UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ CENTRO DE TECNOLOGIA DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL - MESTRADO

PAULA FERNANDA GUEDES

ANÁLISE DE SOLUÇÕES PARA FUNDAÇÕES PROFUNDAS DE PILARES DE DIVISA

MARINGÁ 2019

PAULA FERNANDA GUEDES

ANÁLISE DE SOLUÇÕES PARA FUNDAÇÕES PROFUNDAS DE PILARES DE DIVISA

Dissertação apresentada como parte dos requisitos necessários para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil do Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil da Universidade Estadual de Maringá.

Orientador: Prof. Dr. Sérgio Trajano Franco Moreiras

MARINGÁ 2019

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) (Biblioteca Central - UEM, Maringá, PR, Brasil)

K62b	Guedes, Paula Fernanda Análise de soluções para fundações profundas de pilares de divisa / Paula Fernanda Guedes Maringá, 2019. 242 f. : il., figs., quadros.
	Orientador (a): Prof. Dr. Sérgio Trajano Franco Moreiras. Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual de Maringá, Centro de Tecnologia, Departametno de Engenharia Civil, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, 2019.
	 Viga de equilíbrio. 2. Bloco de coroamento. 3. Análise numérica. 4. Armadura de costura. I. Moreiras, Sérgio Trajano Franco, orient. II. Universidade Estadual de Maringá. Centro de Tecnologia. Departametno de Engenharia Civil. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil. III. Título.
	CDD 21.ed.624.15

MAS-CRB 9/1094

PAULA FERNANDA GUEDES

ANÁLISE DE SOLUÇÕES PARA FUNDAÇÕES PROFUNDAS DE PILARES DE DIVISA

Dissertação apresentada à Universidade Estadual de Maringá, como requisito parcial para a obtenção do título de mestre.

Aprovada em: 03/04/2019

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Sérgio Trajano Franco Moreiras Universidade Estadual de Maringa Prof. Dr. Rafael Alves de Souza Universidade Estadual de Maringá Frøf. Dr. Luiz Carlos de Almeida Universidade Estadual de Campinas

Aos meus pais, Osmar e Mirian, pelo constante apoio e incentivo ao longo desta caminhada.

AGRADECIMENTOS

A Deus, por dar forças e entendimento para que o desenvolvimento desse trabalho fosse possível.

À Universidade Estadual de Maringá, por proporcionar toda a estrutura para a multiplicação e partilha de conhecimento.

Ao Professor Dr. Sérgio Trajano Franco Moreiras pela orientação, paciência, dedicação e amizade ao longo desses dois anos de mestrado.

A todos os professores e funcionários do PCV, pela constante disposição em ajudar e dedicação para a excelência do programa de Pós-graduação.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) -Código de Financiamento 001, pelo auxílio financeiro concedido para o desenvolvimento da pesquisa.

Aos meus pais, Osmar e Mirian, que deram todo o suporte para que esta etapa da minha carreira se tornasse possível.

Ao meu namorado Jean, e a toda minha família e amigos, pelo apoio, compreensão e incentivo, quando este se fez necessário para que se transpusessem as dificuldades do percurso.

Por vezes sentimos que aquilo que fazemos não é, senão, uma gota de água no mar. Mas o mar seria menor se lhe faltasse uma gota.

Madre Teresa de Calcutá

RESUMO

É comum a construção de edificações que avancem até as divisas dos terrenos, a fim de obter o máximo aproveitamento do espaço. Nessas situações, o centro de gravidade dos pilares localizados nas divisas não coincide com o centro de gravidade das fundações. Para absorver os momentos fletores causados pela excentricidade do pilar, geralmente são utilizadas vigas de equilíbrio. Nesse aspecto, o presente trabalho tem por objetivo propor uma metodologia para o dimensionamento e verificação estrutural de blocos de divisa de fundações profundas com viga de equilíbrio. E ainda, estudar a viabilidade do dimensionamento de blocos de divisa sem a viga. Para tanto, foi selecionado como estudo de caso um edifício com pilares de divisa situado em Umuarama-PR. A partir do projeto de fundações, foram desenvolvidos três modelos com geometrias diferentes: Modelos 1 e 2 com viga de equilíbrio, e Modelo 3 sem tal elemento estrutural. No programa computacional ABAQUS, baseado no Método dos Elementos Finitos, foram analisadas as tensões elásticas atuantes nos modelos. A partir dessa análise, apresentouse uma metodologia de dimensionamento para as armaduras. Realizou-se então uma segunda análise do ABAQUS de 4 modelos relativos à série 1, 5 modelos relativos à série 2, e 4 modelos relativos à série 3. Nos quais foram inseridas as armaduras principais, com a variação do arranjo de armaduras de costura, de forma a considerar a não-linearidade do comportamento dos materiais. Analisou-se o modo de ruptura, a deformação plástica no concreto e a carga máxima suportada por cada modelo. Para as séries 1 e 2, os modelos com a armadura de costura inclinada em 45° apresentaram a maior eficiência, pois exibiram uma ruptura mais dúctil, com os respectivos fatores de carga últimos dentro dos limites estabelecidos para a segurança. Com isso, concluiu-se que tal arranjo de armaduras garantiu a absorção das tensões de tração transversais à escora de forma mais eficaz, demonstrando a viabilidade do dimensionamento. Os modelos da série 3, sem a viga de equilíbrio, tiveram sua resistência limitada pela capacidade de flexão da estaca, e não apresentaram fatores de carga últimos dentro do limite necessário para atestar a segurança. Dessa forma, a não utilização da viga de equilíbrio no modelo estudado não se mostrou viável, visto à necessidade de redimensionamento da estaca para aumentar a sua resistência à flexão.

Palavras-chave: Viga de equilíbrio. Bloco de coroamento. Análise numérica. Armadura de costura.

ABSTRACT

It is common the construction of buildings that advance to the property lines, in order to obtain the maximum use of space. In these situations, the gravity center of the pillars located in the borderlines does not coincide with the gravity center of the foundations. To absorb the bending moments caused by the pillar eccentricity, strap beams are generally used. In this regard, the present work aims to propose a methodology for the structural design and verification of property line located pile caps with strap beam. As well to study the feasibility of the borderline pile caps design without the strap beam. To do so, a building with borderline pillars, located in Umuarama-PR, was selected as a case study. From the foundations design, three models with different geometries were developed: Models 1 and 2 with strap beam, and Model 3 without such structural element. In the ABAQUS software, based on the Finite Element Method, elastic stresses were analyzed in the models. From this analysis, a design methodology for the reinforcement was then presented. A second ABAOUS analysis of 4 models related to series 1, 5 models related to series 2, and 4 models related to series 3 was carried out. In these models, the main reinforcements were inserted, with the variation of the secondary reinforcement, considering the materials non-linear behavior. The failure mode, the plastic strain in the concrete and the maximum load supported by each model were analyzed. For series 1 and 2, the models with 45° inclined secondary reinforcement showed the highest efficiency because they exhibited a more ductile rupture, with the ultimate load factors within the limits established for safety. Thus, it was concluded that such an arrangement of reinforcement ensured the absorption of tensile stresses transverse to the strut more effectively, demonstrating the feasibility of this design. The series 3 models, without the strap beam, had their resistance limited by the bending capacity of the pile, and did not present ultimate load factors within the limit required to attest to safety. Thus, the non-use of the strap beam in the studied model was not feasible, due to the need of redesign the pile to increase its resistance to flexure.

Key-words: Strap beam. Pile cap. Numerical Analysis. Horizontal secondary reinforcement.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Situações típicas de regiões "D"	31
Figura 2.2 – Região-D típica	32
Figura 2.3 – Caminho das cargas e modelo de escoras e tirantes	33
Figura 2.4 – Região-D com a representação das escoras, tirantes e regiões nodais	34
Figura 2.5 – Tipos de nós	35
Figura 2.6 – Escoras de concreto do tipo "garrafa"	35
Figura 2.7 – Tipos de escoras de concreto	36
Figura 2.8 – Exemplo de concreto confinado (a) por concreto (b) por armaduras	37
Figura 2.9 – Nós contínuos (B) e singulares (A)	40
Figura 2.10 – Equilíbrio de forças de compressão e tração em um nó	41
Figura 2.11 – Verificação e ancoragem das armaduras na região nodal	42
Figura 2.12 – Bloco de divisa	45
Figura 2.13 – Consolo de concreto armado	47
Figura 2.14 – Mecanismo da "Teoria do Atrito-Cisalhamento"	48
Figura 2.15 – Modelo de escoras e tirantes idealizado para o consolo	50
Figura 2.16 – Modelo de análise para o consolo curto	51
Figura 2.17 – Cargas diretas (a) e indiretas (b)	52
Figura 2.18 – Distribuição da armadura de costura no consolo	55
Figura 2.19 – Modelo de bielas proposto por Fernandes e El Debs (2005)	56
Figura 2.20 – Armaduras secundárias de acordo com o EUROCODE 2 (2004)	58
Figura 2.21 – Modelos refinados de escoras e tirantes para as armaduras secundárias	59
Figura 2.22 – Modelo de escoras e tirantes refinado para a armadura vertical	60
Figura 2.23 – Modelo de escoras e tirantes refinado para o cálculo da armaura horizontal	61
Figura 2.24 – Viga de equilíbrio analisada por Tanno (2012)	63
Figura 2.25 – Viga de equilíbrio analisada por Tanno (2012)	64
Figura 2.26 – Analogia de treliça	64
Figura 2.27 – Tensões (a) longitudinais e (b) transversais atuantes no modelo	65
Figura 2.28 – Exemplo de força indireta com armadura de suspensão	65
Figura 2.29 – Armadura de suspensão	66
Figura 2.30 – Rebaixamento do bloco	67
Figura 2.31 – Ábaco para o dimensionamento à flexão composta	69

Figura 2.32 – Modelos de interação solo-estaca71
Figura 2.33 – Conversão de pressão em carga distribuída73
Figura 2.34 – Solos coesivos pré-adensados74
Figura 2.35 – Areias, siltes e argilas normalmente adensadas74
Figura 2.36 – Superfície de escoamento79
Figura 2.37 – (a) Superfície de potencial plástico e superfície de escoamento no plano deviatório
(b) ângulo de dilatação e excentricidade no plano meridional80
Figura 2.38 – Diagrama tensão-deformação para o concreto à compressão
Figura 2.39 – Diagrama tensão-deformação para o concreto à tração84
Figura 3.1 – Modelo 1: (a) Vista em planta e (b) vista lateral86
Figura 3.2 – Modelo 2: (a) Vista em planta e (b) vista lateral
Figura 3.3 – Modelo 3: (a) Vista lateral e (b) vista em planta
Figura 3.4 – Idealização no Ftool: (a) Modelos 1 e 2 e (b) Modelo 391
Figura 3.5 – Indicação dos locais de aplicação da carga93
Figura 3.6 – Modelo constitutivo para o concreto à compressão94
Figura 3.7 – Diagrama tensão-deformação para o concreto à tração95
Figura 3.8 – Comportamento elasto-plástico perfeito para o aço96
Figura 3.9 – Gráfico: modelo constitutivo do concreto à compressão (a) e ao dano (b)98
Figura 3.10 – Gráfico: modelo constitutivo do concreto à tração (a) e ao dano (b)99
Figura 3.11 – (a) Simetria dos Modelos 1 e 2, (b) condições de contorno e (c) Modelo 3101
Figura 3.12 – Apoios elásticos nas laterais das estacas, segundo o eixo X102
Figura 3.13 – Cargas inseridas no modelo (a) Modelos 1 e 2, (b) Modelo 3103
Figura 3.14 – Elemento estrutural discretizado em uma malha de elementos finitos104
Figura 3.15 – Viga de concreto armado ensaiada por Arduini, Tommaso e Nanni (1997)105
Figura 3.16 – Indicação das armaduras, apoios e deslocamentos da viga106
Figura 3.17 – Indicação da malha de discretização adotada para a viga107
Figura 3.18 – Carga x deslocamento no meio do vão: experimental e obtido no ABAQUS.108
Figura 3.19 – Primeiros danos à tração no concreto109
Figura 3.20 – Danos à tração durante a fase não-linear109
Figura 3.21 – Danos à compressão: (a) Iminência da ruptura, (b) após a ruptura110
Figura 3.22 – Gráfico tensão x deformação para o concreto à compressão110
Figura 3.23 – Tensões principais nas armaduras111
Figura 3.24 – Gráfico tensão x deformação para o aço à tração112
Figura 4.1 – Local de corte do elemento tridimensional114

