilizando o método dos elementos finitos, pelo software ABAQUS.

O caso em estudo consiste em estacas com diâmetro de 1,5 metro, cravadas em solo estratificado em condição saturada. Conte *et al.* (2013) utilizaram a modelagem em elementos finitos para representar o problema completo em ambiente tridimensional, levando em consideração a plastificação do solo, das armaduras e a fissuração na estaca de concreto.

A **Figura 40** mostra um comparativo da fase de calibração do modelo elaborado, onde os deslocamentos observados nos modelos em elementos finitos com e sem fissuração são confrontados com os resultados de um estudo de campo.

Figura 40 - Comparativo dos deslocamentos medidos e estimados através do modelo de elementos finitos

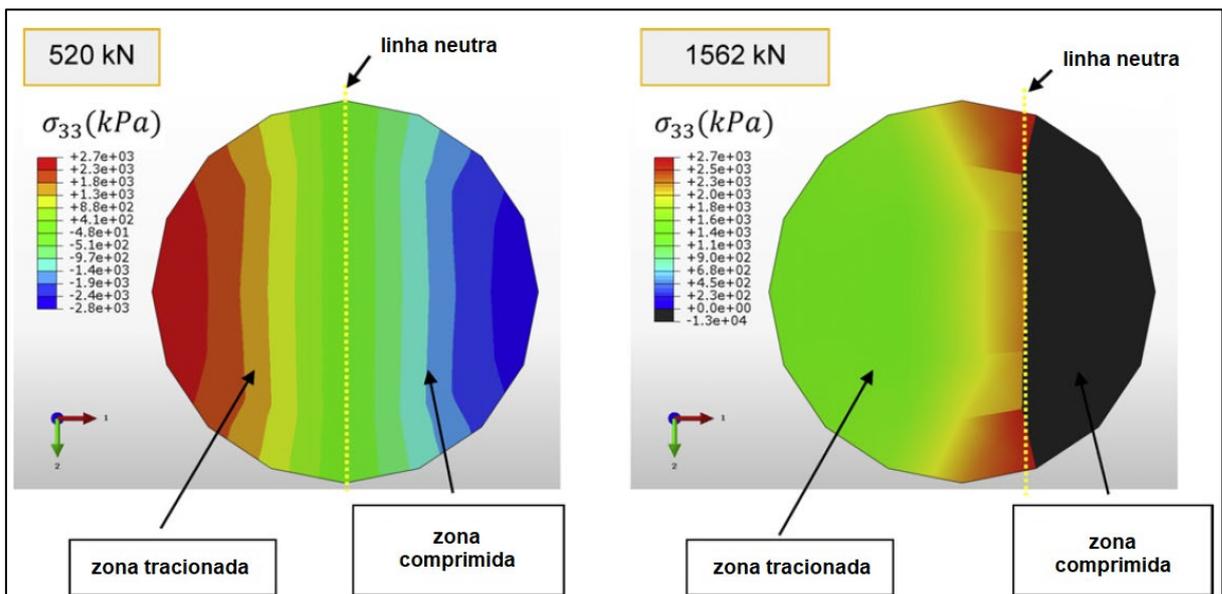


Fonte: Adaptado de Conte *et al.* (2013)

As curvas expostas na **Figura 40** expõem a importância da consideração da fissuração na análise de estacas submetidas a carregamentos laterais, visto que os deslocamentos observados pelo modelo que não considera perda de inércia são muito menores que os deslocamentos reais observados para um mesmo carregamento, enquanto o modelo fissurado se aproxima satisfatoriamente dos resultados de campo.

A **Figura 41** mostra a evolução das tensões na seção transversal da estaca com o aumento da carga horizontal.

Figura 41 - Distribuição de tensões na seção transversal da estaca



Fonte: Adaptado de Conte *et al.* (2013)

É possível perceber, através da **Figura 41**, o deslocamento da linha neutra no sentido das tensões de compressão, de modo que a parcela tracionada da estaca aumenta com o aumento da carga horizontal aplicada. Com o aumento das tensões de tração, o concreto inicia o processo de fissuração, de modo que as fissuras se estendem por toda a região tracionada que possuir tensão de tração maior que a tensão correspondente ao momento de fissuração.

O estudo conclui ainda que, para profundidades de até 2,5 vezes o diâmetro da estaca, a força de contato na superfície solo-estaca apresenta valores limites que podem ser estimados de maneira satisfatória utilizando as equações de Broms (1964).

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

O presente trabalho constitui-se na elaboração de um modelo numérico capaz de representar o comportamento do conjunto solo-estaca para estacas de concreto armado carregadas horizontalmente e a subsequente análise da variação da taxa de armadura e sua influência nos principais parâmetros de análise do conjunto. Deste modo, a pesquisa foi dividida em quatro etapas, descritas nos tópicos seguintes.

3.1 DEFINIÇÃO DAS CONFIGURAÇÕES DE ESTUDO

Os estudos realizados por Abreu (2014) voltaram-se a blocos sobre uma, duas e três estacas, com estacas de concreto de 30 centímetros de diâmetro, armadas com 4 barras de aço CA50 de 16 milímetros de diâmetro, representando uma taxa de armadura de, aproximadamente, 1,14%. Nesta pesquisa, a análise foi estendida a uma maior variedade de configurações para as armaduras, focando apenas no caso de estacas isoladas. As estacas possuíam 8 metros de comprimento e foram executadas com o topo a 0,5 m acima da superfície, resultando em um comprimento enterrado de 7,5 metros. O autor utilizou estribos de 6,3 mm com espaçamento de 15 cm.

A pesquisa de Abreu (2014) foi utilizada como base para validação do modelo desenvolvido neste trabalho, onde buscou-se um modelo que apresentasse os resultados correspondentes aos observados em campo pelo autor citado. A escolha do trabalho de Abreu (2014) para este passo se deve à similaridade entre as características do solo do campo experimental da UnB, onde os estudos de Abreu (2014) ocorreram, e o solo de Maringá.

Foram elaborados cinco modelos, com alterações na taxa de armadura das estacas: 0,5%, 1% e 2%, e diferentes cargas horizontais aplicadas. É importante ressaltar que a taxa de

armadura, dada pela razão entre a área de aço das barras e a área da seção transversal de concreto é um dado contínuo, já que não é possível adicionar frações de barra para chegar ao valor exato da taxa de armadura determinada no estudo e a utilização de barras com diâmetros diferentes em uma mesma estaca é uma situação pouco frequente em casos práticos.

Além disso, adotou-se um número par de barras com o objetivo de se obter uma distribuição simétrica na seção da estaca. Assim, as configurações para as taxas de armadura estimadas e as taxas de armadura efetivas estão representadas na **Tabela 6**. O cobrimento das armaduras foi determinado em cinco centímetros para todas as estacas.

Tabela 6 - Configurações em estudo

Identificação	Disposição das Armaduras	Taxa de Armadura ρ (%)	Carga Horizontal Aplicada (kN)
Modelo 1	4 Ø 10mm	0,44	34
Modelo 2	6 Ø 12.5mm	1,04	34
Modelo 3	8 Ø 16mm	2,28	34
Modelo 4	6 Ø 12.5mm	1,04	57
Modelo 5	8 Ø 16mm	2,28	70

Fonte: O autor

3.2 DEFINIÇÃO DO MODELO NUMÉRICO

O modelo numérico foi desenvolvido com a utilização do *software ABAQUS Standard 6.14*, com licença do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Estadual de Maringá - PCV/UEM.

As estacas foram modeladas com propriedades de dano aplicadas ao concreto (*Damage Plasticity*) segundo as formulações de Hordjik (1991) e, o solo, modelado com comportamento elasto-plástico, pelo modelo de ruptura de Mohr-Coulomb, enquanto as armaduras das estacas foram modeladas como elementos de barra, em regime elastoplástico.

O efeito da ancoragem não foi verificado nas análises do presente trabalho, de modo que as barras de aço foram modeladas com aderência perfeita ao concreto das estacas.

Os parâmetros utilizados na modelagem da estaca constam na **Tabela 7**, onde “Ø” é o diâmetro da estaca, “L” é o comprimento enterrado da estaca e “e” é o comprimento da estaca acima da superfície do maciço.

Tabela 7 - Parâmetros do concreto utilizados na modelagem da estaca

Parâmetros Gerais					
f_{ck} (MPa)	Ø (cm)	L (m)	e (m)	E_c (GPa)	ν
20	30	7,5	0,5	20	0.2

Parâmetros CDP				
ψ (°)	ϵ	$fb0/fc0$	K	Viscosidade
25	0.1	1.16	0.667	0.01

Fonte: O autor.

O parâmetro de viscosidade, inserido no CDP, confere um comportamento visco-plástico ao material, facilitando a convergência dos resultados e reduzindo drasticamente o tempo de processamento. No entanto, a visualização da abertura de fissuras fica menos precisa quanto maior o valor adotado. Os valores usuais para o parâmetro de viscosidade variam de 0 (ideal) a 0,01.

Ao adotar o valor de 0 para o parâmetro de viscosidade, a visualização da fissuração é tão precisa como observado na **Figura 32**, mas o tempo de processamento aumenta drasticamente enquanto as possibilidades de convergência do modelo são reduzidas.

Em trabalhos onde o único elemento analisado é a peça de concreto, os autores geralmente adotam viscosidade 0. No entanto, devido às proporções geométricas, à quantidade de elementos finitos e à complexidade do modelo deste trabalho, optou-se por utilizar um valor não nulo ao parâmetro de viscosidade devido a problemas de convergência e a tempos de processamento impraticáveis nas limitações da pesquisa.

3.2.1 Análise de sensibilidade

Na etapa de validação do modelo numérico, foi conduzida uma análise de sensibilidade para definir a geometria dos elementos. O mesmo procedimento foi adotado para a definição das malhas de elementos finitos dos elementos de concreto e do solo, que foi refinada na região próxima ao contato com a estaca.

Para o solo, as dimensões iniciais foram estabelecidas de acordo com as relações impostas por Dong *et al.* (2018) para evitar a influência dos efeitos de contorno. Depois, foram estabelecidos valores maiores e menores para as dimensões do modelo, observando-se o tempo de processamento e os resultados observados para cada caso. Optou-se, então, pelo modelo de dimensões onde o tempo de processamento era o menor possível para resultados similares a modelos maiores.

As malhas dos elementos foram definidas da mesma forma. Arbitrando-se malhas de tamanhos usuais e de acordo com as recomendações do manual do *software*, foi estabelecida uma comparação entre o tempo de processamento e o resultado obtido para cada configuração de malha de maneira isolada. As malhas escolhidas foram aquelas com o menor tempo de

processamento para uma variação de resultados desprezível (<1%) em relação aos modelos com malhas mais refinadas.

Estas análises seguiram para cada tipo de malha do modelo, de maneira separada: região refinada, região não-refinada, malha vertical e estaca.

3.2.2 Definição da geometria

De maneira a reproduzir o ensaio de Abreu (2014), a estaca foi modelada como descrito na seção 3.1 deste trabalho, com comprimento total de 8 metros, sendo 7,5 metros enterrados, e com diâmetro de 30 centímetros.

As análises foram conduzidas em modelo elástico, com os parâmetros gerais do solo e do concreto fornecidos por Abreu (2014), adotados idênticos para todos os modelos (**Tabela 8**).

Tabela 8 – Parâmetros utilizados para a análise sensorial da geometria do modelo em regime elástico

Solo				Concreto		
γ_s (kN/m ³)	E_s (MPa)	ν_s	K_0	γ_c (kN/m ³)	E_{cs} (MPa)	ν_c
16	4	0.3	0.54	20	20000	0.2

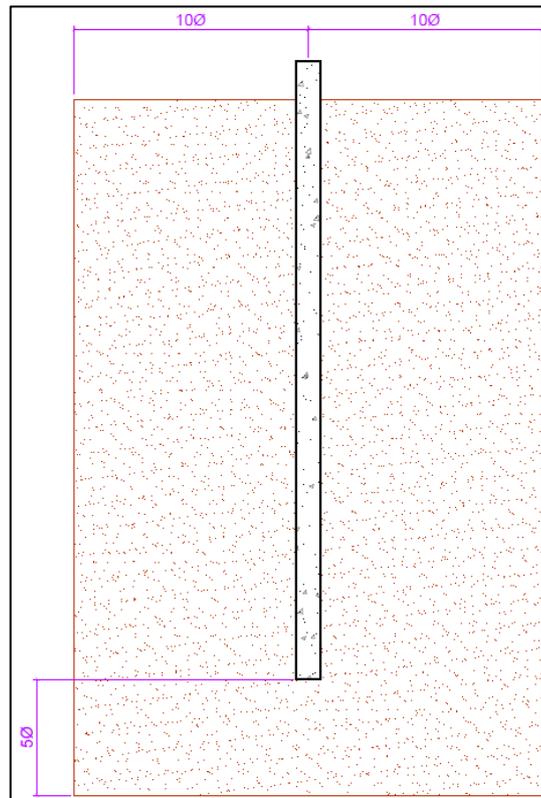
Fonte: O autor

A superfície de contato foi modelada considerando *Hard Contact* com penalização linear *default* do software para o comportamento das tensões normais, enquanto o comportamento tangencial foi modelado pelo critério de Coulomb, isotrópico, considerando um coeficiente de atrito de 0,34, calculado em função do ângulo de atrito entre o solo e o concreto.

Para as condições de contorno, restringiu-se os deslocamentos nas direções horizontais ao longo da altura do maciço de solos. Na base do maciço, os deslocamentos foram restringidos nas três direções. Deste modo, o cilindro de solo foi confinado, permitindo a simulação da situação real.

Após uma análise de sensibilidade realizada para definir cada dimensão do modelo (seção 3.2.1), foi obtida a geometria do modelo final, que consiste em um cilindro com diâmetro de 6 metros e comprimento de 9 metros, representando o modelo de solo, como mostra a **Figura 42**.

Figura 42 - Geometria geral dos modelos

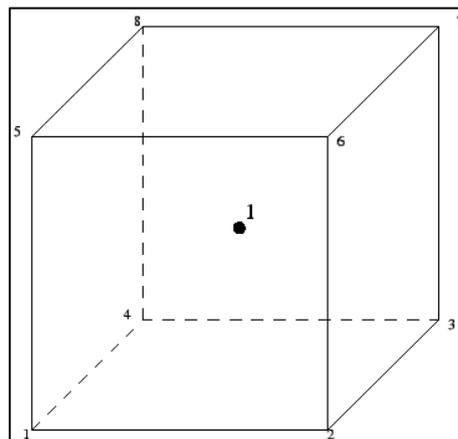


Fonte: O autor

3.2.3 Definição da malha

Nesta etapa, foram elaborados diversos modelos com o objetivo de obter uma malha ótima, capaz de fornecer resultados satisfatórios pelo menor custo computacional possível, para o solo e a estaca. A partir deste ponto, o mesmo elemento finito foi utilizado tanto para a estaca quanto para o solo, o elemento C3D8R, um elemento hexaédrico de 8 nós com interpolação linear e integração reduzida (**Figura 43**).

Figura 43 - Elemento C3D20R

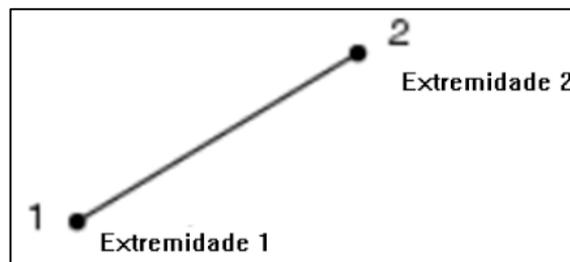


Fonte: Dassault Systèmes (2011)

O primeiro material a ter sua malha definida foi o solo. Foi adotada inicialmente uma região cilíndrica de malha refinada com diâmetro de $4\emptyset$ em relação ao centro geométrico do modelo. A partir da face da região refinada, foi adotada uma malha com a propriedade *bias*, que aumenta a dimensão dos elementos conforme se distancia da malha refinada em direção à borda do maciço. A malha vertical foi adotada constante para todo o modelo do maciço.

Para a estaca, o mesmo elemento foi utilizado e a malha adotada foi considerada constante em toda a estaca. Para simular o comportamento das barras no concreto pelo menor custo computacional possível, foi escolhido um elemento de treliça, que despreza a flexão nas barras. Trata-se do elemento T3D2, de formulação linear (**Figura 44**).