Figura 4.2 – Tensões principais máximas de tração	115
Figura 4.3 – Direção das tensões principais de tração	115
Figura 4.4 – Indicação dos cortes	116
Figura 4.5 – Tensões de tração nas seções do Modelo	116
Figura 4.6 - Tensões de tração na região de divisa	117
Figura 4.7 – Tensões principais de compressão	117
Figura 4.8 – Tensões principais de compressão	118
Figura 4.9 – Tensões de compressão nas seções do Modelo	118
Figura 4.10 – Tensões de compressão na região de divisa	119
Figura 4.11 – Fluxo de tensões principais	119
Figura 4.12 – Indicação das tensões de cisalhamento na região de divisa	120
Figura 4.13 – Tensões de cisalhamento na região de divisa	120
Figura 4.14 – Tensões principais máximas de tração	121
Figura 4.15 – Direção das tensões principais tração	122
Figura 4.16 - Tensões de tração na região de divisa	122
Figura 4.17 – Indicação dos cortes	123
Figura 4.18 – Tensões de tração nas seções do Modelo	123
Figura 4.19 – Tensões principais mínimas	124
Figura 4.20 – Direção das tensões principais de compressão	124
Figura 4.21 – Tensões compressão ao longo da escora	125
Figura 4.22 – Tensões de compressão nas seções do Modelo	125
Figura 4.23 – Fluxo de tensões elásticas na região do consolo curto	126
Figura 4.24 – Tensões de cisalhamento na região do consolo curto	126
Figura 4.25 – Tensões de cisalhamento	127
Figura 4.26 – Tensões principais elásticas de tração do Modelo 3	128
Figura 4.27 – Direção das tensões principais de tração	129
Figura 4.28 – Tensão de tração nas seções do Modelo 3	129
Figura 4.29 – Tensão de tração nas entre o pilar e a estaca	130
Figura 4.30 – Tensões principais elásticas de compressão do Modelo 3	130
Figura 4.31 – Direção das tensões de compressão	131
Figura 4.32 – Tensão de compressão nas seções do Modelo 3	131
Figura 4.33 – Tensões de compressão na escora	132
Figura 4.34 – Fluxo de tensões elásticas no Modelo 3	132
Figura 4.35 – Tensões de cisalhamento	133

Figura 4.36 – Tensões de cisalhamento entre o pilar e a estaca	133
Figura 4.37 – Dimensionamento da região-D do Modelo 1	135
Figura 4.38 – Modelo refinado de escoras e tirantes para o consolo muito curto	137
Figura 4.39 – Diagrama dos momentos fletores (unidades em kN.m) – Modelo 1	139
Figura 4.40 – Diagrama das forças cortantes (unidades em kN) – Modelo 1	139
Figura 4.41 – Detalhamento das armaduras principais	145
Figura 4.42 – Armadura transversal e cortes	145
Figura 4.43 – Armadura de costura	146
Figura 4.44 – Armadura de pele no bloco	146
Figura 4.45 – Armadura da estaca	147
Figura 4.46 – Dimensionamento da região-D do Modelo 2	148
Figura 4.47 – Modelo refinado de escoras e tirantes para o consolo curto	150
Figura 4.48 – Diagrama dos momentos fletores (unidades em kN.m) – Modelo 2	152
Figura 4.49 – Diagrama das forças cortantes (unidades em kN) – Modelo 2	153
Figura 4.50 – Detalhamento das armaduras principais	157
Figura 4.51 – Armadura transversal e cortes	157
Figura 4.52 – Armadura de costura	158
Figura 4.53 – Armadura de pele no bloco	158
Figura 4.54 – Armadura da estaca	159
Figura 4.55 – Dimensionamento da região-D do Modelo 3	160
Figura 4.56 – Momento fletor atuante no Modelo 3	162
Figura 4.57 – Modelo com armadura de costura ABNT NBR 9062 (2006)	164
Figura 4.58 – Modelo com armadura de costura CEB-FIP Model Code 1990 (1993)	165
Figura 4.59 – Modelo com armadura de costura inclinada em 45º	166
Figura 4.60 – Armadura da estaca	167
Figura 4.61 – Modelo 1A	169
Figura 4.62 – Primeiras fissuras na viga: carga de 530 kN	170
Figura 4.63 – Fissuras relativas à carga máxima de 1259 kN	170
Figura 4.64 – Dano plástico na ruptura	171
Figura 4.65 – Direção das deformações plásticas principais máximas	171
Figura 4.66 – Pontos analisados para a deformação plástica	172
Figura 4.67 – Curva carga x deformação plástica nos pontos A e B	172
Figura 4.68 – Tensão de compressão x deformação nos pontos A e B	173
Figura 4.69 – Tensão de tração x deformação nos pontos A e B	173

Figura 4.70 – Tensões e escoamento das armaduras no ponto 2	174
Figura 4.71 – Modelo 1B	174
Figura 4.72 – Padrão de fissuração no ponto 2	175
Figura 4.73 – Dano plástico na ruptura	175
Figura 4.74 – Direção das deformações plásticas principais máximas	176
Figura 4.75 – Pontos analisados para a deformação plástica	176
Figura 4.76 – Curva carga x deformação plástica nos pontos A e B	177
Figura 4.77 – Tensão de compressão x deformação nos pontos A e B	177
Figura 4.78 – Tensão de tração x deformação nos pontos A e B	178
Figura 4.79 – Tensões e escoamento das armaduras no ponto 2	178
Figura 4.80 – Modelo 1C	179
Figura 4.81 – Fissuras relativas à carga de 1250 kN	179
Figura 4.82 – Dano plástico na ruptura	
Figura 4.83 – Direção das deformações plásticas principais máximas	
Figura 4.84 – Pontos analisados para a deformação plástica	
Figura 4.85 – Curva carga x deformação plástica nos pontos A e B	
Figura 4.86 – Tensão de compressão x deformação nos pontos A e B	
Figura 4.87 – Tensão de tração x deformação nos pontos A e B	
Figura 4.88 – Tensões e escoamento das armaduras no ponto 2	
Figura 4.89 – Modelo 1D	
Figura 4.90 – Fissuras relativas à carga de 1168 kN (ponto 2)	
Figura 4.91 – Dano plástico para a carga de 1168 kN	
Figura 4.92 – Dano plástico para a carga máxima de 1206 kN	
Figura 4.93 – Direção das deformações plásticas principais máximas	
Figura 4.94 – Pontos analisados para a deformação plástica	
Figura 4.95 – Curva carga x deformação plástica nos pontos A e B	
Figura 4.96 – Tensão de compressão x deformação nos pontos A e B	
Figura 4.97 – Tensão de tração x deformação nos pontos A e B	
Figura 4.98 – Tensões e escoamento das armaduras no ponto 2	
Figura 4.99 – Tensões e escoamento das armaduras no ponto 3	
Figura 4.100 – Modelo 2A	191
Figura 4.101 – Primeiras fissuras na viga: carga de 250 kN	192
Figura 4.102 – Fissuras relativas à carga máxima de 787 kN	192
Figura 4.103 – Dano plástico na ruptura	193

Figura 4.104 – Direção das deformações plásticas principais máximas	193
Figura 4.105 – Pontos analisados para a deformação plástica	
Figura 4.106 – Curva carga x deformação plástica nos pontos A e B	
Figura 4.107 – Tensão de compressão x deformação nos pontos A e B	
Figura 4.108 – Tensão de tração x deformação nos pontos A e B	
Figura 4.109 – Tensões e escoamento das armaduras no ponto 2	
Figura 4.110 – Modelo 2B	
Figura 4.111 – Fissuras relativas à carga máxima de 680 kN	
Figura 4.112 – Dano plástico na ruptura	
Figura 4.113 – Direção das deformações plásticas principais máximas	
Figura 4.114 – Pontos analisados para a deformação plástica	
Figura 4.115 – Curva carga x deformação plástica nos pontos A e B	
Figura 4.116 – Tensão de compressão x deformação nos pontos A e B	
Figura 4.117 – Tensão de tração x deformação nos pontos A e B	
Figura 4.118 – Tensões e escoamento das armaduras no ponto 2	201
Figura 4.119 – Modelo 2C	201
Figura 4.120 – Fissuras relativas à carga máxima de 794 kN	
Figura 4.121 – Dano plástico na ruptura	
Figura 4.122 – Direção das deformações plásticas principais máximas	
Figura 4.123 – Pontos analisados para a deformação plástica	
Figura 4.124 – Curva carga x deformação plástica nos pontos A e B	
Figura 4.125 – Tensão de compressão x deformação nos pontos A e B	
Figura 4.126 – Tensão de tração x deformação nos pontos A e B	
Figura 4.127 – Tensões e escoamento das armaduras no ponto 2	
Figura 4.128 – Modelo 2D	
Figura 4.129 – Padrão de fissuração para a carga de 710 kN (ponto 2).	207
Figura 4.130 – Dano plástico na ruptura	
Figura 4.131 – Direção das deformações plásticas principais máximas	
Figura 4.132 – Pontos analisados para a deformação plástica	
Figura 4.133 – Curva carga x deformação plástica nos pontos A e B	
Figura 4.134 – Tensão de compressão x deformação nos pontos A e B	210
Figura 4.135 – Tensão de tração x deformação nos pontos A e B	210
Figura 4.136 – Tensões e escoamento das armaduras no ponto 2	211
Figura 4.137 – Modelo 2E	212

Figura 4.138 – Fissuras relativas à carga máxima de 862 kN	212
Figura 4.139 – Dano plástico na ruptura	
Figura 4.140 – Direção das deformações plásticas principais máximas	
Figura 4.141 – Pontos analisados para a deformação plástica	214
Figura 4.142 – Curva carga x deformação plástica nos pontos A e B	214
Figura 4.143 – Tensão de compressão x deformação nos pontos A e B	
Figura 4.144 – Tensão de tração x deformação nos pontos A e B	
Figura 4.145 – Tensões e escoamento das armaduras no ponto 2	
Figura 4.146 – Modelo 3A	
Figura 4.147 – Desenvolvimento das fissuras no modelo	
Figura 4.148 – Dano plástico no ponto 3 (727 kN)	
Figura 4.149 – Dano plástico após o ponto 3	
Figura 4.150 – Direção das deformações plásticas principais máximas	222
Figura 4.151 – Pontos analisados para a deformação plástica	
Figura 4.152 – Curva carga x deformação plástica nos pontos A, B e C	
Figura 4.153 – Tensão de compressão x deformação nos pontos A e B	
Figura 4.154 – Tensão de tração x deformação nos pontos A e B	
Figura 4.155 – Tensões e escoamento das armaduras no ponto 3	
Figura 4.156 – Modelo 3B	
Figura 4.157 - Fissuras relativas à carga máxima de 741 kN (ponto 2)	
Figura 4.158 – Dano plástico no ponto 2 (741 kN)	
Figura 4.159 – Tensões e escoamento das armaduras no ponto 2	227
Figura 4.160 – Modelo 3C	
Figura 4.161 – Dano plástico após o ponto 2	
Figura 4.162 – Tensões e escoamento das armaduras no ponto 2	
Figura 4.163 – Modelo 3D	
Figura 4.164 – Deformação plástica principal para a carga de 730 kN	231
Figura 4.165 – Dano plástico após o ponto 2	231
Figura 4.166 – Tensões e escoamento das armaduras no ponto 2	

LISTA DE QUADROS

Quadro 2.1 - Valores típicos da constante do coeficiente de reação horizontal para	a areias,
válidos para estacas de 30 centímetros de lado	75
Quadro 3.1 – Resumo dos modelos com armaduras	92
Quadro 3.2 – Dados dos materiais aço e concreto adotados para o Estudo de Caso	97
Quadro 3.3 – Dados adotados para o concreto no CDP	97
Quadro 3.4 – Dados de entrada no ABAQUS: compressão	98
Quadro 3.5 – Dados de entrada no ABAQUS: tração	98
Quadro 3.6 – Cálculo da constante de mola <i>Ki</i> para as estacas	100
Quadro 3.7 – Dados dos materiais aço e concreto	105
Quadro 3.8 – Dados adotados para o concreto no CDP	105
Quadro 3.9 – Dados de entrada no ABAQUS: compressão	106
Quadro 3.10 – Dados de entrada no ABAQUS: tração	106
Quadro 4.1 – Resultados: Modelo 1	189
Quadro 4.2 – Resultados: Modelo 2	217
Quadro 4.3 – Resultados: Modelo 3	232