Figura 44 - Visão geral do elemento T3D2



Fonte: Adaptado de Dassault Systèmes (2012)

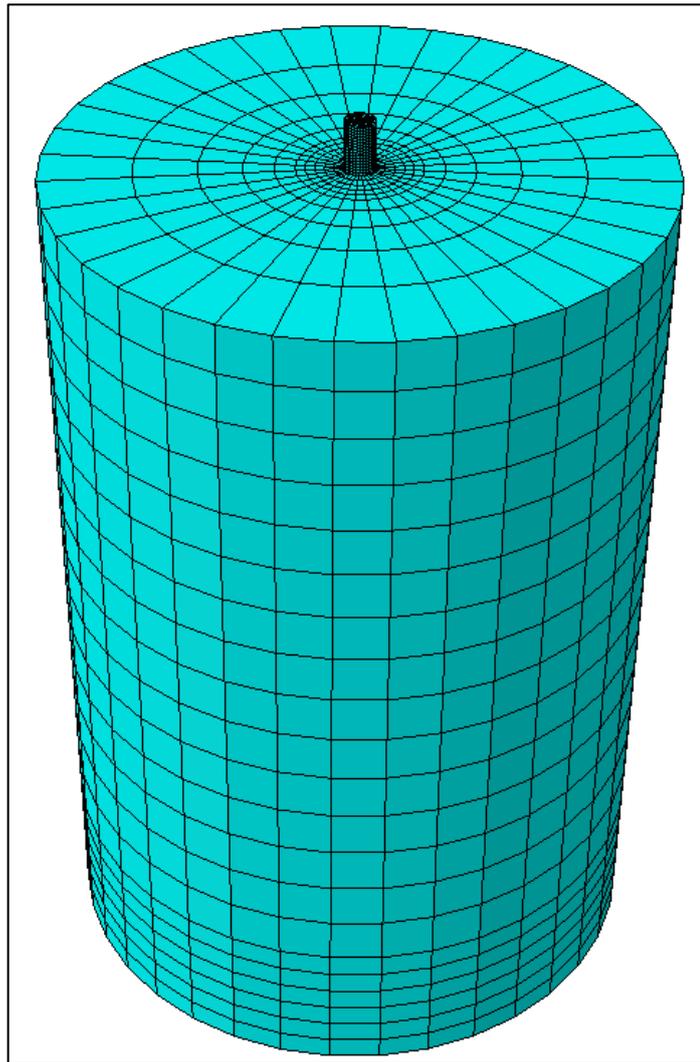
Diversas combinações foram testadas, mas os resultados obtidos divergiam apenas após a quinta ou sexta casa decimal. Deste modo, a malha das armaduras foi escolhida em função do custo computacional. A malha adotada para cada região do modelo pode ser visualizada na **Tabela 9** e na **Figura 45**.

Tabela 9 - Resumo das malhas adotadas no modelo numérico

Região	Elemento	Dimensão dos elementos
Malha refinada (maciço de solo)	C3D8R	$\emptyset/3$
Malha "bias" (maciço de solo)	C3D8R	$2\emptyset/3$ a $4\emptyset/3$
Malha vertical (maciço de solo)	C3D8R	$4\emptyset/3$
Estaca	C3D8R	$\emptyset/10$
Armaduras	T3D2	$\emptyset/10$

Fonte: O autor.

Figura 45 - Modelo numérico com a definição das malhas de elementos finitos



Fonte: O autor.

3.2.4 Validação

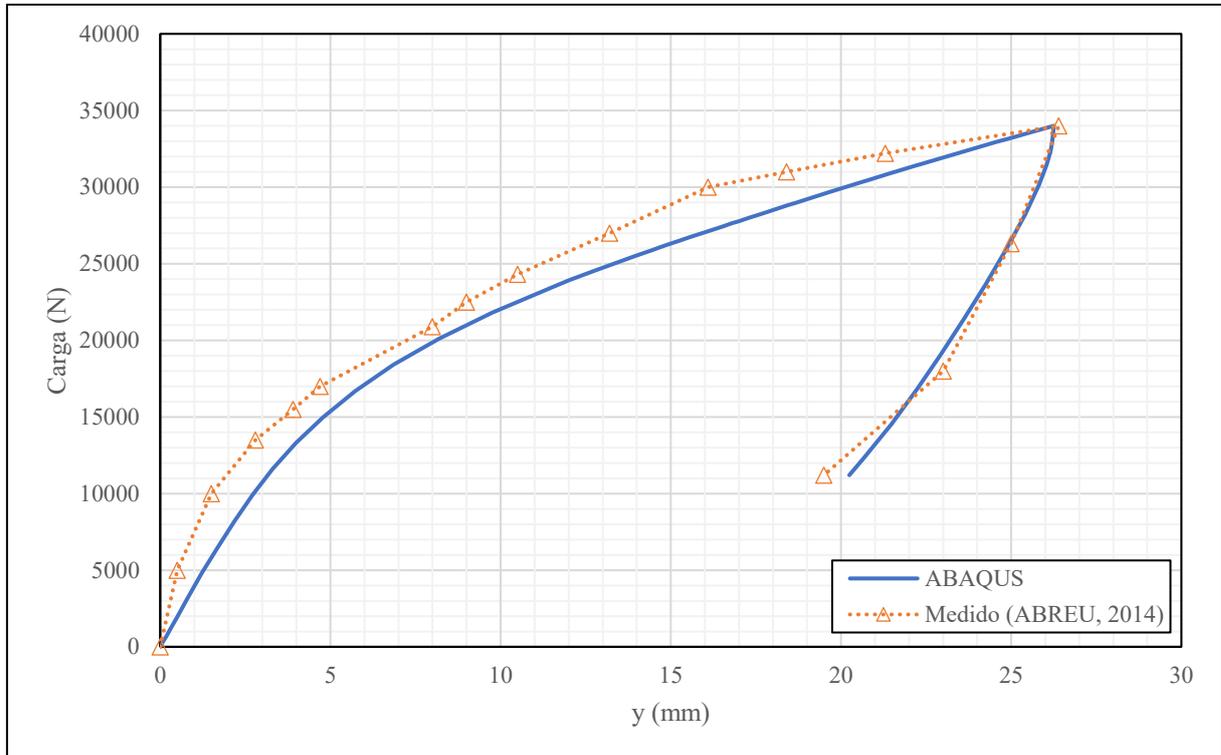
Para a validação, comparou-se as curvas de carga *versus* deslocamento no topo da estaca, entre a curva apresentada por Abreu (2014) e as observadas no modelo numérico desenvolvido no *ABAQUS*. Os parâmetros geotécnicos foram ajustados de acordo com as curvas obtidas até a obtenção de uma concordância satisfatória. Para tal, foi conduzida uma análise paramétrica e avaliou-se a interferência de cada parâmetro na geometria da curva. O ajuste foi conduzido de forma separada para cada parâmetro até a obtenção da curva da **Figura 46**.

Os parâmetros geotécnicos finais e as curvas carga *versus* deslocamento no topo podem ser visualizados na **Tabela 10** e na **Figura 46**.

Tabela 10 - Parâmetros geotécnicos do modelo validado

E_s (MPa)	c' (kPa)	ϕ' (°)	γ_n (kN/m ³)	ν
15	10	25	16	0.3

Fonte: O autor.

Figura 46 - Comparativo de curvas carga *versus* deslocamento no topo da estaca

Fonte: O autor.

As curvas da **Figura 46** evidenciam que há uma concordância razoável entre os modelos. O erro médio calculado entre as duas curvas é de, aproximadamente, 5%, enquanto o erro máximo observado foi de 10%. Portanto, para os fins desta pesquisa, pode-se considerar que o modelo desenvolvido é válido para as análises subsequentes.

O tempo médio de processamento do modelo validado foi de, aproximadamente, 2 horas. A máquina utilizada possui CPU Intel Core i7-11800H com 8 núcleos de 4.60 GHz (Turbo Clock), Memória RAM DDR4 de 16 GB, GPU Nvidia GeForce RTX 3060 e sistema operacional Windows 11 Home.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

4.1 VARIACÃO DA TAXA DE ARMADURA

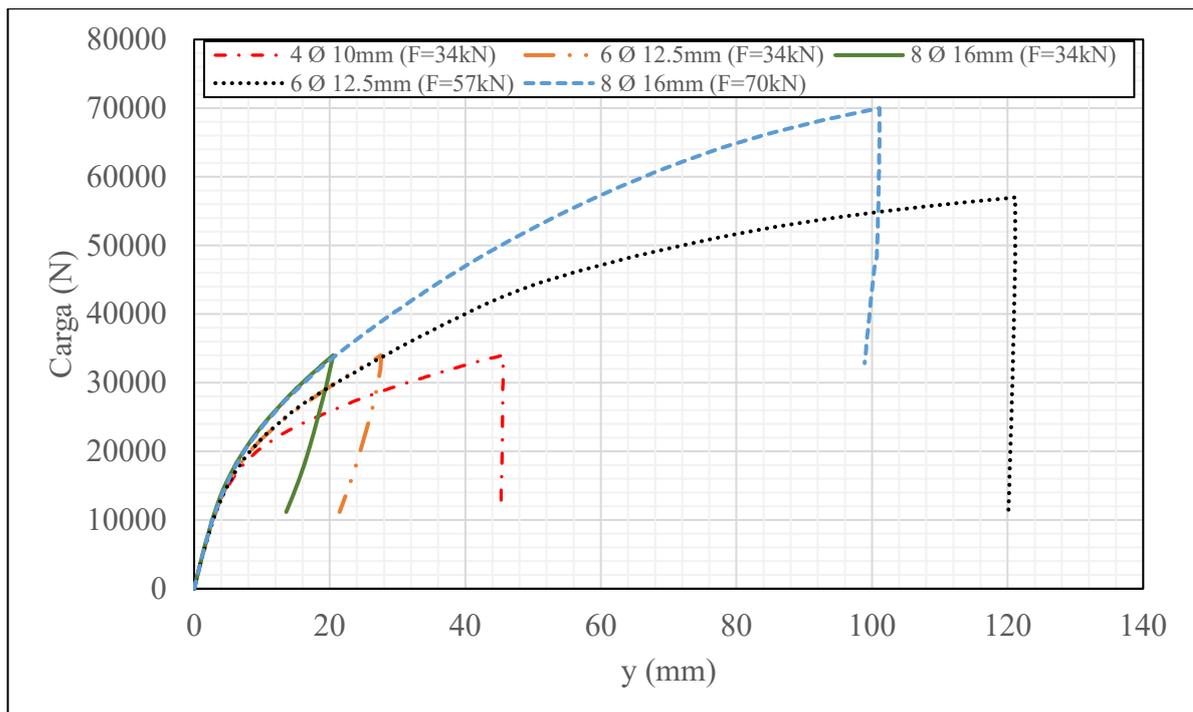
4.1.1 Influência no comportamento da estaca

Nos modelos analisados, foi mantida a mesma carga de ruptura encontrada por Abreu (2014) para diferentes taxas de armadura. Abreu (2014) observou que o deslocamento da estaca no momento da ruptura do solo foi de aproximadamente 26,4mm. Os dados condizem com a experiência em que admite-se que o deslocamento necessário para promover a ruptura do solo seria de aproximadamente 10% do diâmetro da estaca, ou $0,1\phi$.

Com a análise dos modelos elaborados, percebeu-se que apenas o modelo com taxa de armadura de 0,44% apresentou ruptura para a carga horizontal aplicada por Abreu (2014), de 34 kN. Assim, foram elaborados mais 2 modelos, com maiores cargas aplicadas, a fim de estudar os modos de ruptura das estacas com maiores taxas de armadura, de acordo com a **Tabela 6**. As cargas máximas estabelecidas na **Tabela 6** para os Modelos 4 e 5 são as cargas da ruptura estrutural de cada modelo.

Foram elaboradas as curvas entre a carga horizontal aplicada no topo e a deflexão de topo das estacas para cada caso em estudo (**Figura 47**).

Figura 47 - Curvas carga versus deflexão no topo das estacas para diferentes taxas de armadura



Fonte: O autor.

É notável a diferença de comportamento na curva carga *versus* deflexão entre os modelos que apresentaram ruptura e os que não apresentaram. Para os Modelos 1, 4 e 5, onde houve a ruptura estrutural, não houve recuperação significativa dos deslocamentos durante a fase de descarregamento, evidenciando a plastificação da estaca.

Nos modelos onde não houve ruptura estrutural, houve a recuperação de parte dos deslocamentos, como mostra a **Tabela 11**.

Tabela 11 - Deslocamentos observados no modelo numérico

Modelo	$y_{\text{máx}}$ (mm)	y_{final} (mm)	Recuperação
1 ($\rho=0,44\%$; F=34kN)	45.56	45.27	0.63%
2 ($\rho=1,04\%$; F=34kN)	27.60	21.47	22.21%
3 ($\rho=2,28\%$; F=34kN)	20.51	13.60	33.71%
4 ($\rho=1,04\%$; F=57kN)	121.13	120.13	0.83%
5 ($\rho=2,28\%$; F=70kN)	101.11	98.91	2.18%

Fonte: O autor.

Como as configurações em estudo neste momento são diferentes da configuração exposta em Abreu (2014), não é possível assumir que o deslocamento responsável pela ruptura do solo seriam os mesmos 26,40 mm. Assim, para todos os efeitos, foi adotado o critério prático, onde a ruptura é assumida a um deslocamento de 10% do diâmetro da estaca, ou seja, 30 mm.

Adotando este critério, conclui-se que a ruptura no solo ocorreu para os Modelos 1, 4 e 5, com $\rho = 0,44\%$, $1,04\%$ e $2,28\%$ e $F = 34$ kN, 57 kN e 70 kN, respectivamente. Evidenciando que o aumento da taxa de armadura pode ser responsável por uma resposta mais rígida da estaca, distribuindo menores tensões ao solo e apresentando menores deslocamentos para um mesmo nível de carregamento, já que os Modelos 2 ($\rho=1,04\%$; F=34kN) e 3 ($\rho=2,28\%$; F=34kN) não resultaram na ruptura do solo. A **Tabela 12** expõe o comparativo entre os deslocamentos e a taxa de armadura dos Modelos 1, 2 e 3, com carga aplicada de 34 kN.

Tabela 12 - Diferenças entre o aumento da taxa de armadura e a redução no deslocamento máximo no topo das estacas para os casos estudados

y (mm)	ρ	Diferença no deslocamento	Diferença na taxa de armadura
Modelo 1 - 45.5575	0.44%	-	-
Modelo 2 - 27.6032	1.04%	-39.41%	+136%
Modelo 3 - 20.5132	2.28%	-25.69% (Acum. -54.97%)	+119% (Acum. +418%)

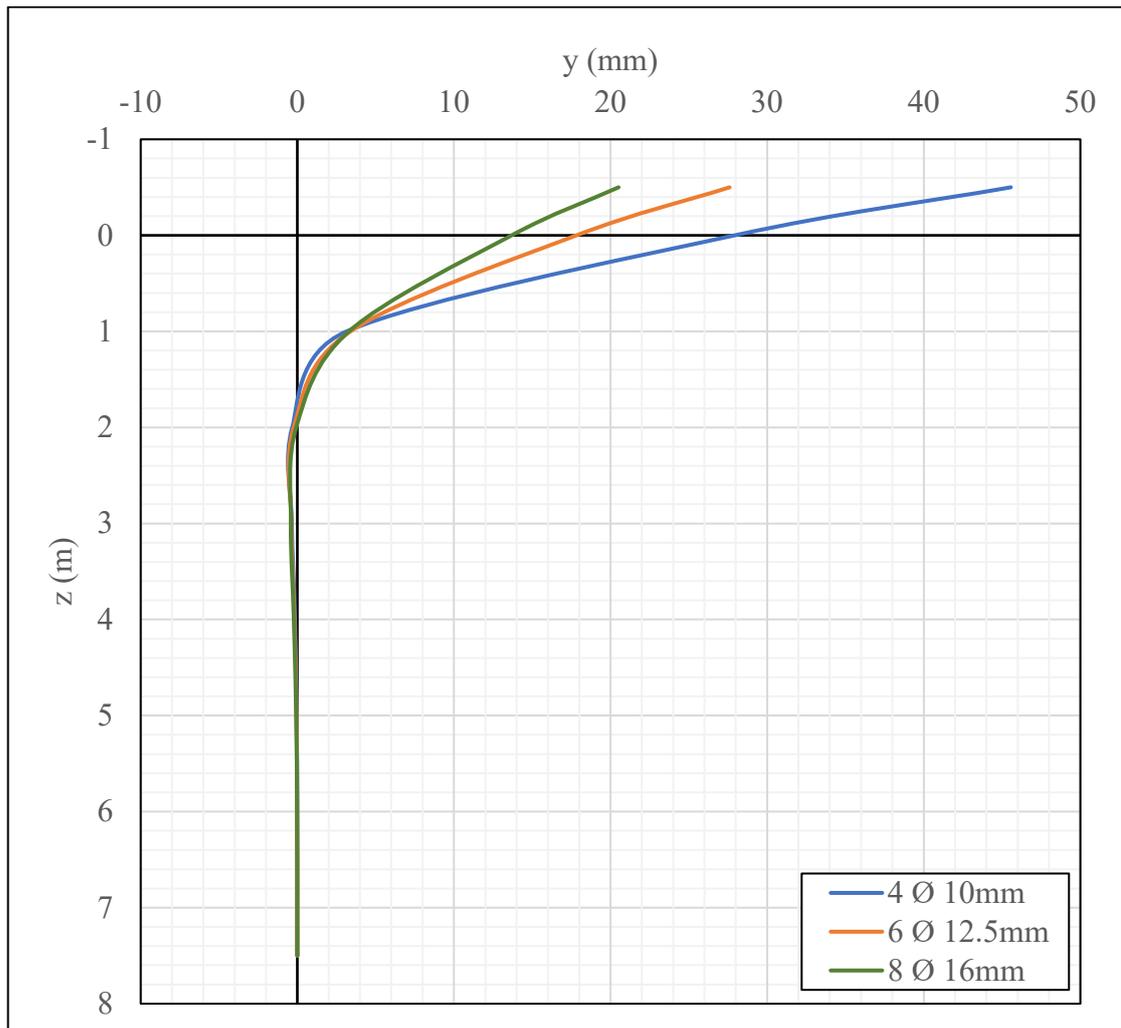
Fonte: O autor.

A **Tabela 12** permite observar que o aumento da taxa de armadura do Modelo 1 para o Modelo 2 provocou uma redução de 39,41% nos deslocamentos observados, de modo que o deslocamento do Modelo 2 estaria próximo, mas abaixo do limite de ruptura estabelecido, de

30mm. O Modelo 3 apresenta uma redução de 54,97% no deslocamento em relação ao Modelo 1, mas à uma taxa de armadura 418% maior. Isso evidencia que aumentar a taxa de armadura possui eficiência limitada na melhoria do comportamento da estaca e, que para os modelos analisados, a melhor eficiência seria a do Modelo 2.

Os deslocamentos horizontais máximos observados ao longo do fuste das estacas para os Modelos 1, 2 e 3 são expostos na **Figura 48**.

Figura 48 - Deslocamentos horizontais máximos ao longo do fuste



Fonte: O autor.

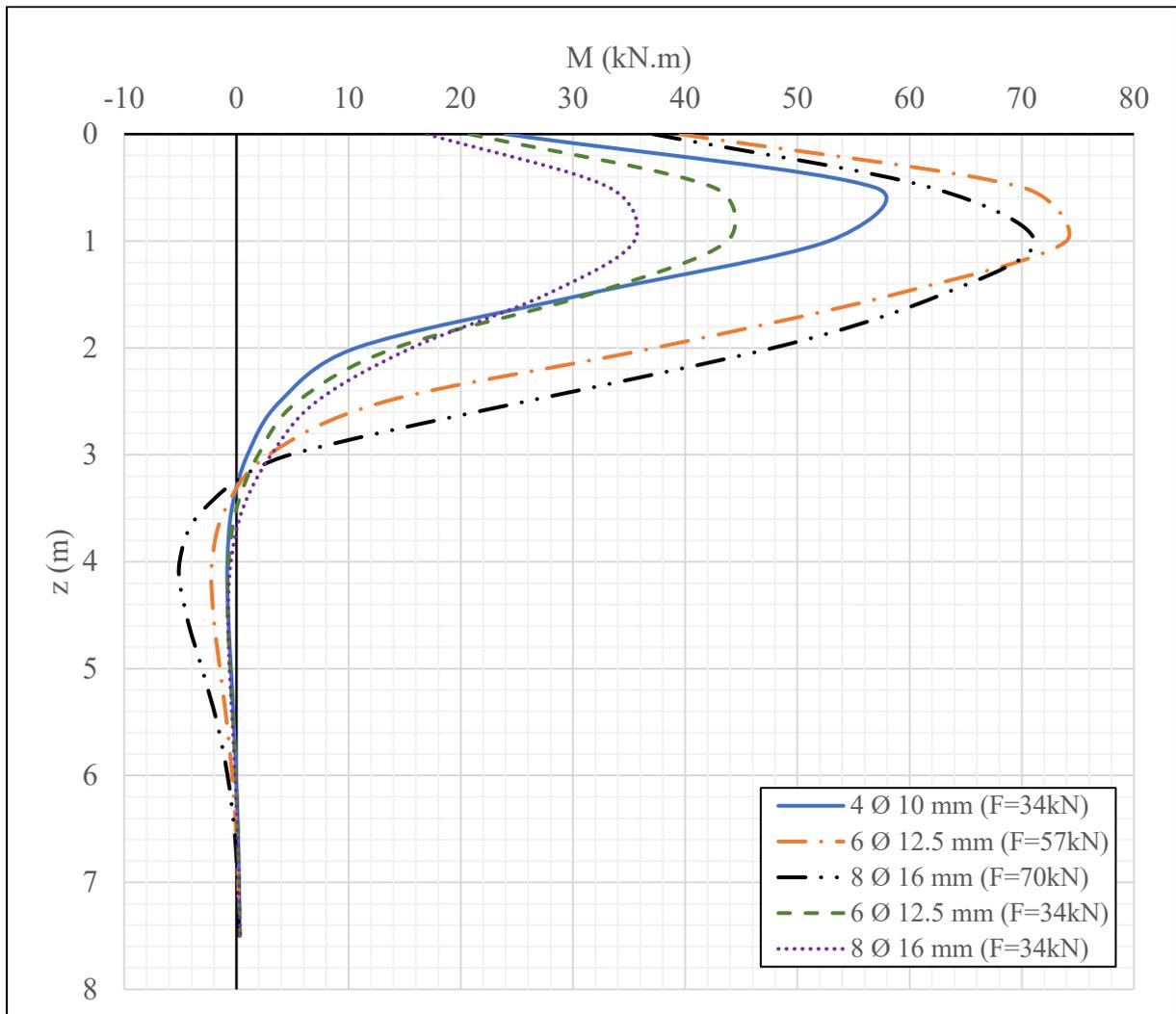
Na **Figura 48** evidencia-se a relevância da resistência das primeiras camadas de solo no comportamento da estaca, onde os maiores deslocamentos são observados. Percebe-se que, a partir da profundidade $z \approx 2$ metros, os deslocamentos das estacas são praticamente os mesmos para todos os Modelos analisados.

No caso desta pesquisa, foi possível adotar um perfil de solo uniforme, com as características e propriedades visto que o perfil estratigráfico em que o estudo se baseou (**Figura 12**) apresenta uma camada superficial de solo praticamente uniforme até a

profundidade $z = 3,50$ m. Caso o perfil em estudo seja demasiadamente heterogêneo, com diferentes camadas nos primeiros metros, pode ser necessário modelar o perfil de solo com diferentes propriedades de acordo com as camadas em estudo, tornando o estudo um pouco mais complexo.

Os momentos fletores ao longo da profundidade das estacas para os Modelos 1 a 5 são expostos na **Figura 49**.

Figura 49 - Momentos fletores ao longo da profundidade das estacas



Fonte: O autor.

Na **Figura 49** evidencia-se o desenvolvimento da rótula plástica citada por Fleming *et al.* (2009) nas estacas a uma profundidade de aproximadamente 3,3 metros, onde os momentos fletores atingem o valor nulo.

É notável também que, apesar dos diferentes valores para os momentos, a profundidade de momento máximo e de momento nulo é praticamente a mesma para todos os casos, cruzando o eixo de valor nulo exatamente no mesmo ponto ($z \approx 3,3$ m) para os Modelos 1, 4 e 5, que

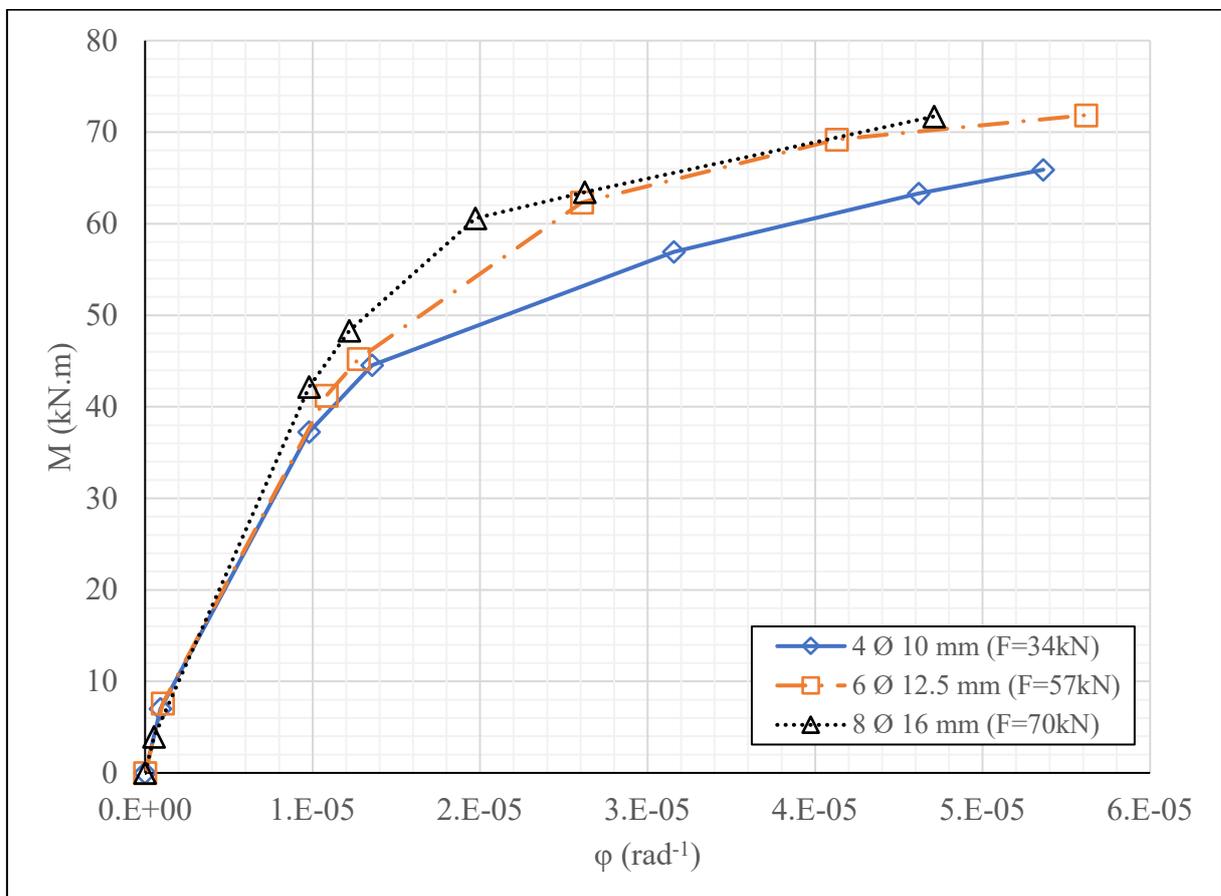
apresentaram ruptura estrutural, e variando até aproximadamente 3,6 metros para os Modelos 2 e 3, onde não foi observada a ruptura.

A **Figura 50** apresenta a relação momento fletor *versus* curvatura nas estacas. As curvas foram traçadas apenas para os Modelos 1, 4 e 5, onde houve a ruptura estrutural, já que os Modelos 2 e 3 não apresentaram ruptura. Para as três curvas, o último ponto marcado representa o momento da ruptura estrutural. Como o traçado das curvas envolve um processo manual, o autor arbitrou de 6 a 7 pontos de leitura para os cálculos. O critério para esta escolha foram os principais pontos de deformação no concreto e na armadura.

O autor comenta ainda que o cálculo foi realizado de maneira relativamente simplificada, que segue:

1. Através dos pontos de leitura, foram retiradas as deformações no aço e no concreto e as tensões no concreto.
2. Com esses dados, fixando-se o valor da altura útil d para cada caso e assumindo a inércia da seção constante, ou seja, a inércia bruta I_b , foi possível calcular os momentos fletores, a posição da linha neutra e a curvatura para cada caso.

Figura 50 - Relação momento fletor *versus* curvatura nas estacas



Fonte: O autor.

Um cálculo mais preciso envolveria a variação da altura útil d da seção de acordo com a posição da linha neutra x . Isso porque as armaduras são distribuídas ao longo de toda a seção circular e armaduras que antes estavam na linha neutra ou na região comprimida passariam para a região tracionada com a variação da posição da linha neutra, o que mudaria o valor de d já que este depende do centro de gravidade das armaduras. Para o caso de uma viga retangular isso é mais simples, já que as armaduras de tração ficam todas separadas da região comprimida.

Além disso, a consideração da Inércia fissurada para cada caso, de acordo com o desenvolvimento das fissuras envolveria um cálculo extremamente complexo, como citado por Montoya *et al.* (2009).

Assim, optou-se por fixar esses valores para possibilitar o traçado da curva em tempo hábil, dentro das limitações da pesquisa.

No Modelo 1 ($\rho=0,44\%$; $F=34\text{kN}$), a ruptura se deu por plastificação do aço, atingindo deformações superiores a 10%. Neste momento, a tensão no concreto era de 24,86 MPa e a deformação no concreto, de 2,4%. O momento fletor calculado para este ponto foi de 65,90 kN.m.

Para o Modelo 4 ($\rho=1,04\%$; $F=57\text{kN}$), a ruptura ocorreu por deformações excessivas no concreto, atingindo deformação superior a 3,5%. Neste momento, a deformação no aço era de 8,2%. As tensões no concreto neste passo atingiram o valor de 27,11 MPa.

O Modelo 5 ($\rho=2,28\%$; $F=70\text{kN}$) rompeu de maneira semelhante ao Modelo 4, com deformações excessivas no concreto, enquanto o aço apresentava deformações de 6,9%. As tensões no concreto neste momento eram de 27,06 MPa. Essas informações podem ser visualizadas em conjunto na **Tabela 13**.

Tabela 13 – Deformações, tensões, momentos e domínios na ruptura

Modelo	ϵ_c	ϵ_y	σ_c (MPa)	M (kN.m)	x/d	Domínio
1 ($\rho=0,44\%$; $F=34\text{kN}$)	0.2440%	1.0360%	24.86	65.90	0.19	2
4 ($\rho=1,04\%$; $F=57\text{kN}$)	0.3883%	0.8225%	27.11	71.86	0.32	3
5 ($\rho=2,28\%$; $F=70\text{kN}$)	0.3569%	0.6946%	27.06	71.73	0.34	3

Fonte: O autor.

Para todos os casos, o ponto de transição entre o Estádio I e o Estádio IIA é praticamente o mesmo, considerando a limitação pela quantidade de pontos medidos, o que está de acordo com a expressão de cálculo do Momento de Fissuração, que leva em conta apenas a resistência do concreto, o braço de alavanca e a inércia bruta da seção. Para todos os casos, esses valores eram os mesmos, logo, o Momento de Fissuração também deve ser o mesmo.

No Modelo 1, a partir do Estádio IIA, os pontos que marcam a transição para os próximos Estádios acontecem a maiores curvaturas. Nos Modelos 4 e 5, apesar da diferença no Momento Fletor para cada ponto de transição, os valores da curvatura nesses pontos são próximos.

Uma possível explicação para esse fenômeno seria o modo de ruptura, já que o Modelo 1 rompeu pela plastificação da armadura, um material de comportamento dúctil que apresenta deformações consideravelmente maiores que as do concreto antes da ruptura.

Para melhor visualizar cada etapa, a **Tabela 14** expõe os esforços e deformações atuantes nos elementos que compõem a estaca para cada ponto de transição entre os Estádios.

Tabela 14 - Deformações, tensões e momentos nos pontos de transição entre Estádios

Início Estádio IIA				
Modelo	ε_c	ε_y	σ_c (MPa)	M (kN.m)
1 ($\rho=0,44\%$; F=34kN)	0.0132%	0.0090%	2.65	7.02
4 ($\rho=1,04\%$; F=57kN)	0.0142%	0.0085%	2.86	7.59
5 ($\rho=2,28\%$; F=70kN)	0.0073%	0.0047%	1.48	3.93
Início Estádio IIB				
Modelo	ε_c	ε_y	σ_c (MPa)	M (kN.m)
1 ($\rho=0,44\%$; F=34kN)	0.1608%	0.5930%	21.47	56.91
4 ($\rho=1,04\%$; F=57kN)	-	-	-	-
5 ($\rho=2,28\%$; F=70kN)	0.2000%	0.2400%	22.85	60.57
Início Estádio III				
Modelo	ε_c	ε_y	σ_c (MPa)	M (kN.m)
1 ($\rho=0,44\%$; F=34kN)	0.2146%	0.8881%	23.88	63.30
4 ($\rho=1,04\%$; F=57kN)	0.2010%	0.3612%	23.51	62.32
5 ($\rho=2,28\%$; F=70kN)	0.2311%	0.3547%	23.94	63.46

Fonte: O autor.

É notável a ausência de valores para o Modelo 4 que marcam o início do Estádio IIB. Isso porque, de fato, esse momento não foi observado durante os incrementos de carga aplicados.