LISTA DE SÍMBOLOS

а	Distância entre o local de aplicação da carga até a face do apoio
<i>a</i> *	Distância da linha de ação da carga concentrada vertical ao nó de encontro das
	treliças
α	Parâmetro da função da superfície de escoamento do concreto
	Ângulo de inclinação dos estribos
a _{bie}	Distância ortogonal entre a linha de ação da escora e o nó da treliça
A _c	Área de concreto da seção
A _{c,alma}	Área de concreto da alma da viga
A _{cs}	Área de concreto disponível para a escora
A_i	Área de influência do nó i
A_{nz}	Área da face do nó
A_s	Área de aço da armadura
A'_s	Área de aço da armadura comprimida;
A _{s,cost}	Área de aço dos estribos horizontais ou inclinados
A _{sh}	Área da armadura secundária horizontal, de costura
A _{s,lat}	Área da armadura de pele do bloco
A _{s,long}	Área da armadura longitudinal
A _{s,mín}	Área mínima de armadura
A _{s,tir}	Área de aço do tirante
A_{sv}	Área da armadura do tirante correspondente à carga vertical
	Área da armadura secundária vertical
A _{s,vert}	Área de aço dos estribos verticais
$A_{s,t}$	Área de aço tracionada.
A_{sw}	Área da seção transversal dos estribos de força cortante
α_{V2}	Fator de redução para a resistência do concreto fissurado
a_w	Distância entre o apoio e a carga onde serão distribuídos os estribos
В	Diâmetro da estaca
b	Largura da viga
	Largura do consolo
β	Coeficiente em função das forças diretas ou indiretas

	Parâmetro da função da superfície de escoamento do concreto
b _{sus}	Espaçamento entre os ramos dos estribos da armadura de suspensão
β_y	Distância relativa da linha neutra;
<i>b</i> _w	Menor largura da seção
	Largura da alma da viga
	Lado do quadrado inscrito na seção circular do fuste
С	Coesão do concreto no critério de escoamento
C _{máx}	Coesão máxima do concreto
d	Altura útil
	Variável de degradação (dano)
d^*	Altura útil equivalente
d_c	Variável do dano à compressão
d _t	Variável do dano à tração
\dot{d}_{v}	Variável da degradação de rigidez viscoplástica
Δl	Distância entre nós da estaca
Ε	Módulo de elasticidade
E ₀	Módulo de elasticidade inicial do material (não danificado)
Es	Módulo de elasticidade do aço
е	Excentricidade
Е	Deformação
ε^{pl}	Deformação plástica
ε _c	Deformação total de compressão no concreto
$\varepsilon_c^{\sim in}$	Deformação inelástica
$\varepsilon_c^{\sim pl}$	Deformação plástica de compressão
E _{cr}	Deformação do concreto relativa à máxima tensão de tração
Е _{си}	Deformação de ruptura à compressão do concreto
E ₀	Deformação correspondente à tensão máxima de compressão
ε_{oc}^{el}	Deformação elástica correspondente ao concreto não danificado na compressão
ε_{ot}^{el}	Deformação elástica correspondente ao concreto não danificado na tração
ε_s^{pl}	Deformação plástica do aço
ε _t	Deformação total de tração no concreto
$\varepsilon_t^{\sim ck}$	Deformação de fissuração

$\varepsilon_t^{\sim pl}$	Deformação plástica de tração
$\dot{arepsilon}_{v}^{pl}$	Tensor da taxa de deformação viscoplástica
$arepsilon_{v}^{pl}$	Deformação plástica quando há regularização viscoplástica
$F(\bar{\sigma}, \varepsilon^{\sim pl})$	Função da superfície de escoamento
f'_c	Resistência do concreto à compressão aplicado o coeficiente de Rüsch
f _{cd}	Resistência de projeto do concreto à compressão
f_{cd}^*	Resistência de cálculo à compressão do concreto
f _{cd1}	Resistência de projeto do concreto em escoras prismáticas e nós CCC
f _{cd2}	Resistência de projeto do concreto em escoras do tipo garrafa e nós CTT ou TTT
f _{cd3}	Resistência de projeto do concreto em nós do tipo CCT
f _{ce}	Resistência efetiva à compressão do concreto da escora
f _{ck}	Resistência característica do concreto à compressão
f _{ctd}	Resistência de cálculo do concreto à tração
f _{ct,m}	Resistência média do concreto à tração
f _{cu}	Tensão de ruptura do concreto
f_e	Resistência efetiva do concreto à compressão
F _d	Carga de projeto atuante no pilar
F _k	Carga característica atuante no pilar
F _{nn}	Força atuante na face do nó
F _{ns}	Força atuante na escora
f_t	Resistência à tração
F _u	Carga última atuante pilar
F _w	Força vertical nos modelos refinados de escoras e tirantes
F _{wh}	Força horizontal nos modelos refinados de escoras e tirantes
f_y	Tensão de escoamento
f_{yd}	Tensão de escoamento do aço de projeto
f _{ywk}	Resistência característica ao escoamento do aço da armadura transversal
$G(\sigma)$	Função do fluxo potencial não-associado
h	Diâmetro do fuste
h	Menor lado do retângulo mais estreito circunscrito à seção da estaca
h _{bie}	Largura da escora
H _d	Carga horizontal

Κ	Módulo de reação horizontal
k_1	Coeficiente com valor de 0,25 relativo ao EUROCODE 2 (2004)
<i>k</i> ₂	Coeficiente com valor de 0,50 relativo ao EUROCODE 2 (2004)
K _c	Coeficiente que define o formato da superficie de escoamento no plano
	deviatório
k _c	Coeficiente para o cálculo da armadura longitudinal da viga na flexão
k _h	Coeficiente de reação horizontal do solo
K _i	Rigidez relativa ao nó i da estaca (coeficiente de mola)
k _s	Coeficiente para o cálculo da armadura longitudinal da viga na flexão
λ_c	Fator de carga último esperado
λ _u	Fator de carga último obtido
l _{anc}	Comprimento de ancoragem
l_b	Comprimento do apoio
μ	Coeficiente de atrito relativo ao concreto
	Parâmetro de viscosidade
	Coeficiente para o cálculo da armadura de cisalhamento de estacas
μ_d	Adimensional das curvas de interação de Montoya, Meseguer e Cabré (1973)
M _d	Momento solicitante de projeto
n	Número total de barras longitudinais
N _d	Força normal de compressão de cálculo
η_h	Constante do coeficiente de reação horizontal
N _{sd}	Força axial
ν	Coeficiente de Poisson
ν_d	Adimensional das curvas de interação de Montoya, Meseguer e Cabré (1973)
$ar{p}$	Tensão efetiva de pressão hidrostática
p	Reação aplicada pelo solo à estaca, expressa em unidade de força por
	comprimento
p_r	Pressão em área
\overline{q}	Tensão efetiva equivalente de Mises
$ ho_t$	Porcentagem de barras tracionadas (ρ_t)
$ ho_{sw}$	Taxa geométrica de armadura transversal
ρ	Taxa geométrica da armadura do tirante
R	Carga resistida pela estrutura

R _{cd}	Força de compressão na escora
R _{sd}	Força resistente total
R _{sdi}	Força resistente da armadura considerada
$\bar{\sigma}$	Tensor de tensão efetiva
σ_{b0}	Resistência do concreto à compressão biaxial
σ_c	Tensão de compressão no concreto
$\bar{\sigma}_c(\varepsilon_c^{\sim pl})$	Tensão de coesão efetiva de compressão
σ_{cd}	Tensão de compressão de projeto atuante no concreto
σ_{c0}	Resistência do concreto à compressão uniaxial
σ_{cu}	Tensão máxima do concreto, relativa à resistência do concreto à compressão
$\hat{\sigma}_{max}$	Tensão principal máxima efetiva
σ_t	Tensão de tração no concreto
σ_{t0}	Tensão de tração uniaxial máxima no concreto
$\bar{\sigma}_t(\varepsilon_t^{\sim pl})$	Tensão de coesão efetiva de tração
S	Espaçamento entre eixos dos estribos, medido segundo o eixo longitudinal
	Espaçamento entre as armaduras
S _{sus}	Distância entre os estribos da armadura de suspensão
φ_{sus}	Diâmetro da armadura de suspensão
$ au_c$	Tensão de cisalhamento resistida pelo concreto
$ au_d$	Tensão de cisalhamento de projeto
T_s	Força de tração atuante no tirante
$ au_{wd}$	Tensão de cisalhamento de projeto
$ au_{wu}$	Tensão de cisalhamento última
$ au_{wd}$	Tensão de cisalhamento resistida pelas armaduras
V _c	Parcela de força cortante resistida por mecanismos complementares ao modelo
	em treliça
V_{c0}	Valor de referência para V_c , quando $\theta = 45^{\circ}$
V_d	Carga vertical
V_{Rd2}	Força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína das diagonais comprimidas
	de concreto
V_{Rd3}	Força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína por tração diagonal
V _{Sd}	Força cortante solicitante de cálculo
V_{sw}	Parcela da força cortante resistida pela armadura transversal

x/d	Posição da linha neutra	
<i>x</i> ₁	Largura da região nodal da escora	
γ	Parâmetro que determina a forma da superfície de escoamento	
	Coeficiente de segurança para majoração de cargas, com o valor de 1,4	
γ _c	Coeficiente de minoração da resistência do concreto	
γ_n	Coeficiente de majoração adicional para cargas atuantes em elementos	
	especiais	
γ_{n1}	Coeficiente de majoração adicional em função de eventual ruína	
Yn2	Coeficiente de majoração adicional função da gravidade de uma eventual ruína	
у	Distância entre a borda mais comprimida até a linha neutra	
	Deslocamento horizontal	
ψ	Ângulo de dilatação	
ψ_1	Coeficiente em função da taxa de armadura longitudinal tracionada	
Ω	Coeficiente para o cálculo da armadura de cisalhamento de estacas	
W _s	Comprimento da escora	
w _t	Comprimento do tirante	
ω	Taxa de aço armadura longitudinal da estaca	
ω^{*}	Taxa mecânica da armadura longitudinal total.	
Ζ	Braço de alavanca entre o tirante superior e a biela de compressão inferior	
	Profundidade no solo	
Zi	Braço de alavanca referente à armadura i de área A_{si}	

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO
1.1 OBJETIVO
1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS
1.3 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA
2.1 MODELO DE ESCORAS E TIRANTES
2.1.1 Critérios de ruptura para as escoras e regiões nodais
2.1.2 Dimensionamento das regiões nodais40
2.1.3 Dimensionamento das escoras de concreto43
2.1.4 Dimensionamento dos tirantes44
2.2 DIMENSIONAMENTO DE BLOCOS DE DIVISA45
2.2.1 Dimensionamento de consolos
2.2.1.1 Teoria do atrito-cisalhamento para consolos muito curtos
2.2.1.2 Verificação de consolos curtos pelo "Método das Bielas"
2.2.1.3 Armadura de Costura segundo a ABNT NBR 9062 (2006)53
2.2.1.4 Contribuição da armadura de costura na resistência do consolo
2.2.1.5 Modelos refinados para a obtenção das armaduras secundárias
2.2.2 Modos de ruptura em consolos
2.3 DIMENSIONAMENTO DE VIGAS DE EQUILÍBRIO SEGUNDO TANNO (2012)63
2.4 DIMENSIONAMENTO DE ESTACAS SOB FLEXÃO
2.4.1 Dimensionamento à compressão68
2.4.2 Dimensionamento à flexão composta68
2.4.3 Dimensionamento à cortante70
2.5 INTERAÇÃO SOLO-ESTRUTURA71
2.6 MODELAGEM NUMÉRICA NO PROGRAMA ABAQUS
2.6.1 Parâmetros do concreto77