No incremento em que foi constatado o início do Estádio III para o mesmo modelo, as deformações no concreto e no aço eram muito próximas ao limite inicial do Estádio. No incremento imediatamente anterior a este, as deformações no aço e no concreto eram inferiores a 3,5‰ e 2‰, respectivamente, ou seja, ambos os materiais trabalhavam em regime linear enquanto o concreto fissurava, um comportamento característico do Estádio IIA. Assim, para os incrementos observados, o Modelo 4 transitou do Estádio IIA para o Estádio III sem passar pelo Estádio IIB.

O Momento de Fissuração, M_f , teórico pode ser calculado de acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2014):

$$M_f = \frac{\alpha \cdot f_{ctk,inf} \cdot I_c}{y_t} = \frac{1 \cdot (0,7 \cdot 0,3 \cdot \sqrt[3]{20^2}) \cdot \frac{\pi \cdot 150^4}{4}}{150} = 4,1 \cdot E6 \text{ N.mm} = 4,1 \text{ kN.m}$$

(38)

Com esse resultado, é possível, então, traçar um comparativo entre o Momento de Fissuração teórico e o encontrado para cada caso em estudo (**Tabela 15**).

Tabela 15 - Comparativo entre o Momento de Fissuração da NBR 6118 e os valores observados para cada modelo

Modelo	M_f ABAQUS (kN.m)	M_f NBR 6118 (kN.m)	Variação (kN.m)
1 ($\rho=0,44\%$; F=34kN)	7.02	4.1	2.92
4 ($\rho=1,04\%$; F=57kN)	7.59	4.1	3.49
5 ($\rho=2,28\%$; F=70kN)	3.93	4.1	0.08

Fonte: O autor.

Observa-se que o modelo que mais se aproximou do resultado normativo é o Modelo 5, com uma variação de 0,08 kN.m.

Em parte, essa divergência se deve aos passos de progressão de aplicação da carga do software. O software fornece resultados para cada passo de aplicação de carga, que varia de acordo com a convergência do modelo. No caso, o autor desta pesquisa coletou os dados do primeiro passo onde pode-se observar fissuras no modelo, independente da largura das fissuras. No entanto, isso não quer dizer que é aquela exata carga que foi responsável pela abertura de fissuras.

Esse efeito foi observado pelo autor em um comparativo entre as tensões de tração e compressão no concreto nos incrementos em que foram extraídos os resultados para elaborar a primeira parte da **Tabela 14**, referente às primeiras fissuras observadas.

No Modelo 5, os valores das tensões de compressão e tração no concreto eram próximos, isso indica que o incremento de carga aplicado é próximo da carga necessária para a abertura das primeiras fissuras. Nos Modelos 1 e 4, a variação entre as tensões no concreto eram maiores, portanto, a carga necessária para a abertura de fissuras seria mais próxima do incremento anterior, onde não se observava fissuras, do que no incremento onde há fissuras.

Para melhor entendimento, o comparativo de tensões no concreto nos incrementos próximos ao limiar entre o Estádio I e o Estádio IIA foi elaborado e consta na **Tabela 16**. No caso, foram retirados dados de 2 incrementos de carga para cada Modelo. No primeiro, não se observava qualquer fissura desenvolvida, e o segundo, já fissurado.

Tabela 16 – Comparativo de tensões no concreto no limite entre o Estádio I e o Estádio IIA

Modelo	Incremento	F (kN)	σ_c (MPa)	σ_t (MPa)	$(\sigma_c - \sigma_t) / \sigma_t$
1 ($\rho=0,44\%$)	8	8.20	2.135	2.136	0.05%
1 ($\rho=0,44\%$)	9	9.90	2.649	2.267	16.85%
4 ($\rho=1,04\%$)	6	8.05	2.021	2.024	0.15%
4 ($\rho=1,04\%$)	7	10.90	2.864	2.294	24.85%
5 ($\rho=2,28\%$)	5	6.39	1.484	1.483	0.07%
5 ($\rho=2,28\%$)	6	9.89	2.367	2.231	6.10%

Fonte: O autor.

Outro fator que contribui possivelmente para essa divergência entre os valores observados para o Momento de Fissuração e o valor normativo é o coeficiente α , inserido no cálculo com o valor de 1, arbitrado pelo autor, já que a norma não estabelece um valor para seções circulares. Além disso, a magnitude dos valores observados é muito pequena, de modo que as diferenças observadas são pouco significativas.

A **Tabela 17** traz um comparativo entre os deslocamentos horizontais observados no topo das estacas e a carga aplicada para cada modelo, para os mesmos passos da **Tabela 14**, marcando o início de cada Estádio.

Tabela 17 - Deslocamentos horizontais e força aplicada em cada Estádio

Início Estádio IIA		
Modelo	y (mm)	F (kN)
1 ($\rho=0,44\%$)	2.78	9.90
4 ($\rho=1,04\%$)	3.10	10.90
5 ($\rho=2,28\%$)	2.66	9.89
Início Estádio IIB		
Modelo	y (mm)	F (kN)
1 ($\rho=0,44\%$)	31.46	30.00
4 ($\rho=1,04\%$)	-	-
5 ($\rho=2,28\%$)	62.51	58.43
Início Estádio III		
Modelo	y (mm)	F (kN)
1 ($\rho=0,44\%$)	39.64	32.46
4 ($\rho=1,04\%$)	54.63	45.66
5 ($\rho=2,28\%$)	72.15	62.22
Ruptura Estrutural		
Modelo	y (mm)	F (kN)
1 ($\rho=0,44\%$)	43.51	33.50
4 ($\rho=1,04\%$)	93.58	53.91
5 ($\rho=2,28\%$)	101.11	70.00

Fonte: O autor.

A **Tabela 17** permite analisar que o deslocamento horizontal apresentado no momento de abertura de fissuras, para todos os casos, apresentava valores próximos dos 3 mm, ou seja, 1% do diâmetro da estaca.

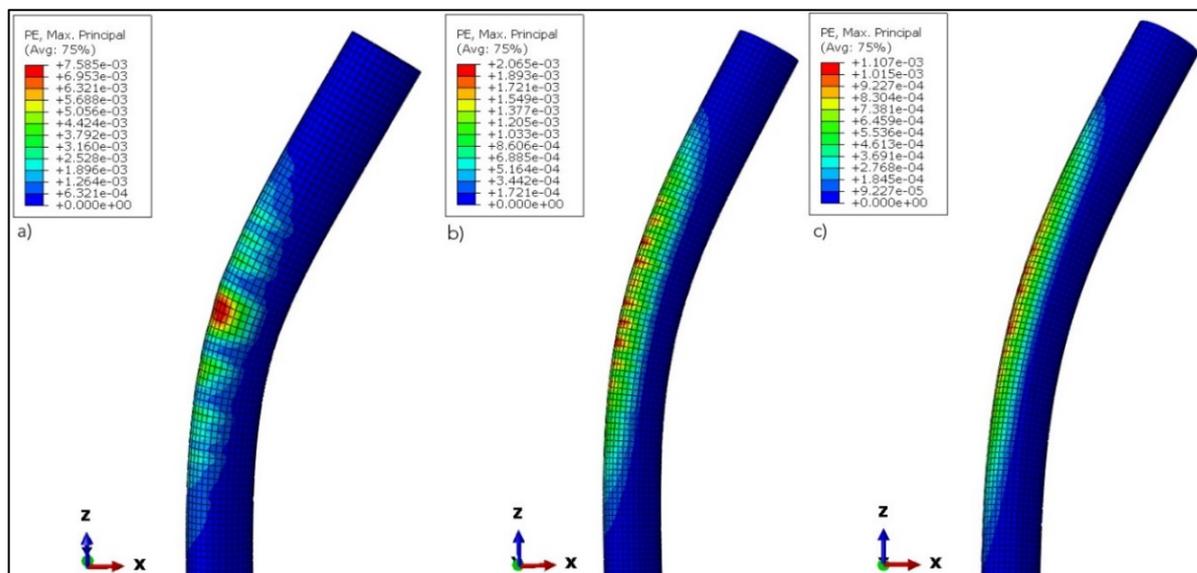
Adicionalmente, assumindo o critério prático de que a ruptura do solo ocorre a um deslocamento y de 10% do diâmetro da estaca (30 mm), o Modelo 1, com baixa taxa de armadura, rompeu a um deslocamento relativamente próximo deste ponto. Enquanto isso, os Modelos 4 e 5 romperam a deslocamentos impraticáveis, do ponto de vista de desempenho e segurança, com valores de y superiores a 30% do diâmetro da estaca.

Nas próximas Figuras são mostradas as tensões na estaca e na armadura (S), as deformações nas armaduras (E) e as deformações plásticas no concreto (PE) para os Modelos 1, 2 e 3. Como a intenção aqui é estabelecer um comparativo do efeito da variação da taxa de armadura para um mesmo carregamento, optou-se por não mostrar, neste caso, os Modelos 4 e 5.

Devido ao parâmetro de viscosidade não-nulo adotado no modelo, a visualização das fissuras abertas durante o carregamento se tornou menos precisa em comparação a casos com viscosidade 0, assim, optou-se por apresentar uma aproximação das regiões fissuradas através das deformações plásticas no concreto (PE) (**Figura 51**). Deste modo, pode-se considerar que as fissuras se desenvolvem onde os valores de PE são positivos (SALEEM *et al.*, 2018).

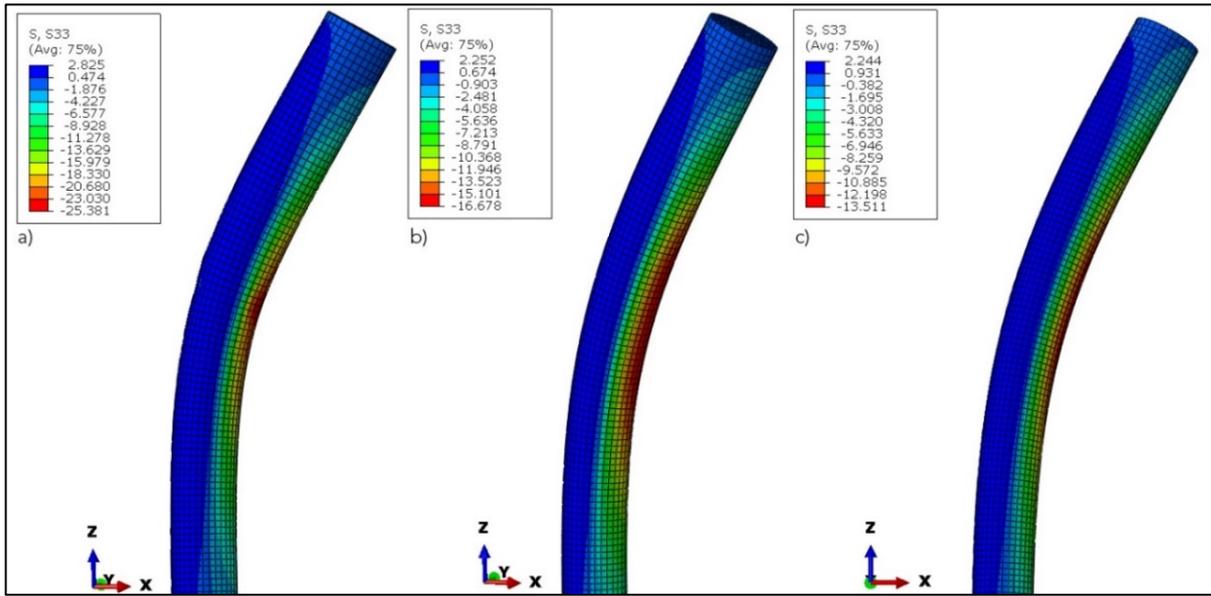
A **Figura 52** mostra as tensões máximas desenvolvidas no concreto para os modelos com carga aplicada de 34 kN e diferentes taxas de armadura.

Figura 51 - Deformações plásticas no concreto: (a) Modelo 1; (b) Modelo 2; (c) Modelo 3



Fonte: O autor.

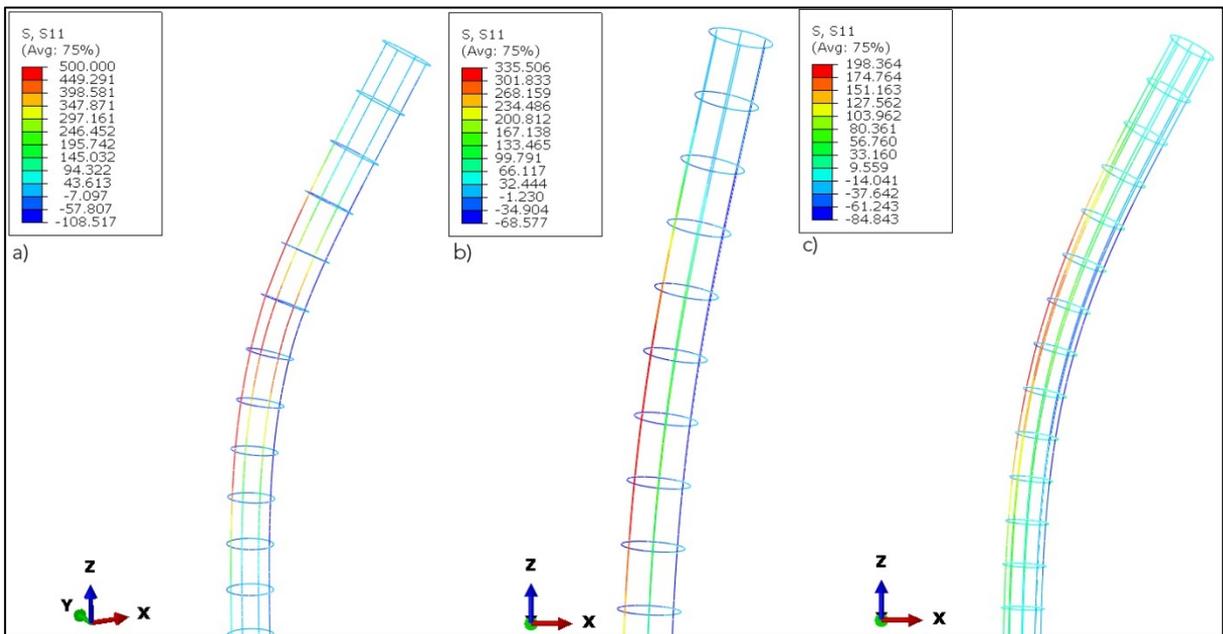
Figura 52 - Tensões no concreto (MPa): (a) Modelo 1; (b) Modelo 2; (c) Modelo 3



Fonte: O autor.

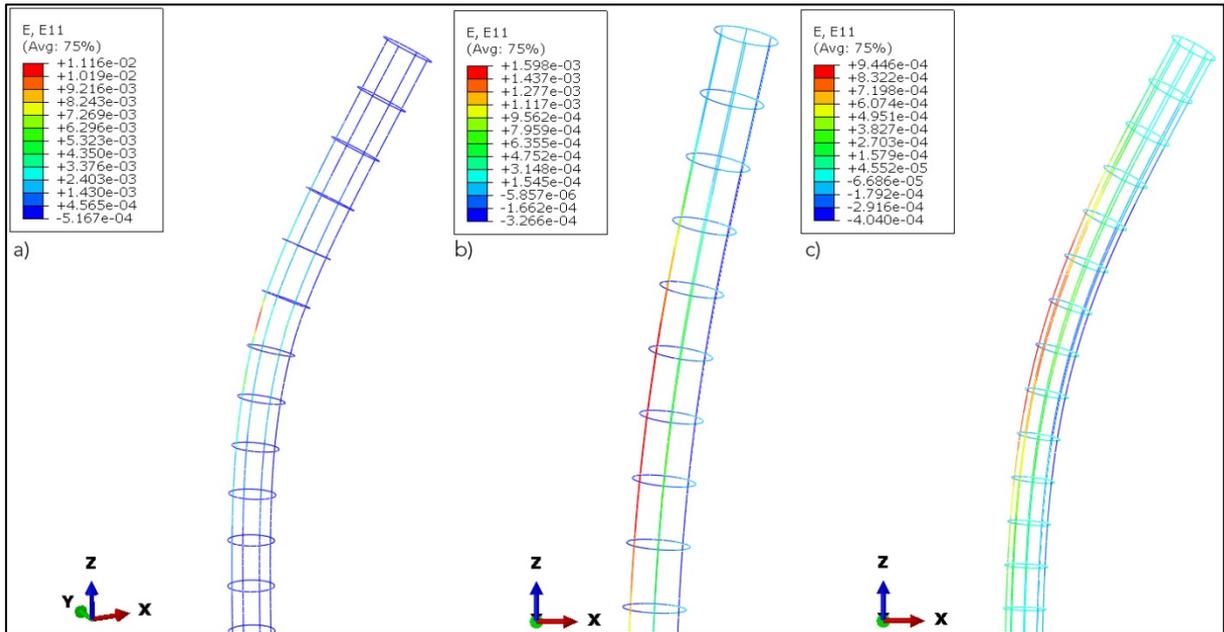
As tensões e deformações desenvolvidas nas armaduras podem ser visualizadas na **Figura 53** e na **Figura 54**, respectivamente.