2.6.2 Comportamento do concreto à compressão	
2.6.3 Comportamento do concreto à tração	
3 METODOLOGIA	
3.1 ESTUDO DE CASO	
3.1.1 Geometria do Modelo 1	
3.1.2 Geometria do Modelo 2	
3.1.3 Geometria do Modelo 3	
3.2 CÁLCULO ESTRUTURAL	
3.2.1 Análise numérica – concreto sem armaduras	
3.2.2 Dimensionamento	
3.2.2.1 Dimensionamento da região-D	
3.2.2.2 Dimensionamento da região-B	90
3.2.2.3 Determinação dos esforços de flexão e cortante	90
3.2.2.4 Dimensionamento da estaca de divisa	91
3.3 ANÁLISE NUMÉRICA – CONCRETO ARMADO	92
3.4 DESCRIÇÃO DA MODELAGEM NUMÉRICA NO ABAQUS	94
3.4.1 Modelos constitutivos dos materiais	94
3.4.1.1 Concreto	94
3.4.1.2 Aço	96
3.4.2 Dados de entrada dos materiais no ABAQUS	96
3.4.3 Determinação da interação solo- estaca	
3.4.4 Parâmetros de modelagem	
3.4.5 Validação dos parâmetros de modelagem adotados	
4 RESULTADOS E DISCUSSÃO	114
4.1 ANÁLISE DOS MODELOS SEM ARMADURAS	114
4.1.1 Modelo 1	
4.1.2 Modelo 2	

4.1.3 Modelo 3	
4.2 DIMENSIONAMENTO DO MODELO 1	
4.2.1 Dimensionamento da região-D	
4.2.2 Dimensionamento da armadura de costura segundo a ABNT NH	3R 9062 (2006)136
4.2.3 Dimensionamento da armadura de costura segundo o CEB-FI	P Model Code 1990
(1993)	
4.2.4 Dimensionamento da região-B	
4.2.5 Armaduras complementares do bloco de divisa	142
4.2.6 Dimensionamento da estaca de divisa	142
4.2.7 Detalhamento da armadura	145
4.3 DIMENSIONAMENTO DO MODELO 2	
4.3.1 Dimensionamento da região-D	148
4.3.2 Dimensionamento da armadura de costura segundo a ABNT NI	3R 9062 (2006)149
4.3.3 Dimensionamento das armaduras secundárias segundo o CEB-F	IP Model Code 1990
(1993)	
4.3.4 Dimensionamento da região-B	
4.3.5 Armaduras complementares do bloco de divisa	155
4.3.6 Dimensionamento da estaca de divisa	
4.3.7 Detalhamento da armadura	157
4.4 DIMENSIONAMENTO DO MODELO 3	
4.4.1 Dimensionamento da armadura de costura segundo a ABNT NH	3R 9062 (2006)161
4.4.2 Dimensionamento da armadura de costura segundo o CEB-FI	P Model Code 1990
(1993)	161
4.4.3 Armaduras complementares do bloco de divisa	
4.4.4 Dimensionamento da estaca de divisa	162
4.4.5 Detalhamento da armadura	
4.5 CONSIDERAÇÕES SOBRE A INTERPRETAÇÃO DOS RI	ESULTADOS DOS
MODELOS DE CONCRETO ARMADO	

4.6 ANÁLISE DO MODELO 1 COM ARMADURAS	
4.6.1 Modelo 1A	
4.6.2 Modelo 1B	174
4.6.3 Modelo 1C	
4.6.4 Modelo 1D	
4.6.5 Comparação entre os modelos	
4.7 ANÁLISE DO MODELO 2 COM ARMADURAS	
4.7.1 Modelo 2A	
4.7.2 Modelo 2B	
4.7.3 Modelo 2C	201
4.7.4 Modelo 2D	
4.7.5 Modelo 2E	211
4.7.6 Comparação entre os modelos	216
4.7 ANÁLISE DO MODELO 3 COM ARMADURAS	
4.7.1 Modelo 3A	219
4.7.2 Modelo 3B	
4.7.3 Modelo 3C	
4.7.4 Modelo 3D	230
4.7.5 Comparação entre os modelos	232
5 CONCLUSÕES	234
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	236
ANEXO – SONDAGEM DO SOLO	

1 INTRODUÇÃO

Nas últimas décadas, o ambiente urbano passou por grandes transformações, que em grande parte foram causadas por fatores como novas atividades econômicas, empreendimentos imobiliários e políticas públicas, as quais ocasionaram um crescente adensamento populacional e uma consequente intensificação do uso do solo de certas áreas do espaço urbano. Isso levou a uma crescente valorização monetária de determinados lotes, principalmente das áreas próximas às regiões centrais, que apresentam as melhores condições de infraestrutura.

Diante disso, tornou-se comum projetar novas edificações que avancem até a divisa do terreno, a fim de obter o máximo aproveitamento do espaço. Nessas situações, os pilares localizados nas divisas ficam excêntricos em relação às suas fundações, uma vez que essas não poderão ocupar espaço no terreno vizinho.

Quando se trata de fundações profundas, sabe-se que a estaca deve respeitar uma distância mínima da divisa, que é calculada em função de seu diâmetro e de seus métodos construtivos (ALONSO, 2001). Dessa forma, o centro de gravidade do pilar de divisa não coincide com o centro de gravidade das fundações, o que causa tensões de tração elevadas tanto na estaca, quanto no bloco de coroamento, que é o elemento de transição entre esses dois componentes.

Usualmente, para aliviar esses esforços, utiliza-se uma viga que liga a fundação de divisa a uma fundação centrada, que é denominada viga de equilíbrio ou viga alavanca. Em alguns casos, como em edificações de poucos pavimentos, é comum também que, durante as fases de concepção do projeto e construção, essas excentricidades sejam ignoradas, e que sejam construídas fundações de divisa sem a utilização de vigas de equilíbrio.

É frequente encontrar na literatura recomendações quanto ao dimensionamento de vigas de equilíbrio entre sapatas, como o exposto por Alonso (2001), Campos (2015), Bowles (1996), Guzman (2010) e Das (2011). Contudo, Tanno (2012) é um dos poucos autores a mencionar o dimensionamento de vigas de equilíbrio entre blocos de coroamento.

Em seu estudo, Tanno (2012) abordou o comportamento desses elementos por meio de análises elásticas-lineares no programa de elementos finitos DIANA, e propôs um roteiro de dimensionamento para as vigas de equilíbrio entre blocos de coroamento. No entanto, o modelo analisado desconsiderou as estacas e a interação dessas com o solo, tomando-as como apoios simples indeslocáveis. Contudo, acredita-se que os prováveis deslocamentos das estacas, frente

ao momento fletor atuante, podem gerar uma grande redistribuição de tensões na viga de equilíbrio.

Diante disso, o presente trabalho busca aprofundar os estudos a respeito do comportamento de fundações de pilares localizados nas divisas de terrenos, de modo a expor uma metodologia de dimensionamento e realizar uma análise numérica desses elementos estruturais por meio do programa computacional ABAQUS (DASSAULT SYSTÈMES SIMULIA CORP., 2012), baseado no Método dos Elementos Finitos (MEF).

Com isso, pretende-se avaliar a aplicabilidade do método de dimensionamento por meio dos resultados obtidos na simulação numérica, com ênfase para a carga máxima suportada pelo elemento, no modo de ruptura e nas deformações plásticas.

Propõem-se analisar o conjunto bloco e estacas com e sem a viga de equilíbrio, de forma a considerar o comportamento não linear do concreto e do aço, e simular a interação das estacas com o solo por meio de molas discretizadas.

1.1 OBJETIVO

Propor uma metodologia para o dimensionamento e verificação estrutural de blocos de divisa de fundações profundas com viga de equilíbrio, e estudar a viabilidade do dimensionamento de blocos de divisa sem viga de equilíbrio.

1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Avaliar as metodologias para o dimensionamento das armaduras de costura segundo a NBR 9062 (2006) e o CEB-FIP Model Code 1990 (1993);
- Investigar a utilização de armaduras de costura inclinadas em 45º na região do bloco de divisa;
- Analisar o efeito das armaduras secundárias na resistência e no modo de ruptura dos elementos de concreto armado;
- Avaliar a carga máxima, o modo de ruptura e a distribuição do dano nos elementos de fundação de divisa.

1.3 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

Esta dissertação está dividida em cinco capítulos. No capítulo 1 é apresentada uma introdução ao assunto de fundações de pilares de divisa, são expostos os objetivos e as ações utilizadas para o desenvolvimento do trabalho.

No capítulo 2 é apresentada a fundamentação teórica que embasa a metodologia de dimensionamento adotada para as fundações de divisa, bem como explana alguns aspectos de modelagem do concreto no programa computacional ABAQUS.

O capítulo 3 trata da metodologia utilizada para o desenvolvimento do trabalho, apresenta o estudo de caso, o roteiro para o dimensionamento das estruturas e os modelos analisados no ABAQUS, bem como detalha os parâmetros adotados para a modelagem e análise das estruturas de concreto armado no programa.

No capítulo 4 são apresentados os resultados da análise das tensões elásticas e é feito o dimensionamento de cada modelo. Na sequência, são expostos os resultados das análises dos modelos de concreto armado, com as armaduras dimensionadas segundo a metodologia proposta. Avalia-se o comportamento da estrutura quanto à carga máxima suportada, à distribuição do dano e ao modo de ruptura.

O capítulo 5, por sua vez, traz as principais conclusões obtidas a partir das simulações numéricas descritas nos capítulos anteriores.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 MODELO DE ESCORAS E TIRANTES

Este item aborda o "Método das Bielas" ou "Modelo de Escoras e Tirantes", que serve de base para a concepção da metodologia de dimensionamento do bloco de divisa e da viga de equilíbrio. Assim, entendeu-se que explanar este assunto no início deste capítulo traria uma importante contribuição para a compreensão do presente trabalho.

O modelo de escoras e tirantes teve início com os estudos desenvolvidos por Ritter e Mörsch no início do século XX, que propuseram o clássico modelo de "analogia de treliça" para a análise do comportamento de elementos em concreto armado (SCHLAICH, SHÄFER E JENNEWEIN, 1987). Esse modelo, primeiramente aplicado a vigas de concreto armado, sugeria que a inclinação das diagonais de compressão da treliça fosse considerada com um ângulo de 45° em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural.

O modelo de treliça foi aprimorado ao longo dos anos por pesquisadores como Kupfer (1964) e Rüsch (1964), e considerado um método apropriado para o dimensionamento de vigas de concreto armado solicitadas à flexão, cortante e torção.

No entanto, os estudos desenvolvidos por Schlaich, Shäfer e Jennewein (1987) verificaram que o dimensionamento baseado no método de treliça padrão seria aplicável apenas em algumas partes da estrutura, sendo que em descontinuidades estáticas ou geométricas, como cargas pontuais, aberturas, consolos, entre outras, essa teoria não seria adequada ao dimensionamento. Assim, foi desenvolvida uma generalização da analogia de treliça, denominada "Modelo de Escoras e Tirantes" ou "Método das Bielas", aplicável ao dimensionamento de qualquer parte da estrutura (SOUZA, 2004).

Esse modelo baseou-se no caminho percorrido pelas cargas no interior da peça, condensando as tensões de compressão e tração em elementos lineares unidos por meio de nós. Desse modo, as tensões de compressão seriam representadas por escoras de compressão, e as tensões de tração por tirantes, constituídos por barras de aço, cabos de protensão, ou campos de concreto tracionado (SCHLAICH, SHÄFER E JENNEWEIN, 1987).

A ABNT NBR 6118 (2014), por sua vez, denomina o esse modelo de cálculo como "Método das Bielas e Tirantes". O termo biela vem do francês "bielle" e significa "barra rígida, articulada em ambas as extremidades, para comunicar ou transformar o movimento entre duas partes móveis" (LE DICTIONNAIRE, 2018, tradução nossa). Desse modo, segundo Souza (2004), biela pode corresponder tanto a um elemento comprimido quanto a um tracionado, competindo melhor a designação de escoras para elementos comprimidos e tirantes para os tracionados. Assim, o autor afirma que chamar de método de bielas e tirantes seria redundante, resultando na denominação de "Método das Bielas" ou "Modelo de Escoras e Tirantes" como o mais adequado.

Schlaich, Shäfer e Jennewein (1987) classificaram as regiões da estrutura em dois grupos distintos. O primeiro deles refere-se às regiões-B, nas quais pode ser aplicada a Hipótese de Bernoulli, de que a distribuição de deformações ao longo da altura da seção transversal é mantida linear, sendo que o estado interno de tensões do elemento é facilmente obtido por meio das forças atuantes na seção transversal.

O segundo grupo refere-se às regiões-D, locais em que a distribuição de deformações ao longo da seção é significativamente não linear, e os modelos padrões de dimensionamento não são aplicáveis. Tais regiões caracterizam-se por descontinuidades geométricas ou proximidades de pontos de aplicação de cargas concentradas. As regiões sombreadas apresentadas na Figura 2.1 mostram regiões-D típicas de alguns elementos estruturais.



Nas regiões-B o padrão das trajetórias de tensões é mais regular quando comparado ao padrão turbulento formado próximo às descontinuidades, assim, a análise dessa variação de tensões permite a identificação das regiões-D na estrutura.

Segundo o "Princípio de Saint-Venant", as tensões devido à flexão e forças axiais se aproximam de uma distribuição regular a uma distância da descontinuidade aproximadamente igual à altura "h" da seção transversal do elemento carregado (SOUZA, 2004). Por isso, normas como o ACI-318 (2014) identificam as regiões-D como o mostrado na Figura 2.1. Schlaich, Shäfer e Jennewein (1987) recomendam que as regiões-D sejam dimensionadas segundo o "Modelo de Escoras e Tirantes", prática acatada pela norma brasileira ABNT NBR 6118 (2014) e pelo código americano ACI-318 (2014).

De acordo com os autores, para cada caso de região-D, é necessário o desenvolvimento de soluções individuais de modelos de escoras e tirantes adequados à situação. Esse processo pode ser simplificado conhecendo o caminho das tensões em regime elástico, obtido por meio de análises auxiliadas por computador. Assim, toma-se a direção das escoras de acordo com a direção das tensões principais de compressão, e a direção dos tirantes, de acordo com as tensões principais de tração. Na Figura 2.2 é apresentado um exemplo de modelo de escoras e tirantes de uma região-D obtido por meio da análise das trajetórias da tensão elástica.



Figura 2.2 – Região-D típica

 (a) trajetórias das tensões elásticas;
 (b) Tensões elásticas;
 (c) Modelo de Escoras e Tirantes Fonte: Schlaich, Shäfer e Jennewein (1987).

De acordo com Schlaich, Shäfer e Jennewein (1987) outra forma de obter um modelo de escoras e tirantes adequado é o método do caminho das cargas. Nessa prática, considera-se que a carga aplicada em um ponto tende a encontrar a sua reação no apoio, de forma que o trajeto da carga que conecta dois pontos tende a tomar o caminho mais curto possível, como mostrado na Figura 2.3.

O método recomenda que inicialmente seja traçado do caminho das cargas, que deve posteriormente ser substituído por linhas retas poligonais que representem as escoras, de modo a equilibrar as forças nos nós por meio de tirantes. Esses últimos devem ser arranjados considerando a distribuição das armaduras e o comprimento de ancoragem necessário. Assim, a geometria de um modelo de escoras e tirantes adequado deve satisfazer as condições de equilíbrio, adaptando-o ao carregamento e apoios.



Figura 2.3 – Caminho das cargas e modelo de escoras e tirantes Fonte: Schlaich, Shäfer e Jennewein (1987)

Schlaich, Shäfer e Jennewein (1987) destacam que um meio eficaz de desenvolver um novo modelo de escoras e tirantes para casos complicados é a utilização do método de análise elástica linear por meio de elementos finitos, combinado com o método do caminho da carga.

Para uma mesma região-D podem ser desenvolvidos diferentes modelos de escoras e tirantes. Assim, é importante a realização de uma análise e otimização do modelo, para obtenção de uma solução mais adequada e compatível com a execução do elemento. Pode-se adaptar o modelo, por exemplo, para que não haja tirantes inclinados, o que dificultaria a execução da distribuição das armaduras.

Schlaich, Shäfer e Jennewein (1987) afirmam que ao selecionar o modelo mais adequado, deve-se considerar que as cargas tentam usar o caminho mais fácil até o apoio, que demandará menos força e causará menos deformações. Como os tirantes armados são mais deformáveis do que as escoras de concreto, o modelo com menos e menores tirantes serão os melhores.

A treliça idealizada para a aplicação do "Modelo de Escoras e Tirantes" deverá ser isostática, de forma que as forças externas atuantes no elemento estrutural e as reações de apoio sejam aplicadas nos nós, formando um sistema auto equilibrado. De acordo com a ABNT NBR

6118 (2014) as reações no apoio devem ser previamente obtidas por meio de uma análise linear ou não linear. Segundo o código ACI 318 (2014), o dimensionamento de regiões-D pelo "Modelo de Escoras e Tirantes" é constituído pelos seguintes procedimentos:

- Definição e isolamento da região-D;
- Cálculo das forças resultantes no contorno de cada região-D;
- Seleção do modelo, de modo a elaborar uma treliça em que os eixos das escoras e tirantes coincida aproximadamente com os eixos dos campos de compressão e tração, respectivamente.
- Cálculo das forças atuantes nas escoras e tirantes da treliça, que irão transferir os esforços pela região-D;
- Dimensionamento das escoras, tirantes, e zonas nodais para que esses elementos resistam efetivamente aos esforços.

O projeto de um elemento estrutural demanda não apenas o dimensionamento das escoras e tirantes, mas também dos nós que os une. A região nodal concebida é essencial para a compreensão do correto fluxo das forças, e corresponde ao volume de concreto que envolve os locais de união entre escoras e tirantes. Na Figura 2.4 são apresentadas as regiões básicas consideradas para o dimensionamento segundo o "Modelo de Escoras e Tirantes".



Figura 2.4 – Região-D com a representação das escoras, tirantes e regiões nodais Fonte: ACI-318 (2014)

Segundo Schlaich, Shäfer e Jennewein (1987) há basicamente três tipos de escoras e tirantes a serem dimensionados:

- Cc: Escoras de concreto sob compressão;
- Tc: Tirantes de concreto sob tração sem armaduras;
• Ts: Tirantes tracionados armados.

Já os nós são classificados em quatro tipos, dependendo da combinação entre escoras e tirantes:

- Nó CCC União de três escoras de concreto comprimidas;
- Nó CCT União de duas escoras de concreto e um tirante tracionado;
- Nó CTT União de uma escora e dois tirantes;
- Nó TTT União de três ou mais tirantes tracionados.

Na Figura 2.5 são apresentados os tipos de nós em um modelo de escoras e tirantes.



Fonte: ACI-318 (2014)

Os tirantes armados (Ts) são representados por elementos lineares entre dois nós e correspondem à armadura, as escoras (Cc) e os tirantes de concreto (Tc), por outro lado, são elementos tridimensionais que representam a propagação do campo de tensões no concreto entre dois nós (SCHLAICH, SHÄFER E JENNEWEIN, 1987).

Em alguns casos, como mostrado nas Figuras 2.4 e 2.6, essa propagação de tensões resulta no abaulamento das escoras de concreto, levando ao aparecimento de tensões de tração transversais à escora. Esse fenômeno exige a adoção de critérios de ruptura especiais, como será visto mais adiante, ou até mesmo a aplicação de um modelo de escoras e tirantes interno à escora, como visto na Figura 2.6.



A fim de abranger todos os casos de campos de compressão, Schlaich e Shäfer (1991) classificaram as escoras em três tipos, de acordo com a sua configuração:

- Escora em leque ("fan-shaped"): trata-se de uma idealização do campo de tensões com curvaturas desprezíveis, no qual não há o surgimento de tensões transversais de tração (Figura 2.7(a));
- Escora garrafa ("bottle-shaped"): possui trajetórias abauladas, o que leva ao desenvolvimento de tensões transversais de tração consideráveis, comprimindo o "gargalo" da garrafa próximo aos pontos de aplicação da carga e do apoio, com tração à metade do comprimento (Figura 2.6 e 2.7(b));
- Escora prismática: o campo de compressão se distribui paralelamente (Figura 2.7(c));



Figura 2.7 – Tipos de escoras de concreto Fonte: Schlaich, Shäfer e Jennewein (1991)

Os campos de tensão das escoras prismáticas se distribuem uniformemente e sem perturbação, não levando ao aparecimento de tensões transversais de tração e são típicos de regiões-B, já as escoras em leque e garrafa são usualmente encontradas em regiões-D.

Nas escoras em leque, a curvatura do campo de tensão é desprezível e não desenvolve tensões de tração transversais, já nas escoras garrafa, a distribuição das tensões se dá por meio de linhas curvilíneas, com afunilamento da seção próxima aos nós, ocasionando o aparecimento de tensões de tração transversais à escora, o que diminui a resistência do concreto à compressão.

De acordo com Souza (2004, p. 127) "a tração transversal existente nas escoras do tipo garrafa, combinada com a compressão longitudinal, pode causar fissuras longitudinais que levam a uma ruptura prematura do concreto". Dessa forma, devido à baixa resistência do

concreto à tração, pode-se dispor de uma armadura que controle a fissuração na direção transversal a essas escoras para auxiliar na resistência.

2.1.1 Critérios de ruptura para as escoras e regiões nodais

De acordo com Schlaich, Shäfer e Jennewein (1987), a resistência do concreto nos campos de compressão ou interna ao nó depende do estado multiaxial de tensões, e de perturbações devido às fissuras e à armadura presente.

Os autores afirmam que a compressão transversal às escoras é favorável, aumentando a resistência do concreto, especialmente quando atua nas duas direções transversais, como é o caso do concreto confinado. O confinamento pode ser ocasionado por armaduras transversais ou por um volume de concreto ao redor de um campo de compressão relativamente pequeno, como mostrado na Figura 2.8.



Figura 2.8 – Exemplo de concreto confinado (a) por concreto (b) por armaduras Fonte: Schlaich, Shäfer e Jennewein (1987)

As tensões transversais de tração, por outro lado, causam fissuras que são prejudiciais à resistência do concreto. Assim, o concreto pode se romper com uma força consideravelmente menor do que aquela relativa à sua resistência axial cilíndrica, principalmente se a tração transversal causar fissuras próximas umas das outras e aproximadamente paralelas à tensão principal de compressão. Já a redução na resistência do concreto é menor se as forças de tração forem absorvidas por armaduras e se as fissuras forem suficientemente afastadas.

Segundo Mendelson (1968, apud SOUZA, 2004) regiões-D são problemas complicados de análise limite, o que dificulta a obtenção de uma carga de colapso verdadeira. Com isso, geralmente são utilizados os Teoremas do Limite Superior e Inferior da Teoria da Plasticidade.

Particularmente, no "Método das Bielas" é utilizado o Teorema Inferior da Teoria da Plasticidade, de modo a obter elementos que exibam um comportamento dúctil frente ao estado limite último. Para tanto, garante-se que as armaduras de aço dos tirantes escoem antes do concreto das escoras e das regiões nodais chegarem à ruptura por compressão. Dessa forma, devem ser impostos limites para os tirantes, escoras e nós do modelo (SOUZA, 2004).

Formulações empíricas com a finalidade de quantificar a influência desses parâmetros importantes na resistência do concreto foi o tema de estudos ao longo dos anos, como o proposto por Vecchio e Collins (1986), que ensaiaram experimentalmente prismas de concreto submetidos à compressão com linhas de tração diagonais.

Schlaich e Shäfer (1991) admitem os seguintes valores para a resistência efetiva a compressão (f_e) do concreto nas escoras, simplificados para propósitos práticos, obtida por meio da multiplicação da resistência à compressão axial (f_{cd}) por um fator de minoração:

- *f_e* = 0,85 *f_{cd}*: para um estado de compressão uniaxial e sem perturbações, aplicável a escoras prismáticas;
- *f_e* = 0,68 *f_{cd}*: para campos de compressão com fissuras paralelas às tensões de compressão;
- $f_e = 0.51 f_{cd}$: para campos de compressão com fissuras inclinadas.

Sendo que $f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$ é a resistência de projeto à compressão uniaxial do concreto, adaptada à norma brasileira (SILVA, 1991). Já para a região nodal, Schlaich e Shäfer (1991) admitem as seguintes resistências efetivas:

- $f_e = 0.85 \cdot 1.1 f_{cd}$: em nós CCC, onde apenas escoras se encontram;
- $f_e = 0.85 .0.8 f_{cd}$: em nós onde são ancoradas barras de tração.