Figura 53 - Tensões nas armaduras (MPa): (a) Modelo 1; (b) Modelo 2; (c) Modelo 3



Fonte: O autor.

Figura 54 - Deformações nas armaduras: (a) Modelo 1; (b) Modelo 2; (c) Modelo 3



Fonte: O autor.

Os resultados obtidos e ilustrados nas Figuras mostram-se de acordo com o observado por autores como Martins *et al.* (2021) e Slowik (2018) quanto à influência da armadura no comportamento de peças de concreto armado, onde o aumento da taxa de armadura foi responsável pela redução da fissuração, dos deslocamentos e das tensões desenvolvidas na peça.

É possível perceber que o aumento da taxa de armadura reduziu significativamente a abertura de fissuras e, como consequência, preservou a seção de concreto e a rigidez da peça.

Deste modo, os deslocamentos, tensões e deformações no concreto e na armadura reduziram com o aumento da taxa de armadura. Isso mostra a importância da análise de elementos de fundação em regime plástico, visto que os resultados são sensíveis à taxa de armadura empregada na peça, que não é contemplada em regime elástico.

Os resultados mostram também que pode ser possível definir um valor ótimo para a taxa de armadura na peça, visando melhor custo-benefício e garantindo a segurança da estrutura, visto que a redução dos deslocamentos observados em função do aumento da taxa de armadura não obedece a uma relação linear (**Tabela 12**).

4.1.2 Dimensionamento estrutural

Para estabelecer um critério comparativo, do ponto de vista de dimensionamento, foi realizado o dimensionamento estrutural da estaca. Para isso, o autor se baseou nos critérios

normativos da NBR 6118 (ABNT, 2014) e NBR 6122 (ABNT, 2019), e no ábaco da **Figura 25**.

Inicialmente, é necessário definir os parâmetros de entrada do ábaco e necessários para o cálculo da armadura.

Tem-se que:

$$f_{cd} = 0,85 \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (39)$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \quad (40)$$

A NBR 6122 (ABNT, 2014) define, em sua Tabela 4, que o f_{ck} mínimo de projeto para estacas em hélice contínua monitorada deve ser de 30 MPa, para ambientes de agressividade I e II. Do mesmo modo, o γ_c é definido, para este caso, como 2,7.

No entanto, apenas para fins de dimensionamento desta pesquisa, os dados do concreto da estaca foram baseados no trabalho de Abreu (2014), que utilizou um f_{ck} de 20 MPa, aqui, o f_{cd} foi calculado de acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2014), já que se trata de um modelo numérico e, portanto, não há incertezas quanto ao lançamento do concreto e a qualidade de execução da estaca. Assim, tem-se que:

$$f_{cd} = 0,85 \frac{20}{1,4} = 12,14 \text{ MPa} \quad (41)$$

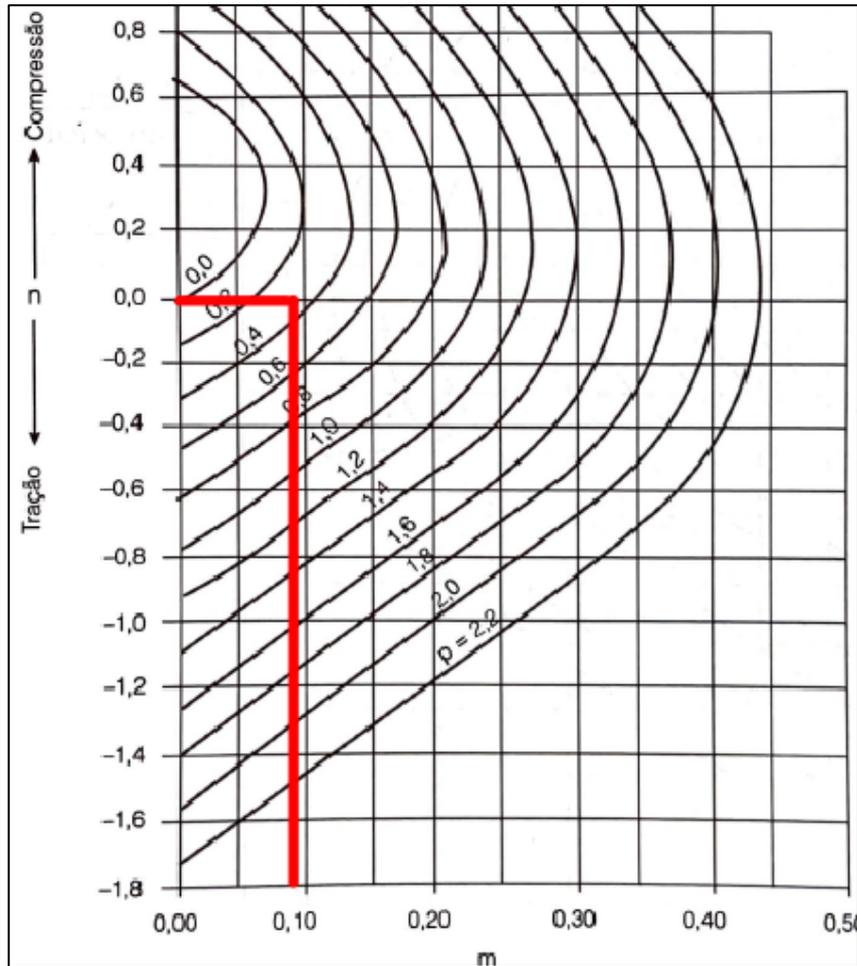
O esforço normal na estaca é zero, já que não há aplicação de carga vertical. Portanto, $n = 0$.

Para o cálculo do momento fletor normalizado, foi considerado o momento fletor atuante na estaca do Modelo 2 quando a carga aplicada é de 17kN, aplicando um fator de segurança de 2, conforme previsto na NBR 6122 (ABNT, 2019). Assim:

$$m = \frac{M_d}{d_b^3 \cdot f_{cd}} = \frac{1,4 \cdot 14,43E^6}{300^3 \cdot 12,14} = 0,09 \quad (42)$$

Inserindo os dados no ábaco:

Figura 55 - Dimensionamento das armaduras utilizando o ábaco de Flexão Composta Obliqua (FCO)



Fonte: O autor.

As linhas para o ponto de $n = 0$ e $m = 0,09$ se cruzam entre as curvas de $p = 0,2$ e $p = 0,4$, assim, a favor da segurança, adota-se $p = 0,4$.

Utilizando os critérios da NBR 6118 (ABNT, 2014) para o cálculo do f_{yd} :

$$f_{yd} = \frac{500}{1,15} = 434,78 \text{ MPa}$$

(43)

Assim:

$$A_s = p \frac{A_c \cdot f_{cd}}{f_{yd}} = 0,4 \frac{(\pi 150^2) 12,14}{434,78} = 7,90 \text{ cm}^2$$

(44)

Adotando barras de 12,5mm, tem-se:

$$n_{barras} = \frac{A_s}{A_{barra}} = \frac{7,90}{1,227} = 6,50 \rightarrow 8 \text{ barras}$$

(45)

O espaçamento médio entre as barras será de, aproximadamente:

$$s = \frac{\pi(d - 2c)}{n_{barras}} = \frac{\pi 200}{8} = 78,5 \text{ mm} = 7,85 \text{ cm} < 10 \text{ cm} \quad (46)$$

Portanto, o espaçamento está dentro da margem definida pela NBR 6118 (ABNT, 2014), na **Tabela 4**, para a dispensa da verificação de abertura de fissuras.

O autor complementa que a adoção do valor de p como 0,4 a favor da segurança fez com que a escolha de 8 barras de 12,5 mm fosse necessária. No entanto, ao inserir os parâmetros e os esforços em uma calculadora de FCO disponibilizada gratuitamente pela empresa *TQS*, esta mesma acusou que a seção com 6 barras de 12,5 mm atenderia ao momento atuante, com um aproveitamento de 79% da resistência disponível. Para todos os efeitos, a configuração com 8 Ø 12,50 mm resulta em uma taxa de armadura de, aproximadamente, 1,39%.

Para o dimensionamento das armaduras transversais, foram utilizados os critérios da NBR 6118 (ABNT, 2014) para elementos lineares submetidos à flexão simples, já que não há carga vertical atuante na estaca, adotando o modelo de cálculo I.

A norma define que:

$$V_{sd} \leq V_{Rd2} \quad (47)$$

$$V_{sd} \leq V_{Rd3} \quad (48)$$

Tendo que

$$V_{sd} = \gamma_f \cdot V_{sk} = 1,4 \cdot 17 = 23,8 \text{ kN} \quad (49)$$

a) Verificação da compressão diagonal do concreto

$$V_{Rd2} = 0,27 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd} \cdot bw \cdot d^1 \quad (50)$$

$$V_{Rd2} = 0,27 \cdot \left(1 - \frac{20}{250}\right) \cdot 12,15 \cdot 300 \cdot 250 \quad (51)$$

$$V_{Rd2} = 226 \text{ kN} \leq 23,8 \text{ kN} \therefore OK! \quad (52)$$

b) Cálculo da armadura transversal do concreto

¹ Por simplicidade, o autor considerou, apenas neste cálculo, o valor de d como 250 mm. Para seções circulares, o valor de bw representa o diâmetro da seção.

$$V_{Rd3} = V_c + V_{sw} \quad (53)$$

A norma define que $V_c = V_{c0}$ para elementos em flexão simples e flexo-tração em que a linha neutra corta a seção, assim:

$$V_c = 0,6 \cdot f_{ctd} \cdot bw \cdot d \quad (54)$$

Onde

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk.inf}}{\gamma_c} = \frac{1,547}{1,4} = 1,10 \quad (55)$$

Assim

$$V_c = 0,6 \cdot 1,10 \cdot 300 \cdot 250 \quad (56)$$

$$V_c = 49,50 \text{ kN} \quad (57)$$

$$V_c + V_{sw} = V_{Rd3} \geq V_{sw} \quad (58)$$

$$40,50 + V_{sw} \geq 23,80 \quad (59)$$

$$V_{sw} \geq -16,70 \text{ kN} \quad (60)$$

Como V_{sw} resultou em um valor negativo, isso quer dizer que a seção de concreto é capaz de resistir aos esforços de cisalhamento sem a necessidade de armadura transversal. Portanto, adota-se a armadura mínima.

Valendo-se dos critérios da NBR 6118 (ABNT, 2014) para a armadura mínima de pilares, a armadura deve ter diâmetro maior que 5 mm ou $\frac{1}{4}$ da bitola da armadura longitudinal.

$$\phi_t \geq \frac{5 \text{ mm} *}{4} = 1,25 \text{ mm} \quad (61)$$

Portanto, adotando-se ϕ_t como 5 mm, o espaçamento deve ser menor que:

$$s \leq \frac{200 \text{ mm}}{d_b} = 300 \text{ mm} \quad (62)$$

$$12\phi_l = 12 \cdot 12,5 = 150 \text{ mm} *$$

Assim, tem-se a armadura transversal com $\varnothing 5$ mm c/ 15 cm.

Pelo dimensionamento realizado e de acordo com as observações feitas, é possível concluir que o Modelo 2 com armadura longitudinal composta por 6 $\varnothing 12,5$ mm e armadura transversal de $\varnothing 6,3$ mm c/ 15 cm está dentro do dimensionamento regido pelas normas. Considerando apenas o dimensionamento do ábaco, seriam necessárias 8 $\varnothing 12,5$ mm para a armadura longitudinal. O mesmo vale para o Modelo 3, com armadura longitudinal de 8 $\varnothing 16,0$ mm.

É interessante observar que, para a seção em estudo, justamente o Modelo com taxa de armadura próxima a 1% foi a que melhor atendeu às solicitações dentro dos critérios normativos. Esta taxa é justamente a utilizada, na prática, como critério de pré-dimensionamento pelos profissionais da área para elementos fletidos.

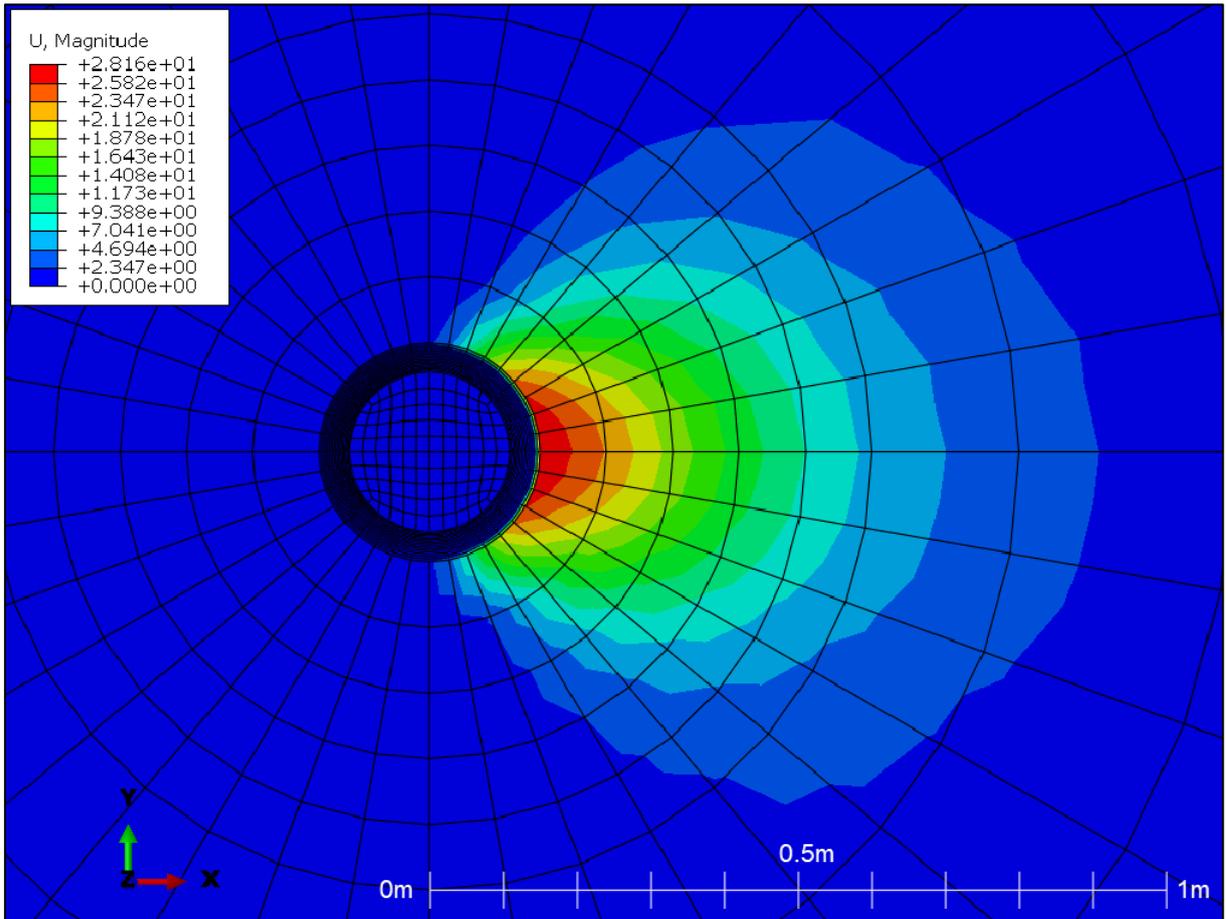
Em um cálculo não representado neste trabalho, o autor calculou a armadura necessária para resistir aos esforços oriundos da aplicação da carga total, de 34 kN, utilizando o ábaco de Alonso (2012). Os resultados mostram que seriam necessárias 10 barras de 16,0 mm para a armadura longitudinal, e que a armadura transversal ainda poderia ser composta pela armadura mínima, de $\varnothing 5$ mm c/ 15 cm.

4.1.3 Influência no comportamento do solo

Nesta seção são apresentados os deslocamentos, tensões e deformações no maciço de solos obtidos nos modelos numéricos desenvolvidos com o *software ABAQUS*.

A **Figura 56** mostra as curvas de isovalores para os deslocamentos provocados no solo pela estaca através de uma vista em planta, para o Modelo 1 ($\rho=0,44\%$; $F=34$ kN).

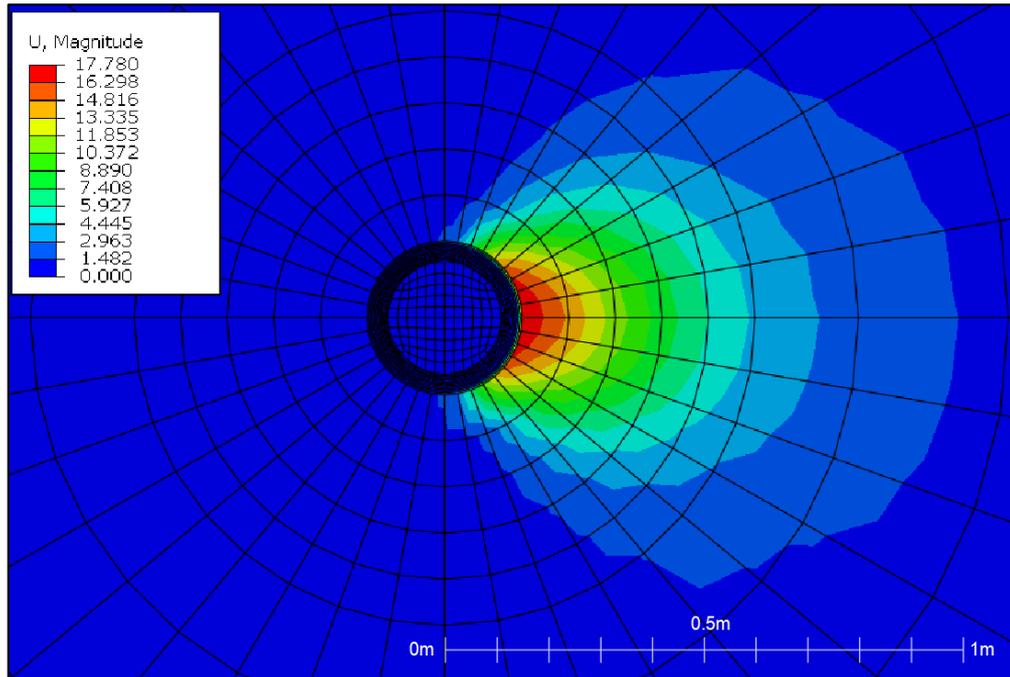
Figura 56 - Campo de deslocamentos (mm) no solo para o Modelo 1; visão em planta



Fonte: O autor.

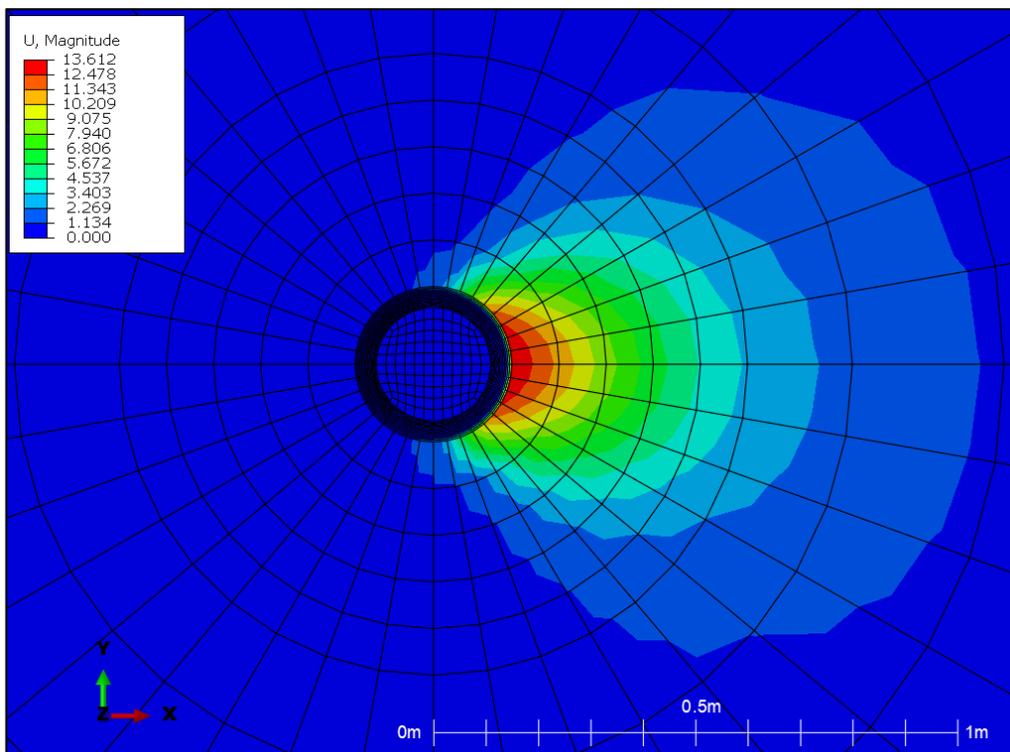
Nota-se que as curvas se propagam a uma distância de, aproximadamente, 3 vezes o diâmetro da estaca. A **Figura 57** e a **Figura 58** mostram o mesmo parâmetro para os Modelos 2 ($\rho=1,04\%$; $F=34\text{kN}$) e 3 ($\rho=2,28\%$; $F=34\text{kN}$).

Figura 57 - Campo de deslocamentos (mm) no solo para o Modelo 2; visão em planta



Fonte: O autor.

Figura 58 - Campo de deslocamentos (mm) no solo para o Modelo 3; visão em planta

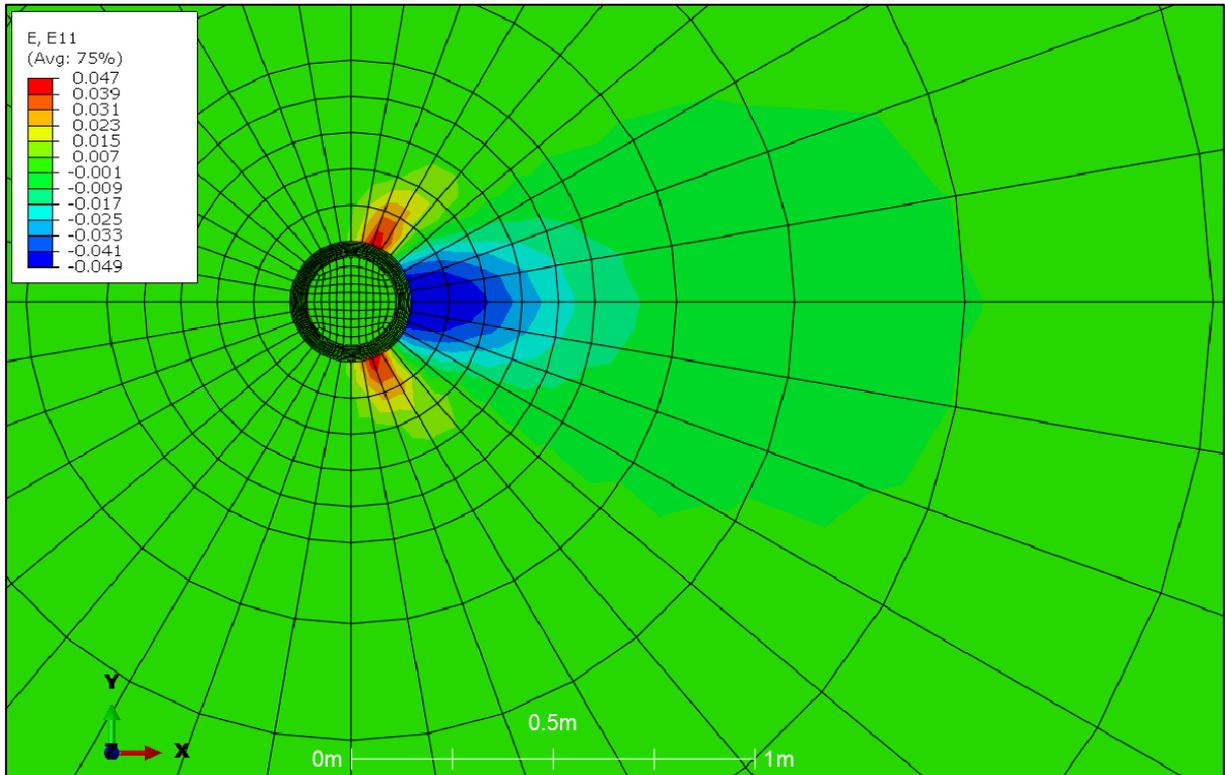


Fonte: O autor.

O comparativo entre os campos de deslocamentos mostra que, com a preservação da rigidez da estaca, provocado pelo aumento da taxa de armadura, há também um pequeno aumento na área deslocada, com a distância de abrangência variando entre 3 e 3,3 diâmetros, aproximadamente.

A **Figura 59** mostra o campo de deformações no solo, em vista em planta, para o Modelo 1 ($\rho=0,44\%$; $F=34\text{kN}$).

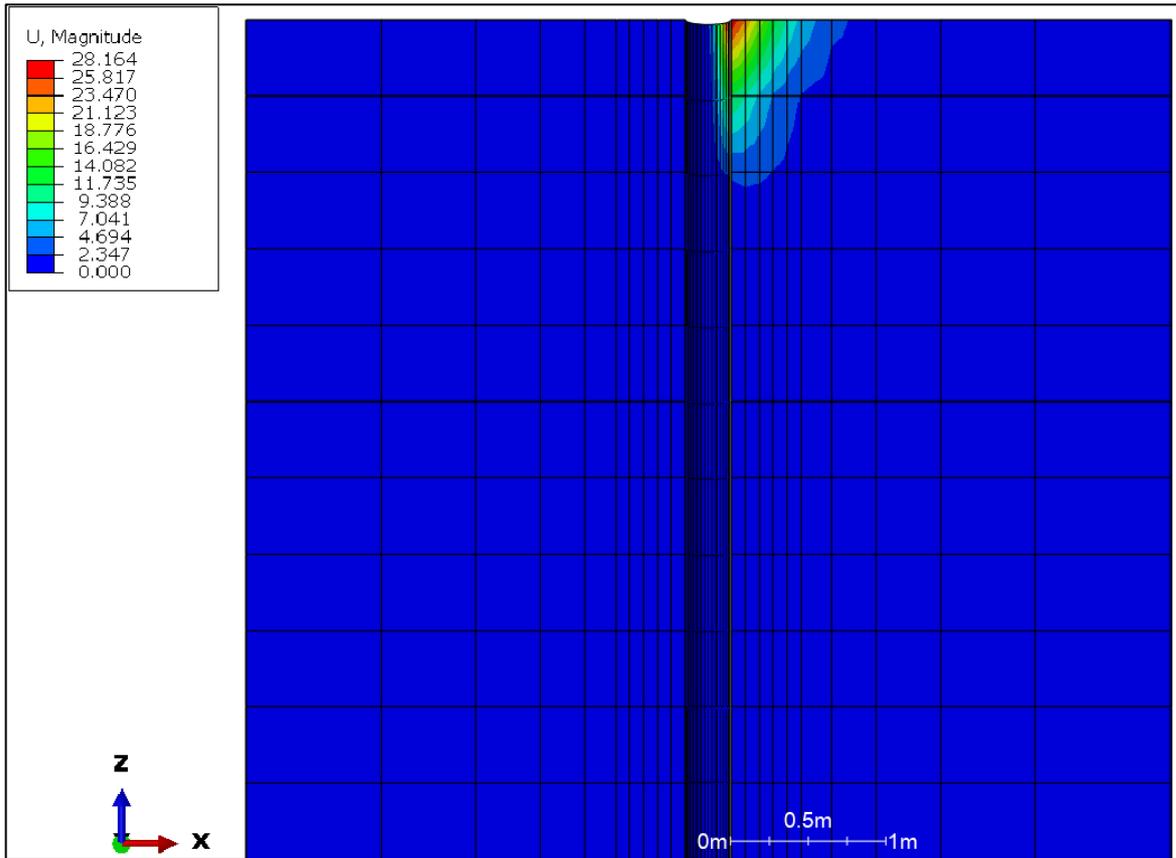
Figura 59 - Campo de deformações no solo para o Modelo 1; visão em planta



Nota-se que a área deformada se concentra na região onde os deslocamentos são mais intensos. No entanto, a magnitude das deformações é elevada, atingindo valores de quase 5%. É importante ressaltar que as curvas de isovalores mostradas foram retiradas no momento após o último incremento de carga, onde o solo já havia apresentado ruptura para o Modelo em questão.

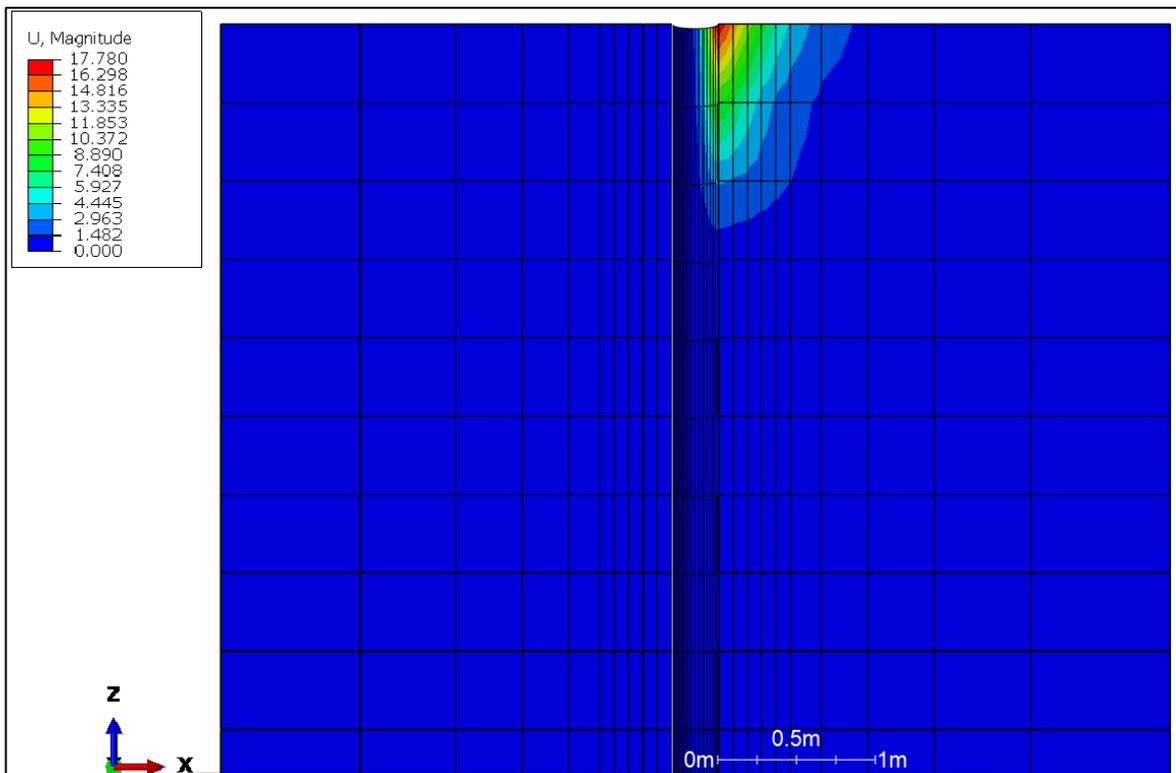
A **Figura 60**, a **Figura 61** e a **Figura 62** mostram, através de um corte no modelo, as curvas de isovalores para os deslocamentos nos Modelos 1, 2 e 3, respectivamente.

Figura 60 - Campo de deslocamentos (mm) no solo para o Modelo 1; visão em corte



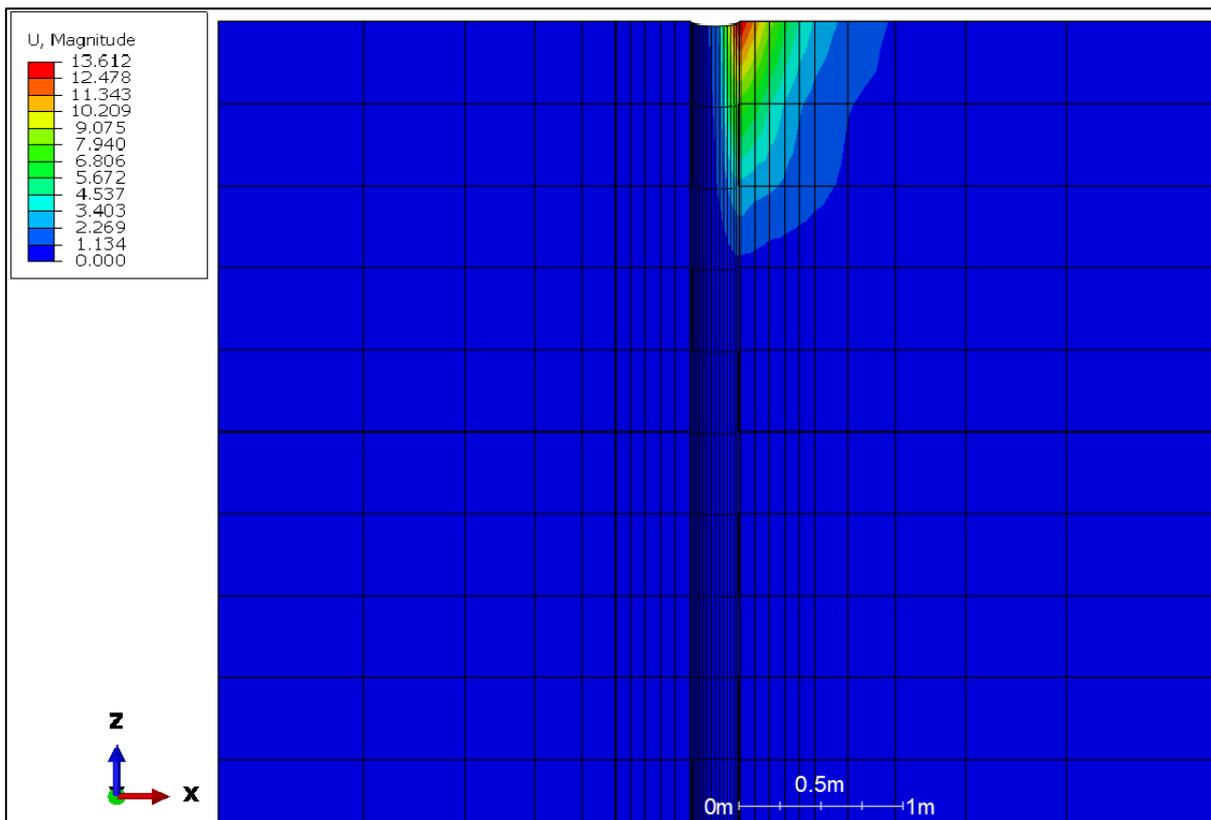
Fonte: O autor.