A norma brasileira ABNT NBR 6118 (2014), por sua vez, define a resistência efetiva do concreto nas escoras e nas regiões nodais de acordo com o apresentado a seguir:

- *f_{cd1}* = 0,85. α_{V2}. *f_{cd}*: tensão resistente máxima no concreto em escoras prismáticas, campos de compressão sem tensões de tração transversais, e em nós onde confluem somente escoras (nós CCC)
- *f_{cd2}* = 0,60. α_{V2}. *f_{cd}*: tensão resistente máxima no concreto em escoras do tipo garrafa, campos de compressão com tensões de tração transversais, e em nós onde confluem dois ou mais tirantes tracionados (nós CTT ou TTT);
- $f_{cd3} = 0,72. \alpha_{V2}. f_{cd}$: tensão resistente máxima do concreto em nós onde se conflui um tirante tracionado (nós CCT).

Onde " α_{V2} " é um fator de redução para a resistência do concreto fissurado, dado pela Equação 2.1, com f_{ck} expresso em megapascal (MPa).

$$\alpha_{V2} = 1 - \frac{f_{ck}}{250} \tag{2.1}$$

A norma recomenda ainda que elementos especiais de concreto armado, como as regiões-D, devem ter as solicitações de cálculo majoradas por um coeficiente adicional, dado pela Equação 2.2.

$$\gamma_n = \gamma_{n1}.\gamma_{n2} \tag{2.2}$$

Onde:

 $\gamma_{n1} \ge 1,2$ em função da ductilidade de uma eventual ruína;

 $\gamma_{n2} \ge 1,2$ em função da gravidade das consequências de uma eventual ruína.

Souza e Breña (2016) investigaram a adequação dos fatores de minoração de resistência efetiva do concreto, citados acima, recomendados pela norma ABNT NBR 6118 (2014) para o dimensionamento de escoras e regiões nodais.

Por meio da aplicação do "Modelo de Escoras e Tirantes" em vigas-parede testadas experimentalmente, os autores verificaram que o fator de resistência efetiva recomendado pela norma brasileira é bastante conservador, especialmente para escoras do tipo garrafa que possuem algum tipo de reforço secundário, como uma armadura de pele.

Segundo os autores, a ABNT NBR 6118 (2014) não faz distinção entre situações em que existe ou não tal armadura. Outros códigos, como o ACI 318 (2014) e o EUROCODE 2 (2004), por exemplo, consideram a interação das escoras com a armadura de pele, admitindo uma resistência efetiva maior para a escora nessas situações.

Dessa forma, os autores recomendam uma atualização na norma brasileira, a fim de adequar a resistência efetiva de escoras com armaduras de pele para fissuração, uma vez que esse tipo de armadura é uma exigência em alguns elementos estruturais, como vigas-parede.

De acordo com Souza (2004) há uma ampla diferença entre a resistência efetiva das escoras nos casos bi e tridimensionais. As resistências efetivas recomendadas pela norma ABNT NBR 6118 (2014), por exemplo, são ideais para casos considerados bidimensionais, como vigas-parede. No entanto, em casos tridimensionais, como os de blocos sobre estacas, a resistência efetiva do concreto tende a ser maior, principalmente devido ao efeito de

confinamento disponível à escora devido ao concreto que a circunda. Observa-se ainda que o espalhamento das tensões de compressão se dá em duas direções nos casos tridimensionais, levando à redução das tensões transversais em ambas as direções.

2.1.2 Dimensionamento das regiões nodais

Os nós, por sua vez, são uma versão simplificada e idealizada de realidade, e podem ser classificados em dois tipos (SCHLAICH e SHÄFER, 1991):

- Nós contínuos ("smeared"): quando há a união de amplos campos de tensão, ou, na junção entre escoras ou tirantes, há um comprimento disponível suficiente para assegurar a correta ancoragem da armadura no nó, abrangendo até mesmo a fibra mais distante do campo de compressão da junção;
- Nós singulares (ou concentrados): onde o desvio de forças tende a ser localmente concentrado, trata-se de um nó crítico e seu dimensionamento deve ser feito com cautela, a fim de equilibrar as forças das escoras e tirantes sem que haja uma deformação excessiva.

Na Figura 2.9 são apresentados exemplos de nós contínuos e singulares.



Figura 2.9 – Nós contínuos (B) e singulares (A)

Fonte: Schlaich, Shäfer e Jennewein (1987)

Segundo Schlaich, Shäfer e Jennewein (1987), os nós singulares equilibram as forças entre escoras e tirantes, de modo que o desvio de forças ocorre em uma área pequena de concreto, ao redor da região nodal teórica. Esses nós se originam principalmente de cargas pontuais, reações de apoio ou de forças concentradas introduzidas pela armadura por meio de dispositivos de ancoragem, além de descontinuidades geométricas que possam causar concentrações de tensões.

As forças internas de um modelo de escoras e tirantes deve estar em equilíbrio com as forças aplicadas no elemento e as reações de apoio. Segundo os autores, o primeiro passo para o dimensionamento é o ajuste da geometria do nó com as forças aplicadas, como mostrado na Figura 2.10.



Figura 2.10 – Equilíbrio de forças de compressão e tração em um nó Fonte: ACI-318 (2014)

Na sequência, deve-se checar se a tensão no concreto interno ao nó está dentro dos limites da resistência efetiva estabelecidos no item anterior. Essa condição é automaticamente satisfeita para toda a região do nó, se as tensões ao longo da fronteira entre o nó e a biela não excederem tais limites.

E por fim, deve-se certificar a ocorrência de uma ancoragem segura dos tirantes nos nós. Schlaich, Shäfer e Jennewein (1987) afirmam que é preferível a utilização de ganchos ou laços para ancoragem, aplicando-se o raio mínimo especificado pelo código de dimensionamento. Para ancoragens retas, deve ser utilizado o comprimento mínimo necessário, assegurando-se de que a ancoragem abrange todo o nó.

Assim, a armadura deve se estender até a outra extremidade da região nodal, a fim de alcançar até a fibra mais distante do campo de compressão, como mostrado na Figura 2.11, onde " w_s " é o comprimento da escora, " l_{anc} " é a indicação do comprimento de ancoragem, e " l_b " é o comprimento do apoio.



Figura 2.11 – Verificação e ancoragem das armaduras na região nodal. Fonte: ACI-318 (2014)

Schlaich, Shäfer e Jennewein (1987) afirmam que a análise de nós contínuos se torna desnecessária, uma vez que os singulares são os mais críticos. No entanto, caso se considere que um nó contínuo CCT permanecerá sem fissuração, a tração no correspondente campo de tensões do concreto deverá ser verificada. E por fim, a ancoragem nesses nós deve seguir as mesmas regras dos nós singulares.

Segundo o código ACI 318 (2014) a resistência da região nodal deve ser verificada em todas as faces do nó, como mostrado na Figura 2.11, por meio da Equação 2.3, de forma que " F_{nn} " corresponde à força atuante na face do nó, relativa à escora ou tirante em análise, " A_{nz} " é a área da face do nó e " f_{ce} " é a resistência efetiva do concreto da região nodal, que varia de acordo com o tipo de nó analisado, que pode ser CCC, CCT, CTT ou TTT, como discutido anteriormente.

$$F_{nn} = f_{ce}.A_{nz} \tag{2.3}$$

Se, como mostrado na Figura 2.11, a face de uma região nodal não for perpendicular ao eixo da escora, haverá tensões de cisalhamento e normais atuantes na face do nó. Normalmente,

essas tensões são substituídas pela força normal de compressão que atua sobre a seção transversal da área " A_{nz} ", tomada perpendicularmente ao eixo da escora.

De acordo com o código americano, em um modelo tridimensional de escoras e tirantes, a área de cada face de um nó deve ser pelo menos:

- A área da face da região nodal perpendicular à linha de ação da força de compressão em uma escora;
- Área de uma seção da região nodal perpendicular à linha de ação da força resultante na seção.

2.1.3 Dimensionamento das escoras de concreto

Para o dimensionamento das escoras de concreto, de acordo com o código ACI-318 (2014) deve ser considerada a largura da escora " w_s " e a espessura da região D. Assim, determina-se a área de concreto disponível para a escora, e verifica-se se a resistência efetiva do concreto é atendida para aquela área, de forma que " w_s " é obtida por meio da Equação 2.4, como visto na Figura 2.11.

$$w_s = w_t \cos\theta + l_b \sin\theta \tag{2.4}$$

Assim, a Equação 2.5 deve ser atendida para escoras sem qualquer reforço longitudinal:

$$F_{ns} = f_{ce}.A_{cs} \tag{2.5}$$

Onde " F_{ns} " é a força atuante na escora, obtida por meio da determinação dos esforços da treliça, " f_{ce} " é a resistência efetiva à compressão do concreto da escora, e " A_{cs} " é a área de concreto disponível para a escora.

A largura " w_s " da escora, como visto na Figura 2.11, é utilizada para o cálculo da área da escora de concreto " A_{cs} ", e trata-se da dimensão perpendicular ao eixo da escora em sua ligação com o nó. Se o elemento analisado for considerado bidimensional, como vigas-parede, a espessura da região-D poderá ser utilizada como espessura da escora para o cálculo da área, exceto próximo ao suporte, onde a espessura da escora deverá ser igual à espessura do suporte.

De acordo com Muttoni, Schwartz e Thürlimann (1997, apud ACI-318, 2014), o ângulo formado entre uma escora e um tirante atuante em um mesmo nó deve ser suficientemente

grande para mitigar a fissuração e evitar incompatibilidades devido ao encurtamento das escoras e ao alongamento dos tirantes ocorrendo aproximadamente na mesma direção. Souza (2004) afirma que quanto menor os valores desse ângulo, menor será a resistência à compressão de uma escora inclinada.

Assim, o código americano limita a inclinação das escoras em relação ao tirante a um ângulo mínimo de 25°. De acordo Schlaich e Shäfer (1991), a fim de se evitar incompatibilidades, o ângulo de inclinação das escoras não deve ser inferior a 45° (preferivelmente 60°).

A norma brasileira, por sua vez, recomenda que a inclinação das escoras deve ter um ângulo cuja tangente varie entre 0,57 e 2 em relação ao eixo da armadura longitudinal, ou seja, o ângulo deverá variar entre 29,7° e 63,4°.

2.1.4 Dimensionamento dos tirantes

Normalmente, os esforços de tração em um tirante são absorvidos por armaduras de aço, desprezando-se a contribuição do concreto à tração. Dessa forma, neste trabalho será abordado apenas o dimensionamento desse tipo de tirante.

De acordo com Schlaich, Shäfer e Jennewein (1987), o dimensionamento da armadura do tirante pode ser feito levando em consideração a área de aço necessária " A_s ", a resistência do aço ao escoamento " f_y " e a força de tração atuante no tirante " T_s ", obtido pelo cálculo da treliça por meio da Equação 2.6, adaptada para concreto não protendido.

$$T_s = A_s. f_y \tag{2.6}$$

De acordo com Schlaich e Shäfer (1991), a fim de controlar a distribuição de fissuras, as barras de aço devem ser distribuídas ao longo da zona de tração, de forma que o centroide das armaduras coincida com o eixo do tirante.

2.2 DIMENSIONAMENTO DE BLOCOS DE DIVISA

Os blocos de coroamento são zonas de transição entre a estrutura e as estacas da fundação, sendo a região em que as cargas provenientes da superestrutura são transferidas dos pilares para os blocos, dos blocos para as estacas e das estacas para o solo. Esses elementos estruturais tratam-se de descontinuidades geométricas, nas quais o caminho percorrido pelas tensões não se dá de forma regular, o que os caracteriza como regiões-D.

No caso dos blocos de coroamento que suportam pilares localizados na divisa de terrenos, o centro de gravidade do pilar acaba por não coincidir com o centro de gravidade do bloco, o que gera altos momentos fletores atuantes nas fundações.

Essa excentricidade acontece porque o elemento de fundação profunda deve respeitar uma distância mínima até a divisa do terreno, como mostrado na Figura 2.12. Segundo Alonso (2001) essa distância mínima depende de fatores como o diâmetro da estaca e seu método construtivo, uma vez que a sua execução pode causar interferências nas proximidades.