Figura 61 - Campo de deslocamentos (mm) no solo para o Modelo 2; visão em corte



Fonte: O autor.

Figura 62 - Campo de deslocamentos (mm) no solo para o Modelo 3; visão em corte



Fonte: O autor.

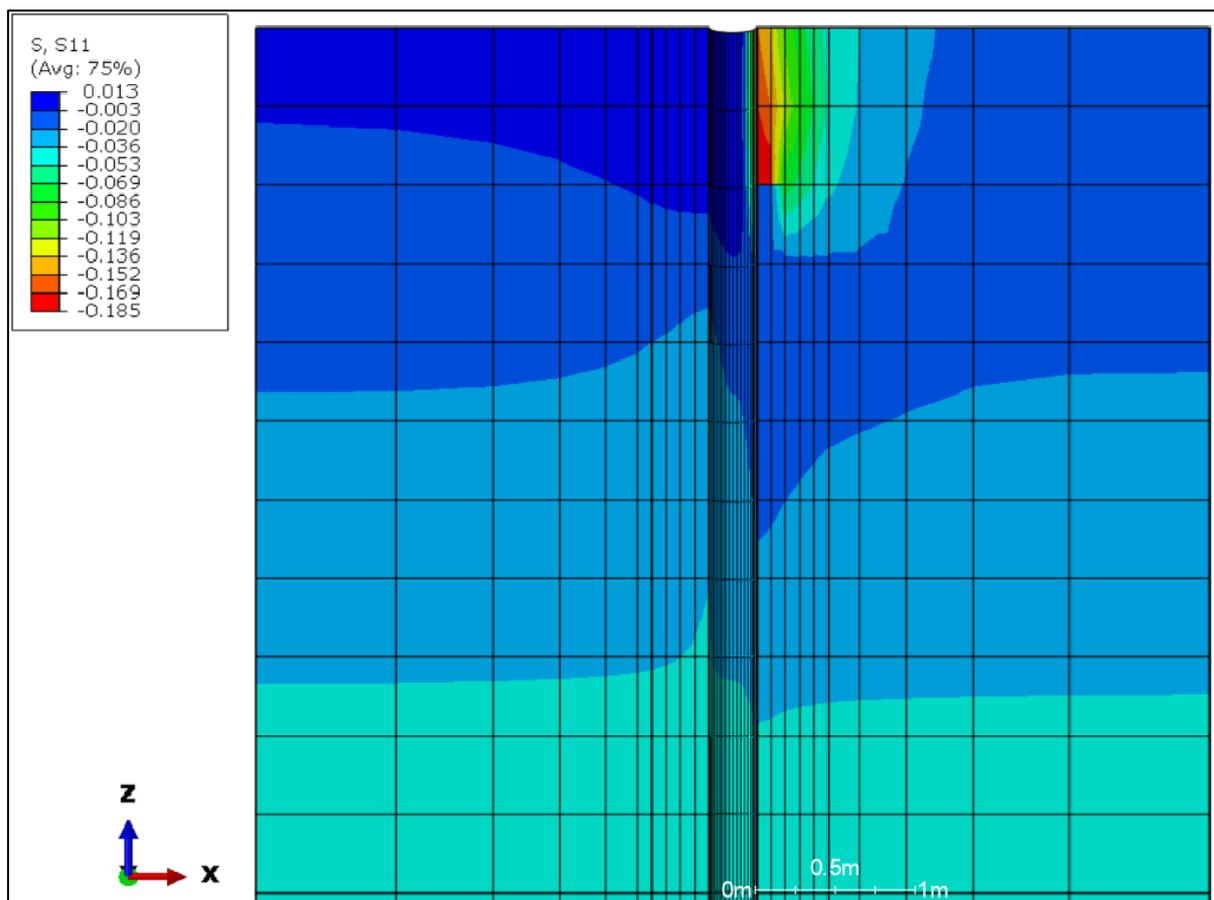
As Figuras mostram que, de forma análoga à visão em planta, com a abrangência da área do campo de deslocamentos, a profundidade máxima até onde o solo é deslocado pela estaca também aumenta conforme o aumento da taxa de armadura. Do mesmo modo, os valores máximos observados são reduzidos drasticamente.

A profundidade máxima atingida variou de 4 diâmetros para 5 diâmetros, aproximadamente, entre o Modelo 1 ($\rho=0,44\%$; $F=34\text{kN}$) e o Modelo 3 ($\rho=2,28\%$; $F=34\text{kN}$).

É possível observar, aqui, a semelhança entre os campos de deslocamentos entre o modelo desenvolvido e os modelos da **Figura 8**, da **Figura 9** e da **Figura 10**.

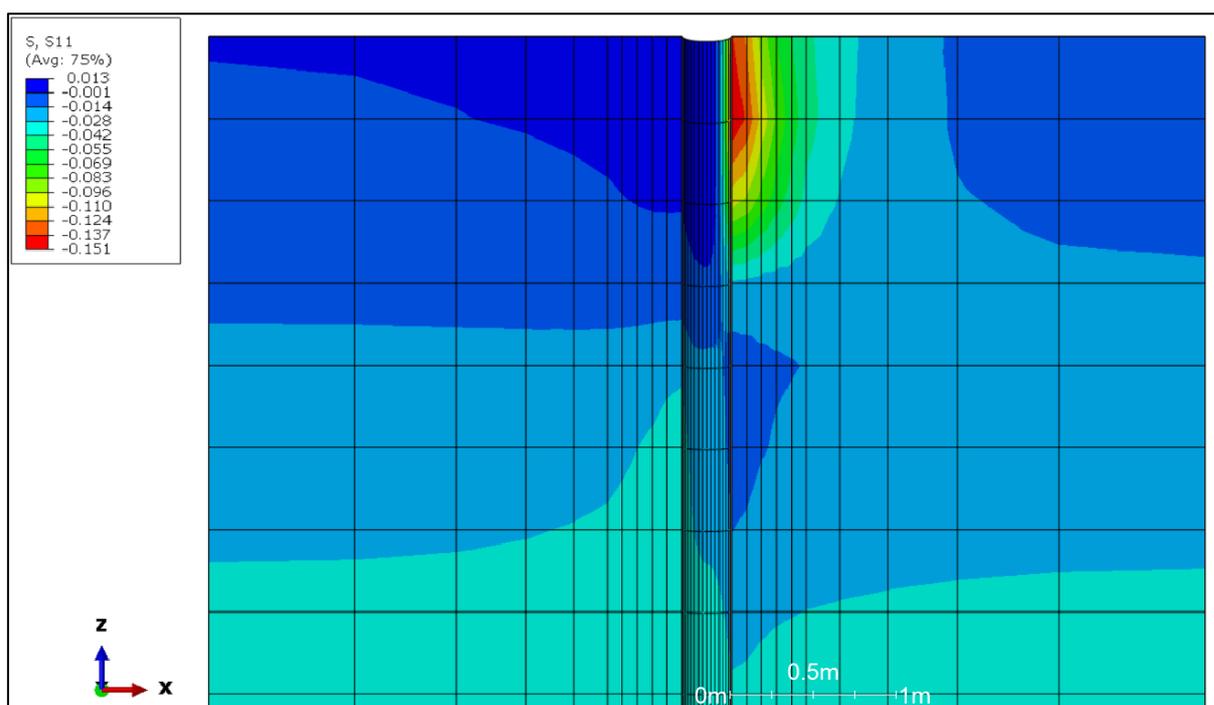
Através da mesma visão em corte, a **Figura 63**, a **Figura 64** e a **Figura 65** apresentam a distribuição das tensões horizontais principais no maciço de solos.

Figura 63 - Campo de tensões horizontais (MPa) no solo para o Modelo 1; visão em corte



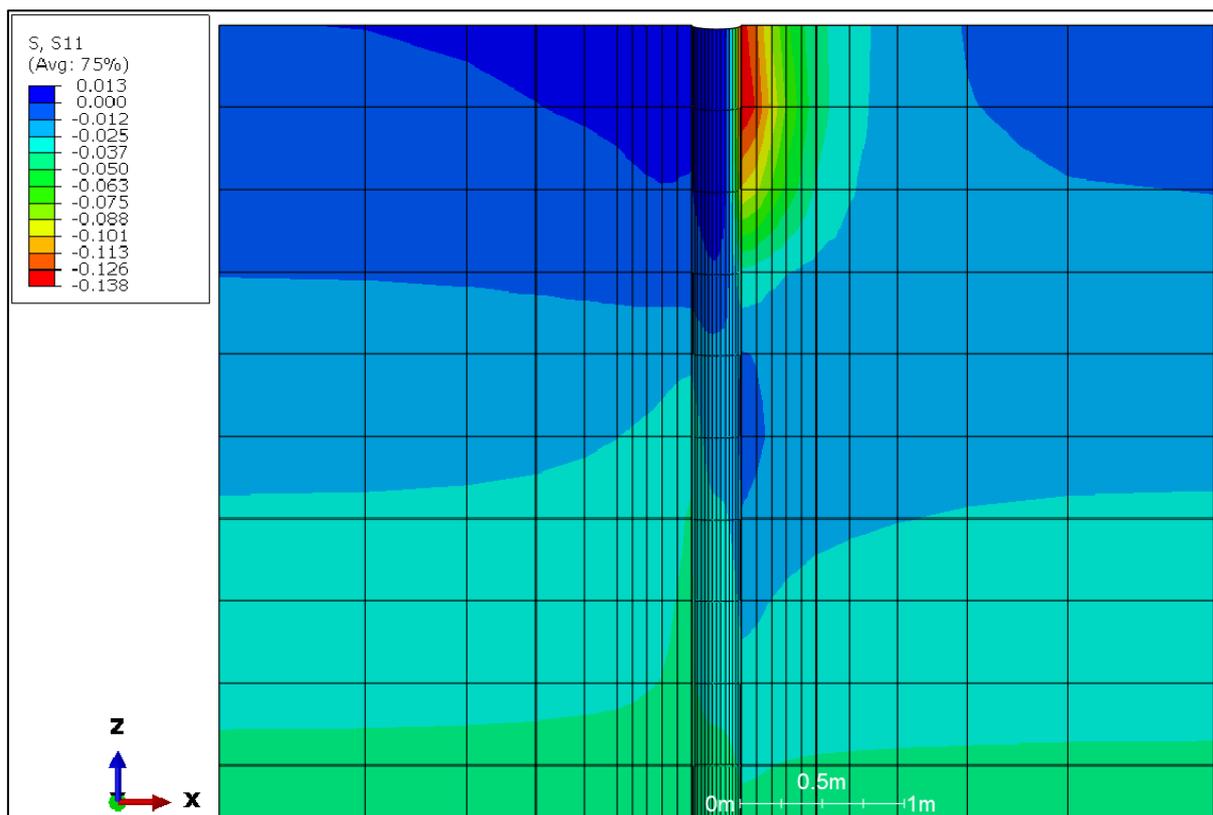
Fonte: O autor.

Figura 64 - Campo de tensões horizontais (MPa) no solo para o Modelo 2; visão em corte



Fonte: O autor.

Figura 65 - Campo de tensões horizontais (MPa) no solo para o Modelo 3; visão em corte



Fonte: O autor.

As figuras mostram que estacas mais rígidas, com maiores taxas de armadura, provocam um campo de deslocamentos menos intenso no solo, ou seja, com menores valores. Porém, é possível perceber que a abrangência do campo de deslocamentos aumentou conforme a taxa de armadura aumentava.

O mesmo acontece para as tensões: estacas mais rígidas provocaram menores tensões de contato no solo, mas as tensões se distribuíram em uma área maior. Essa tendência, no entanto, parece ter um limite. Os campos de tensões e deslocamentos das estacas dos Modelos 2 ($\rho=1,04\%$; $F=34\text{kN}$) e 3 ($\rho=2,28\%$; $F=34\text{kN}$), que não apresentaram ruptura do solo ou estrutural, são muito similares em geometria, apesar de ainda possuírem valores de pico diferentes para as tensões horizontais.

4.2 ESTUDO EM FLEXÃO COMPOSTA

A última etapa desta pesquisa consiste em uma análise do efeito da atuação da carga vertical em estacas carregadas horizontalmente.

Foram elaborados 6 Modelos adicionais a partir do Modelo 2, conforme mostra a **Tabela 18**. Os resultados obtidos foram plotados em comparação com os resultados do Modelo 2 ($\rho=1,04\%$; $F=34\text{kN}$).

Para os casos em estudo, a carga horizontal aplicada foi mantida em 34 kN e, também, a configuração do Modelo 2 ($\rho=1,04\%$; $F=34\text{kN}$), com armaduras longitudinais de 6 barras de 12,5 mm e armaduras transversais composta por barras de 6,3 mm a cada 15 centímetros.

Tabela 18 - Configurações de estudo da influência do carregamento vertical

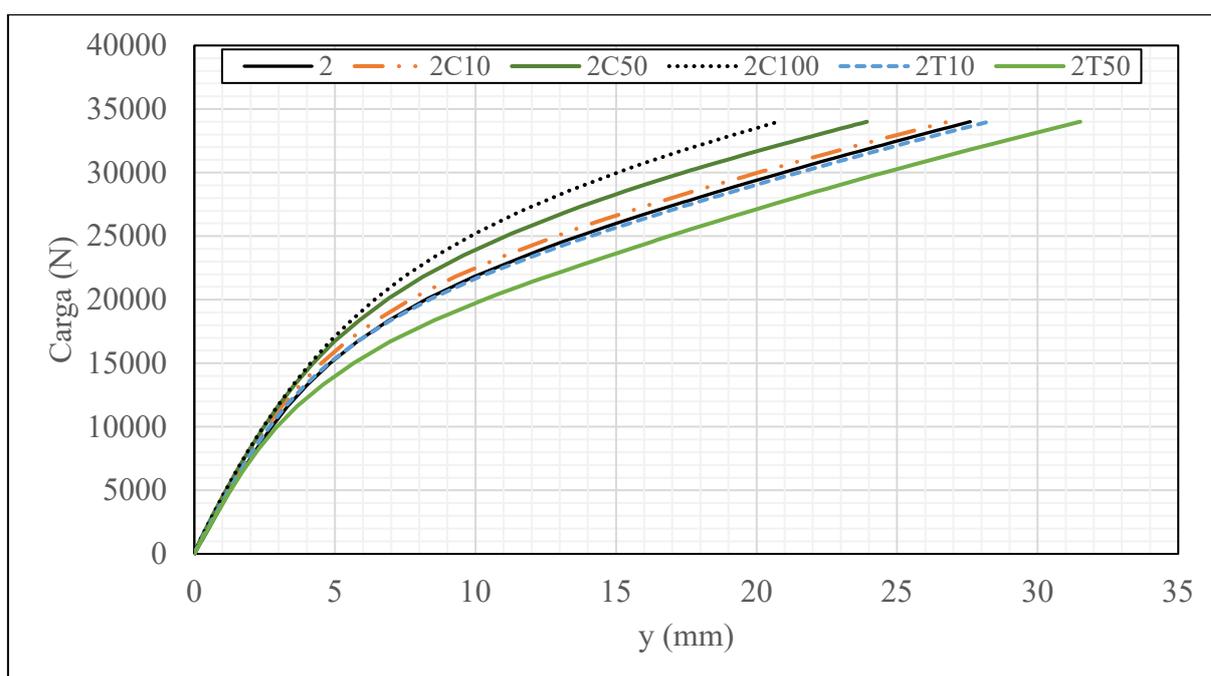
Modelo	Carga Horizontal (kN)	Carga Vertical (kN)	Sentido da Carga Vertical
2	34	-	-
2C10	34	10	Compressão
2C50	34	50	Compressão
2C100	34	100	Compressão
2T10	34	10	Tração
2T50	34	50	Tração
2T100	34	100	Tração

Fonte: O autor.

O procedimento de carregamento consistiu na aplicação de todo o carregamento vertical. Depois, o carregamento horizontal foi aplicado quando toda a carga vertical já atuava na estaca.

O estudo comparativo entre as curvas carga *versus* deflexão é exposto na **Figura 66**. No entanto, não foi plotada nenhuma curva para o Modelo 2T100 pois a estaca não suportou o elevado esforço de tração antes mesmo da aplicação da carga horizontal.

Figura 66 - Curva carga horizontal *versus* deflexão no topo da estaca para diferentes cargas verticais



Fonte: O autor.

Analisando a **Figura 66**, é possível perceber que a estaca apresentou deslocamentos decrescentes no topo quanto maior a carga vertical de compressão aplicada, assim como observado por Qinglai & Yufeng (2018). Do mesmo modo, os deslocamentos aumentaram com o aumento da carga de tração.

Esse comportamento era esperado, de certo modo, já que o aumento da carga de compressão deve reduzir a tensão de tração gerada pelos momentos. Isso pode ser percebido ao analisar o ábaco da **Figura 25**, onde os valores ótimos de p se encontram na região onde o valor de n varia entre 0,1 e 0,3, dependendo do valor de m . No entanto, quanto maior o momento fletor, mais disperso se torna esse efeito, e a carga vertical acaba contribuindo para o esmagamento do concreto na região de compressão.

Analogamente, as cargas de tração acentuam a tração gerada pelos momentos. Assim, o momento de fissuração acaba assumindo um valor menor, fazendo com que a seção fissure mais cedo, ocasionando maior perda de rigidez ao longo da aplicação da carga horizontal.

Para fins de demonstração, o autor calculou os valores de n para cada caso (**Tabela 19**).

Os valores de f_{cd} , b_d e m são os mesmos apresentados no item 4.1.2 deste trabalho.

Tabela 19 – Valores de n para cada caso de carga vertical

Modelo	n
2	0
2C10	0.013
2C50	0.064
2C100	0.128
2T10	-0.013
2T50	-0.064

Fonte: O autor.

A **Tabela 20** mostra as tensões de compressão no concreto e de tração nas armaduras encontradas ao fim de cada processamento, bem como as respectivas deformações.

Tabela 20 - Tensões e deformações no concreto e na armadura para cada caso de carga vertical

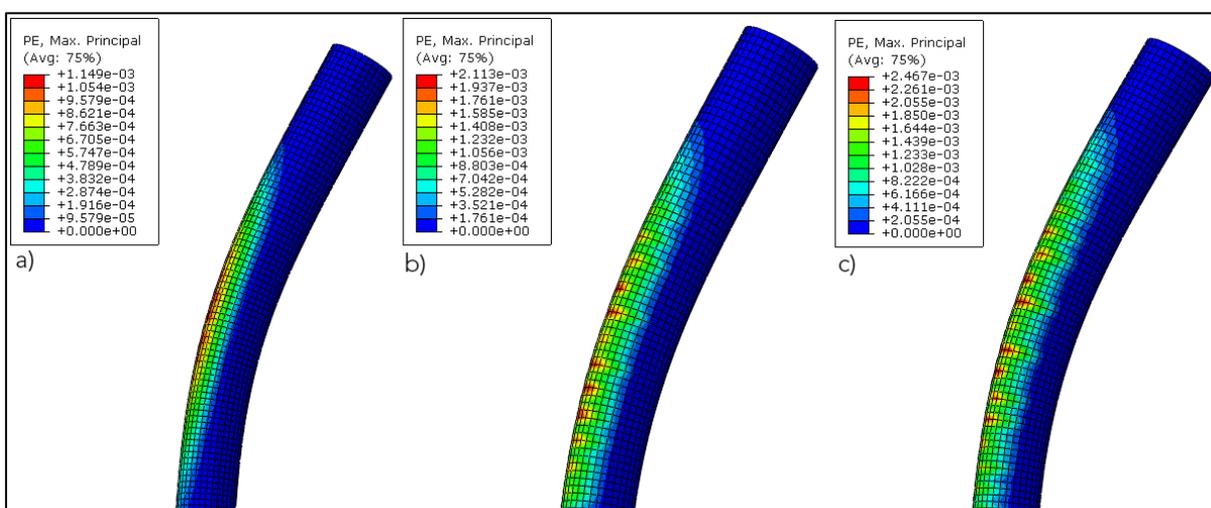
Modelo	σ_c (MPa)	σ_s (MPa)	ϵ_c	ϵ_s
2	16.68	335.50	0.108%	0.160%
2C10	16.61	321.70	0.107%	0.153%
2C50	16.31	279.80	0.104%	0.133%
2C100	15.67	206.60	0.098%	0.098%
2T10	16.74	346.10	0.108%	0.165%
2T50	17.02	404.00	0.111%	0.192%

Fonte: O autor.

É possível perceber que com o aumento da carga vertical, as tensões e deformações no concreto e no aço são reduzidas. Isso porque a carga vertical atuante desde o início do carregamento reduz as fissurações iniciais, o que preserva a seção de concreto, reduzindo a tensão de compressão, que é função da área comprimida. A tensão de tração no aço é reduzida pelo mesmo motivo, já que há mais seção de concreto presente para resistir aos esforços de tração.

Do mesmo modo, a carga de tração aumenta a abertura de fissuras, causando o efeito oposto: as tensões de compressão no concreto e tração no aço aumentam. Um comparativo das deformações plásticas no concreto pode ser observado na **Figura 67**.

Figura 67 - Deformações plásticas no concreto nos Modelos (a) 2C100; (b) 2; (c) 2T50



Fonte: O autor.

A **Figura 67** evidencia que, ao final do carregamento, as deformações plásticas apresentadas para o Modelo 2C100 correspondem a menos de 50% das deformações apresentadas para o Modelo 2T50.

5 CONCLUSÃO

Este estudo tinha por objetivo abordar a influência da taxa de armadura em estacas de concreto submetidas a carregamentos horizontais através de análise numérica em elementos finitos 3D.

Os resultados da pesquisa mostraram que:

- 1) O aumento da taxa de armadura nas estacas proporciona a preservação da rigidez da estaca, por preservar a seção de concreto devido à redução dos efeitos de fissuração ocasionados pelo carregamento horizontal;

- 2) Com o aumento da rigidez da estaca, as deformações e os deslocamentos observados para uma mesma carga aplicada apresentaram redução de até 55% de acordo com as configurações analisadas;
- 3) Os momentos fletores e as tensões observadas nas estacas são sensíveis à taxa de armadura presente na estaca, onde os maiores momentos e tensões são observados para as estacas com menor taxa de armadura;
- 4) Os valores de pico para as tensões horizontais no solo decrescem com o aumento da taxa de armadura;
- 5) A geometria dos campos de distribuição de tensões no maciço é afetada pelo aumento da taxa de armadura nas estacas, abrangendo uma maior área nas três dimensões do espaço para maiores valores de ρ .
- 6) A análise do caso de estacas submetidas a carregamentos horizontais, bem como o traçado das curvas de dimensionamento p - y devem levar em consideração o modelo de plasticidade e a taxa de armadura nas estacas, uma vez que a tensão de ruptura e os deslocamentos apresentados nos modelos mostraram-se sensíveis à variação da taxa de armadura.
- 7) A atuação de cargas verticais nas estacas pode ser favorável ao comportamento destas dependendo da natureza da carga (tração ou compressão) e do nível de carregamento;
- 8) O modelo de plasticidade *Damage Plasticity* do software *ABAQUS* apresentou resultados satisfatórios, condizentes com o descrito por autores em modelos numéricos e ensaios experimentais de campo.

O estudo evidenciou a importância da análise de elementos de fundação em regime plástico, visto que os resultados são sensíveis à taxa de armadura empregada na peça, que não é contemplada em regime elástico.

Os resultados mostram também que pode ser possível definir um valor ótimo para a taxa de armadura na peça, visando melhor custo-benefício e garantindo a segurança da estrutura, visto que a redução dos deslocamentos observados em função do aumento da taxa de armadura não obedece a uma relação linear (**Tabela 12**).

É importante ressaltar que os resultados encontrados neste trabalho foram validados em comparação com um ensaio de campo em estacas executadas em Hélice Contínua Monitorada, que causa perturbação mínima no solo ao redor da estaca.

Como continuação deste trabalho, sugere-se a análise do efeito de grupo ou da influência do bloco de coroamento das estacas, bem como a análise da influência da rigidez das primeiras camadas de solo no comportamento da estaca.

6 REFERÊNCIAS

- ABREU, J. A. **Avaliação do comportamento de grupos de fundação carregados lateralmente em solo poroso colapsível e tropical do distrito federal**. 2014. 177 f. Dissertação (Mestrado em Geotecnia) – Faculdade de Tecnologia, Universidade de Brasília, Brasília, 2014.
- ALONSO, U. R. **Dimensionamento de fundações profundas**. 2. ed. São Paulo: Blucher, 2012.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto: Procedimento. Rio de Janeiro: ABNT, 2014.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 6122**: Projeto e execução de fundações. Rio de Janeiro: ABNT, 2019.
- BRINCH HANSEN, J. The ultimate resistance of rigid piles against transversal forces. **BULLETIN No. 12**, p. 5-9. Danish Geotechnical Institute, Copenhagen, 1961.
- BROMS, B.B. Lateral resistance of piles in cohesive soils. **JOURNAL OF THE SOIL MECHANICS AND FOUNDATION DIVISION**, v. 90, 2 ed., p. 27-63, mar., 1964.
- BROMS, B.B. Lateral resistance of piles in cohesionless soils. **JOURNAL OF THE SOIL MECHANICS AND FOUNDATION DIVISION**, v. 90, 3 ed., p. 123-156, mai., 1964.
- BROWN, D. A.; MORRISON, C.; REESE, L. C. Lateral load behavior of pile groups in sand. **JOURNAL OF GEOTECHNICAL ENGINEERING**, v. 114, 11 ed., p. 1261-1276, nov., 1988.
- BONETTI, L. S. **Análise estática e dinâmica de arrancamento de ancoragem em modelo reduzido**. 2017. 153 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2017.
- CONTE, E.; TRONCONE A.; VENA M. Nonlinear three-dimensional analysis of reinforced concrete piles subjected to horizontal loading. **COMPUTERS AND GEOTECHNICS**, v. 49, p. 123-133, abr., 2013.
- DAS, B. M.; SOBHAN, K. **Principles of geotechnical engineering**. 8 ed. Stamford: Cengage Learning, 2014.
- DASSAULT SYSTÈMES. **ABAQUS 6.12 Analysis User's Manual**. Providence, 2012.
- DASSAULT SYSTÈMES. **ABAQUS 6.11 Theory Manual**. Providence, 2011.
- DONG, J.; CHEN, F.; ZHOU, M.; ZHOU, X. Numerical analysis of the boundary effect in model tests for single pile under lateral load. **BULLETIN OF ENGINEERING GEOLOGY AND THE ENVIRONMENT**, v. 77, p. 1057-1068, ago., 2018.

EARIJ, A.; ALFANO, G.; CASHELL, K.; ZHOU, X. Nonlinear three-dimensional finite-element modelling of reinforced-concrete beams: Computational challenges and experimental validation. **ENGINEERING FAILURE ANALYSIS**, v. 8, p. 92-115, dez., 2017.

EBID, A. M. Simplified approach to consider cracking effect on the behavior of laterally loaded RC piles. **INTERNATIONAL JOURNAL OF INNOVATIVE RESEARCH IN SCIENCE, ENGINEERING AND TECHNOLOGY**, v. 77, out., 2015.

FLEMING, K.; WELTMAN, A.; RANDOLPH, M.; ELSON, K. **Piling engineering**. 3. ed. Nova Iorque: Taylor & Francis, 2009.

GOWDA, K. N.; ZAI, S. A. K.; CHETHANKUMAR, J.; ASWINI KUMAR, K. N. Finite element analysis of flexural behaviour recycled aggregate concrete beam using *ABAQUS*. **INTERNATIONAL JOURNAL OF CURRENT RESEARCH**, v. 13, p. 18727-18732, set., 2021.

HAZZAR, L.; HUSSIEN, M. N.; KARRAY M. Influence of vertical loads on lateral response of pile foundations in sands and clays. **JOURNAL OF ROCK MECHANICS AND GEOTECHNICAL ENGINEERING**, v. 9, n. 2, abr., 2017.

HORDJIK, D. A. **Local approach to fatigue of concrete**. 1991. 206 f. Tese (Doutorado em Engenharia) – Faculdade de Engenharia e Geociências, Technische Universiteit Delft, Delft, 1991.

MARTINS, P. A.; LIMA, P. R. L.; LIMA, J. M. F.; SANTOS, G. J. B. Análise numérica de vigas de concreto armado com diferentes taxas de armadura usando modelo de plasticidade. **JOURNAL OF RESEARCH AND INNOVATION IN CIVIL ENGINEERING**, v. 1, 1 ed, jun., 2021.

MATLOCK, H.; REESE, L. C. Generalized solutions for laterally loaded piles. **JOURNAL OF THE SOIL MECHANICS AND FOUNDATIONS DIVISION**, v. 86, out., 1960.

MONTOYA, P. J.; MESEGUER, A. G.; CABRÉ, F. M.; PORTERO, J. C. A. **Hormigón Armado**. 15. ed. Barcelona: Editorial Gustavo Gili, 2009..

MOURA, T. R. C. Demonstração do cálculo da linha neutra em vigas submetidas à flexão. **REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR NÚCLEO DO CONHECIMENTO**, v. 04, ed. 10, Vol. 10, p. 99-115, out., 2019.

PAZDAN, M. FEM modelling of the static behaviour of reinforced concrete beams considering the nonlinear behaviour of the concrete. **STUDIA GEOTECHNICA ET MECHANICA**, v. 43, p. 206-223, abr., 2021.

POULOS, H. G.; DAVIS, E. H. **Pile foundation analysis and design**. Florida: Robert E. Krieger Pub. Company Inc., 1980.

QINGLAI, F.; YUFENG, G. Effect of reinforcement ratio and vertical load level on lateral capacity of bridge pile foundations. **POLISH MARITIME RESEARCH**, v. 25, p. 120-126, jan., 2018.

REESE, L. C.; VAN IMPE, W. **Single piles and pile groups under lateral loading**. 2. ed. Londres: CRC Press, 2011.

ROLLINS, K. M.; STENLUND, T. E. Laterally loaded pile cap connections. **UDOT Report No. UT-10.16**. Utah Department of Transportation, Salt Lake City, Utah, 2010.

SLOWIK, M. The analysis of failure in concrete and reinforced concrete beams with different reinforcement ratio. **ARCHIVE OF APPLIED MECHANICS**, v. 89, p. 885-895, out., 2018.

THOMAZ, E. **Trincas em edifícios: Causas, prevenção e recuperação**. 2. Ed. São Paulo: Oficina de Textos, 2020.

UMAIR-SALEEM, M.; KHURRAM, N.; NASIR-AMIN, M.; KHAN, K. Finite element simulation of RC beams under flexure strengthened with different layouts of externally bonded fiber reinforced polymer (FRP) sheets. **REVISTA DE LA CONSTRUCCIÓN**, v. 17, n. 3, p. 383-400, dez., 2018.

VENKATESWARLU, B.; HEMANTH, K. S. Flexural behavior of reinforced concrete beam by finite element method. **INTERNATIONAL JOURNAL OF ENGINEERING SCIENCE AND COMPUTING**, v. 8, n. 6, jun., 2018.

WAHALATHANTRI, B. L.; THAMBIRATNAM, D. P.; CHAN, T. H. T.; FAWZIA, S. A material model for flexural crack simulation in reinforced concrete elements using *ABAQUS*. **PROCEEDINGS OF THE FIRST INTERNATIONAL CONFERENCE ON ENGINEERING, DESIGNING AND DEVELOPING THE BUILT ENVIRONMENT FOR SUSTAINABLE WELLBEING**, p. 260-264, abr., 2011.

YAZIR, A.; EFFENDI, M. K.; TAVERIYANTO, A.; APRIYATNO, H. Analysis of strengths of reinforced concrete beam structures with cfrp sheet using *ABAQUS* Software 6.14. **JURNAL TEKNIK SIPIL & PERENCANAAN**, v. 21, jan., 2019.

ZHANG, L.; SILVA, F.; GRISMALA, R. Ultimate lateral resistance to piles in cohesionless soils. **JOURNAL OF GEOTECHNICAL AND GEOENVIRONMENTAL ENGINEERING**, v. 131, 1 ed., p. 78-83, jan., 2005.

ZORMPA, T. E.; COMODROMOS, E. M. Numerical evaluation of pile response under combined lateral and axial loading. **GEOTECHNICAL AND GEOLOGICAL ENGINEERING**, v. 36, p. 793-811, abr., 2018.