Além disso, considerando o afastamento mínimo entre estacas, pode-se inferir também que a distância entre a estaca e o terreno vizinho deve respeitar uma extensão igual à metade da exigida entre estacas, uma vez que podem existir fundações profundas próximas à divisa da propriedade vizinha.



Figura 2.12 – Bloco de divisa

Assim, o momento gerado pela excentricidade do pilar de divisa submete o bloco e as estacas à flexão. Nesse caso, de acordo com Tanno (2012), duas são as possibilidades de equilibrar o momento: uma delas é armar o bloco de acordo com as solicitações internas geradas pela excentricidade, e outra é dimensionar uma viga de equilíbrio, unindo o bloco de divisa a um bloco interno de carga centrada. Essa viga tem por função alavancar o bloco excêntrico, daí a razão de também ser denominada viga-alavanca.

Segundo Velloso e Lopes (2010), o caso de sapatas com pilares excêntricos são situações problemáticas, visto que impõem flexão ao pilar. Dessa forma, uma simples obra de escavação no vizinho que cause descompressão no terreno aumentaria a excentricidade e, consequentemente, os esforços de flexão, o que foi a causa do colapso de um prédio no Centro do Rio de Janeiro em 1955.

Assim, o autor afirma que nessas situações, vigas de equilíbrio são prescritas por diversas normas, inclusive pela norma brasileira NBR 6122 de 1996. No entanto, a versão de 2010 nada afirma sobre esse assunto.

Na literatura existem diversas considerações quanto ao dimensionamento de vigas de equilíbrio entre sapatas, como o exposto por Alonso (2001), Campos (2015), Bowles (1996) Guzman (2010) e Das (2011), no entanto, recomendações quanto ao dimensionamento de vigas de equilíbrio entre blocos de coroamento são mais escassas.

Segundo Rebello (2011), em pilares de divisa sobre blocos de coroamento deve ser utilizada a viga de equilíbrio para a transmissão de esforços, e seu comportamento será analisado igual ao usado para as fundações diretas.

Tanno (2012) estudou o comportamento e dimensionamento de vigas de equilíbrio entre blocos de coroamento. A autora seguiu as recomendações de cálculo sugeridas por Burke (1979) e posteriormente adaptadas por Andrade (1989), e apresentou um roteiro de dimensionamento para diferentes situações de vigas de equilíbrio.

Segundo Campos (2015) o cálculo e detalhamento da viga de equilíbrio seguem os procedimentos usuais de dimensionamento à flexão de vigas, uma vez que a essa região apresenta características de uma região-B.

Já a região de transição no bloco entre o pilar e a estaca apresenta um fluxo desordenado de tensões, característico de regiões-D, e deve ser dimensionado segundo o "Método das Bielas" ou pelo "Modelo do Atrito-Cisalhamento".

Segundo Alonso (2010), o trecho da viga de equilíbrio na região do pilar de divisa é uma peça estrutural que pode ser analisada como um consolo curto.

Burke (1979 *apud* TANNO, 2012) apresentou um modelo de dimensionamento para blocos de divisa com viga de equilíbrio, e sugere que na região do bloco, do centro da estaca até o pilar, seja feita a verificação da segurança estrutural como um consolo, e do centro da estaca até o pilar interno seja considerada a teoria da flexão de viga convencional.

2.2.1 Dimensionamento de consolos

Como destacado no item anterior, alguns autores sugerem que o dimensionamento da viga de equilíbrio na região de divisa seja realizado considerando o elemento como um consolo. Por isso, o presente item aborda uma maior explicação a respeito do dimensionamento desses elementos.

Segundo Silva (1991) um consolo pode ser definido como um elemento estrutural saliente em relação ao seu apoio, geralmente solicitado por aplicação de forças na face superior junto ao seu extremo livre, como mostrado na Figura 2.13. São amplamente utilizados em estruturas pré-moldadas nas ligações de vigas com pilares, agindo como um elemento de transição de esforços da viga para o pilar.



Figura 2.13 – Consolo de concreto armado

Fonte: Adaptado de Silva (1991)

De acordo com a ABNT NBR 6118 (2014) são considerados consolos elementos em balanço nos quais a distância "a" da carga aplicada até a face do apoio é menor ou igual à altura útil "d" do consolo, como visto na Figura 2.13.

Dessa forma, os consolos podem ser classificados em:

- Consolo curto se $0.5 \le a/d \le 1$;
- Consolo muito curto se a/d < 0,5;
- Tratado como viga em balanço se a/d > 1.

Consolos são típicas regiões-D, e seu dimensionamento deve levar em conta as particularidades de seu comportamento estrutural. De acordo com Canha et al. (2014) dois mecanismos governam o comportamento de consolos: o "Modelo de Escoras e Tirantes" e a

"Teoria do Atrito Cisalhamento", onde um é mais predominante que o outro dependendo da relação a/d.

Dessa forma, segundo a ABNT NBR 9062 (2006) consolos muito curtos devem ser dimensionados segundo a "Teoria do Atrito-Cisalhamento" e consolos curtos segundo o "Método das Bielas". Consolos longos (a/d > 1), por outro lado, podem ser calculados como vigas em balanço, por meio dos métodos usuais de dimensionamento à flexão em vigas.

2.2.1.1 Teoria do atrito-cisalhamento para consolos muito curtos

Mattock, Chen e Soongswang (1976, apud SILVA, 1991) verificaram, após inúmeros ensaios, que a hipótese de uma única escora comprimida não ocorre para consolos muito curtos (a/d < 0,5), tornando o "Método das Bielas" inadequado para o dimensionamento. Nesta situação, recomenda-se o uso da "Teoria do Atrito-Cisalhamento", na qual as tensões cisalhantes são transferidas ao longo de uma interface entre duas peças que podem deslizar uma em relação à outra.

Silva (1991) explica que a força cortante causa um deslizamento vertical relativo entre o consolo e o pilar, provocando uma separação de superfícies. Isso faz com que a armadura que atravessa a fissura seja tracionada por essa separação. Para reestabelecer o equilíbrio, surgem tensões de compressão nas superfícies do concreto, que aumentam o atrito entre as duas partes. Dessa forma, o cisalhamento é transmitido ao longo da fissura, pelo atrito resultante das tensões de compressão e pelo engrenamento dos agregados na superfície fissurada, combinados ao efeito de pino da armadura, como mostrado na Figura 2.14.



Figura 2.14 – Mecanismo da "Teoria do Atrito-Cisalhamento" Fonte: Adaptado de Silva (1991)

Assim, para consolos muito curtos as condições de compressão diagonal devem ser verificadas em função da tensão de cisalhamento τ_{wd} , sendo que $\tau_{wd} \leq \tau_{wu}$, com τ_{wu} dada pela Equação 2.7 da ABNT NBR 9062 (2006).

$$\tau_{wd} = \frac{V_d}{b.d} \le \tau_{wu} = 3.0 + 0.9\rho. f_{yd} \le \begin{cases} 0.27(1 - \frac{fck}{250})f_{cd} \\ 8 MPa \end{cases}$$
(2.7)

$$\rho = \frac{A_{s,tir}}{b.d} \tag{2.8}$$

Onde:

 $f_{yd} \leq 435 MPa$ é a tensão de escoamento do aço;

 $A_{s,tir}$ é a área de aço do tirante;

b é a largura do consolo;

d é a altura útil;

 ρ é a taxa geométrica da armadura do tirante.

Segundo a ABNT NBR 9062 (2006) a armadura principal do tirante para consolos muito curtos pode ser calculada por meio da Equação 2.9.

$$A_{s,tir} = \frac{0.8V_d}{f_{yd}.\mu} + \frac{H_d}{f_{yd}}$$
(2.9)

Onde:

 $\mu = 1,4$ para concreto lançado monoliticamente;

 $\mu = 1,0$ para concreto lançado sobre concreto endurecido com interface rugosa;

 $\mu = 0.6$ para concreto lançado sobre concreto endurecido com interface lisa.

Sendo que μ corresponde ao coeficiente de atrito relativo ao concreto.

2.2.1.2 Verificação de consolos curtos pelo "Método das Bielas"

Como mencionado anteriormente, consolos curtos são regiões-D e devem ser dimensionados segundo o "Método das Bielas", o qual foi explanado detalhadamente no item 2.1 deste trabalho.

Segundo Kassem (2015), ao utilizar o modelo de escoras e tirantes, o projetista tem a liberdade de selecionar a forma e as dimensões da treliça idealizada para resistir e transferir as cargas até os suportes. Nesse método, geralmente mais de uma concepção de treliça é viável, de modo que a solução não é única, como normalmente ocorre com o uso de procedimentos convencionais de dimensionamento.

Assim, o autor afirma que a segurança da abordagem do modelo de escoras e tirantes é altamente dependente da adequada suposição de que a estrutura é suficientemente dúctil para permitir que a carga seja suportada da maneira escolhida pelo projetista, a partir da consideração da teoria de plasticidade inferior.

Na Figura 2.15 é apresentado um modelo de treliça idealizada para o consolo.



Figura 2.15 – Modelo de escoras e tirantes idealizado para o consolo Fonte: Adaptado de Kassem (2015)

O modelo clássico de dimensionamento de consolos pelo "Método das Bielas" consiste principalmente no equilíbrio de forças e momentos no esquema de treliça. Na Figura 2.16 é apresentado um modelo proposto por Leonhardt e Mönning (1978) e adaptado por El Debs (2000).



Figura 2.16 – Modelo de análise para o consolo curto Fonte: Leonhardt e Mönning (1978) adaptado por El Debs (2000)

A distância a_{bie} , observada na Figura 2.16, é dada pela Equação 2.10.

$$a_{bie} = \frac{0.9d.a}{\sqrt{(0.9d)^2 + a^2}} \therefore a_{bie} = \frac{0.9a}{\sqrt{0.9^2 + \left(\frac{a}{d}\right)^2}}$$
(2.10)

Nesse modelo, considera-se que a largura da escora corresponde à 20% da altura útil.

$$h_{bie} = 0.2d \tag{2.11}$$

Segundo El Debs (2000), a armadura do tirante pode ser calculada por meio do equilíbrio dos momentos em relação ao ponto A (Equação 2.12), mostrado na Figura 2.16.

$$A_{s,tir} f_{yd} = \frac{V_d a + H_d(0,9d + d_h)}{0,9d}$$
(2.12)

Assim, considerando d_h/d aproximadamente igual a 0,2, a área de aço do tirante é dada pela Equação 2.13.

$$A_{s,tir} = \frac{V_d}{f_{yd}} \cdot \frac{a}{0.9d} + 1.2s \frac{H_d}{f_{yd}}$$
(2.13)

Por meio do equilíbrio dos momentos em relação ao ponto C, a força R_{cd} de compressão na escora é dada pela Equação 2.14.

$$R_{cd} = \frac{V_d \cdot a + H_d \cdot d_h}{a_{bie}} \therefore R_{cd} = \frac{V_d \cdot a + H_d \cdot d_h}{0.9a} \sqrt{0.9^2 + \left(\frac{a}{d}\right)^2}$$
(2.14)

A tensão de compressão na escora é dada pela Equação 2.15.

$$\sigma_{cd} = \frac{R_{cd}}{b.(0,2d)} \therefore \ \sigma_{cd} = \frac{V_d}{0,18.b.d} \left(1 + \frac{H_d.d_h}{V_d.a}\right) \sqrt{0,9^2 + \left(\frac{a}{d}\right)^2}$$
(2.15)

Assim, segundo El Debs (2000), desprezado o valor de H_d . d_h/V_d . a, que usualmente é menor do que 0,06, e limitando a tensão na escora em β . f_{cd} , tem-se a Equação 2.16.

$$\sigma_{cd} = \frac{V_d}{0,18. \, b. \, d} \sqrt{0,9^2 + \left(\frac{a}{d}\right)^2} \le \beta. f_{cd}$$
(2.16)

Onde:

 $\beta = 1$ para forças diretas (Figura 2.17a); $\beta = 0.85$ para forças indiretas (Figura 2.17b).





Reorganizando a Equação 2.16 na forma de tensão tangencial de referência, tem-se a Equação 2.17.

$$\tau_{wd} = \frac{V_d}{b.\,d} \le \tau_{wu} = \frac{0,18\beta.\,f_{cd}}{\sqrt{0,9^2 + \left(\frac{a}{d}\right)^2}} = \chi f_{cd} \tag{2.17}$$

Segundo El Debs (2000), tomando o valor de β igual a 1, tem-se os seguintes valores de χ relativos à tensão tangencial de referência:

 $a/d = 1,0 \rightarrow \chi = 0,134$ $a/d = 1,0 \rightarrow \chi = 0,175$

O autor destaca que esses valores são menores do que os normalmente encontrados na literatura técnica, localizados na faixa de $0.2f_{cd}$ a $0.25f_{cd}$, e, portanto, estão de acordo com a segurança.

El Debs (2000) ainda afirma que essa verificação de tensão tangencial de referência pode também ser aplicada a consolos muito curtos, e sugere que se limite $\chi = 0,175$ nesses casos, seguindo as recomendações indicadas em Leonhardt e Mönning (1978).

Segundo a ABNT NBR 6118 (2014) é de extrema importância a correta ancoragem da armadura do tirante junto à extremidade do consolo, a fim de se evitar ruínas por ruptura de canto ou do cobrimento lateral do gancho. Desse modo, a norma recomenda que na região sob a carga concentrada deve ser usada uma ancoragem mais eficiente, tais como: alças no plano horizontal, barras transversais soldadas à armadura do tirante, ou chapas metálicas soldadas nas extremidades das barras.

2.2.1.3 Armadura de Costura segundo a ABNT NBR 9062 (2006)

Segundo Fernandes e El Debs (2005) além da armadura do tirante principal, responsável por absorver as tensões de tração no topo do consolo, uma outra armadura de grande importância deve ser distribuída na direção horizontal ao longo da altura do elemento, a qual é denominada armadura de costura.

Segundo a norma ABNT NBR 9062 (2006) a armadura de costura é obrigatória em consolos curtos ou muito curtos. Sua principal função é "costurar" as fissuras que possam ocorrer entre o consolo e o pilar e promover um confinamento da escora de compressão, garantindo um comportamento mais dúctil ao elemento (EL DEBS, 2000).

De acordo com a ABNT NBR 9062 (2006), a armadura de costura para consolos curtos deve ser dimensionada segundo a Equação 2.18, e para consolos muito curtos segundo a Equação 2.19. As barras de aço devem ser distribuídas na forma de estribos horizontais em uma altura igual a 2/3d, adjacentes ao tirante, completando-se o terço restante com armadura mínima, como mostrado na Figura 2.18.

$$\left(\frac{A_s}{s}\right)_{cost} \ge 0.4 \left(\frac{A_{sv}}{d}\right) \tag{2.18}$$

$$\left(\frac{A_s}{s}\right)_{cost} \ge 0.5 \left(\frac{A_{sv}}{d}\right) \tag{2.19}$$

Onde:

b é a largura do consolo;

d é a altura últil;

 A_{sv} é a área da armadura do tirante correspondente à carga vertical;

2.2.1.4 Contribuição da armadura de costura na resistência do consolo

Como visto, a armadura de costura não é considerada no cálculo da resistência do consolo, sendo dimensionada apenas como uma parcela da amadura do tirante. No entanto, autores como Canha et al. (2014), Araújo et al. (2016), Fernandes e El Debs (2005) e Silva (1991), afirmam que a utilização da armadura de costura aumenta a capacidade de resistência da escora.

Baseados nisso, Fernandes e El Debs (2005) propuseram um modelo de bielas e tirantes para o dimensionamento de consolos, considerando o Estado Limite Último de escoamento das armaduras do tirante e de costura.

Em sua proposta, os autores consideraram que apenas as armaduras localizadas em até 2/3 da altura útil em relação à face superior do consolo contribuiriam efetivamente na resistência (Figura 2.18), pois assumiram que mesmo nos casos em que o cisalhamento predomine, existe uma parcela oriunda da flexão, e a armadura na parte inferior não contribuiria para tanto.



Figura 2.18 – Distribuição da armadura de costura no consolo

Fonte: Fernandes e El Debs (2005)

Para o caso do consolo muito curto, os autores fizeram adaptações ao modelo do atritocisalhamento, e consideraram que a transmissão das tensões de cisalhamento ocorre ao longo da interface consolo-pilar através da armadura que o atravessa. Assim, a força última V_d , considerando a armadura de costura, é calculada por meio da Equação 2.21, e a tensão de cisalhamento última τ_{wu} é dada pela Equação 2.22.

$$V_d = \sum_{i=1}^n \frac{\mu . A_{si} . f_{yid}}{0.8}$$
(2.21)

$$\tau_{wd} = \frac{V_d}{b.d^*} \le \tau_{wu} = 3.0 + 0.9 \sum_{i=1}^n \frac{A_{si} f_{yid}}{b.d^*} \le \begin{cases} 0.27(1 - \frac{fck}{250})f_{cd} \\ 8 MPa \end{cases}$$
(2.22)

Para o caso do consolo curto, Fernandes e El Debs (2005) propuseram um refinamento do método proposto por Hagberg (1983), que consiste num modelo de várias treliças interconectadas em um mesmo nó, onde cada armadura horizontal do tirante, ou de costura, com sua respetiva escora, formam uma treliça, como o apresentado na Figura 2.19.



Figura 2.19 – Modelo de bielas proposto por Fernandes e El Debs (2005)

Fonte: Fernandes e El Debs (2005)

Nesse modelo, a tensão na escora de compressão pode ser obtida por meio da Equação 2.23.

$$\sigma_{cd} = \frac{V_d}{0, 2. b. d^*} \sqrt{1 + \left(\frac{a^*}{z^*}\right)^2} \le f_{cd}^*$$
(2.23)

A força última é dada pela Equação 2.24.

$$V_{u} = \frac{0.2f_{cd}^{*}.b.d^{*}}{\sqrt{1 + \left(\frac{a^{*}}{z^{*}}\right)^{2}}}$$
(2.24)

A Equação 2.24 na forma de tensão tangencial de referência é dada pela Equação 2.25.

$$\tau_{wd} = \frac{V_d}{b.\,d^*} \le \tau_{wu} = \frac{0.2f_{cd}^*}{\sqrt{1 + \left(\frac{a^*}{z^*}\right)^2}} \tag{2.25}$$

Onde:

n é o número de barras longitudinais situadas no trecho de altura igual a $\frac{2d_i}{3}$;

$$a^* = 0.5 \left[a + \sqrt{a^2 + d^{*2} \cdot \omega^* (2 - \omega^*)} \right]$$
é a distância da linha de ação da carga

concentrada vertical ao nó de encontro das treliças;

$$\begin{aligned} z_i &= d_i - 0,5\omega^*. d^* \text{ \'e o braço de alavanca referente à armadura } i \text{ de área } A_{si}; \\ d^* &= \sum_{i=1}^n \frac{d_i R_{sdi}}{R_{sd}} \text{ \'e a altura útil equivalente}; \\ R_{sdi} &= A_{si}. f_{yid} \text{ \'e a força resistente na armadura considerada}; \\ R_{sd} &= \sum_{i=1}^n A_{si}. f_{yid} \text{ \'e a força resistente total}; \\ f_{cd}^* &= 0,85. \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right). f_{cd} \text{ \'e a resistência de cálculo à compressão do concreto}; \\ \omega^* &= \sum_{i=1}^n \frac{A_{si}.f_{yid}}{f_{cd}^*.b.d^*} \text{ taxa mecânica da armadura longitudinal total.} \end{aligned}$$

Fernandes e El Debs (2005) compararam seu modelo a resultados experimentais, e concluíram que existe grande influência da armadura de costura no comportamento quanto à resistência, ductilidade e fissuração do consolo, e que a proposta de dimensionamento proporcionou resultados racionais e seguros.

2.2.1.5 Modelos refinados para a obtenção das armaduras secundárias

Os códigos europeus CEB-FIP Model Code 1990 (1993) e EUROCODE 2 (2004) especificam modelos de escoras e tirantes refinados para o dimensionamento das armaduras secundárias de consolos.

Segundo as normas, as armaduras secundárias são constituídas por estribos verticais e horizontais, e devem ser dispostos segundo a relação a/d do consolo. No caso de consolos curtos devem ser previstos estribos verticais e no caso de consolos muito curtos estribos horizontais (armadura de costura), ou uma combinação das duas armaduras em ambos os casos.

O código EUROCODE 2 (2004) recomenda que:

- Se a < 0,5h (consolos muito curtos), devem ser dimensionados estribos horizontais ou inclinados, com A_{s,cost} ≥ k₁A_{s,tir} (vide Figura 2.20(a));
- Se a > 0,5h (consolos curtos) e F_d > V_{Rd,c}, em que V_{Rd,c} é a resistência do concreto ao cisalhamento, devem ser previstos estribos verticais, com armadura igual a A_{s,vert} ≥ k₂F_d/f_{yd} (vide Figura 2.20(b)).

Sendo que o valor recomendado para k_1 e k_2 é, respectivamente, 0,25 e 0,5.



Figura 2.20 – Armaduras secundárias de acordo com o EUROCODE 2 (2004) (a) armaduras para a/h \leq 0,5; (b) armaduras para a/h > 0,5 Fonte: EUROCODE 2 (2004)

O código CEB-FIP Model Code 1990 (1993), por sua vez, presume modelos de escoras e tirantes em função da relação a/z de regiões de descontinuidade, como mostrado na Figura 2.21.

A norma prevê uma equação para a determinação da força vertical F_w , que atuará predominantemente em consolos curtos (a/z > 0,5), e uma equação para o cálculo da força horizontal F_{wh} , predominante em consolos muito curtos (a/z < 0,5).

A partir da determinação dessas forças, vide Figura 2.21, é possível dimensionar as armaduras secundárias em regiões de descontinuidade.



Figura 2.21 – Modelos refinados de escoras e tirantes para a determinação das armaduras secundárias

(a) modelo de escoras e tirantes para elementos com a/z > 0,5;
(b) modelo de escoras e tirantes para elementos com a/z < 0,5 Fonte: CEB-FIP Model Code 1990 (1993)

A Equação 2.26 prevê o cálculo da força vertical F_w , e a Equação 2.27, por sua vez, determina o cálculo da força horizontal F_{wh} .

$$F_{w} = \frac{\frac{2a}{z} - 1}{3 - N_{sd}/F_{d}}F_{d}$$
(2.26)

$$F_{wh} = \frac{\frac{2z}{a} - 1}{3 + F_d / F_c} F_c \tag{2.27}$$

Onde N_{sd} é a força axial, que no caso dos consolos, pode ser considerada igual a uma força horizontal atuante H_d .

Assim, calcula-se a armadura vertical A_{sv} por meio da Equação 2.28, e a armadura horizontal, de costura, A_{sh} , por meio da Equação 2.29.

$$A_{sv} = \frac{F_w}{f_{yd}} \tag{2.28}$$

$$A_{sh} = \frac{F_{wh}}{f_{yd}} \tag{2.29}$$

60

Como mostrado na Figura 2.22, os estribos verticais devem ser dispostos entre o apoio e o ponto de aplicação da carga no consolo. Assim, Santos e Stucchi (2013) recomendam que essa distância seja determinada por a_w , que é dado pela Equação 2.30.



Figura 2.22 – Modelo de escoras e tirantes refinado para a determinação da armadura vertical

Fonte: CEB-FIP Model Code 1990 (1993)

$$a_w = 0,85. a - \frac{z}{4} \tag{2.30}$$

Na Figura 2.23 é apresentado o modelo de escoras e tirantes refinado para o cálculo da armadura horizontal, de costura, segundo o EUROCODE 2 (2004).



Figura 2.23 – Modelo de escoras e tirantes refinado para o cálculo da armaura horizontal

Fonte: EUROCODE 2 (2004)

O código CEB-FIP Model Code 1990 (1993) afirma que em todos os casos, pode haver uma combinação das armaduras verticais e horizontais secundárias.

A ABNT NBR 9062 (2006), por sua vez, também recomenda o uso de estribos verticais em consolos, porém, apenas quando construtivamente necessários, que podem ser calculados por meio das taxas mínimas da ABNT NBR 6118 para vigas de mesma largura e altura igual à do consolo no engastamento.

2.2.2 Modos de ruptura em consolos

Segundo Canha el al. (2014), dentre os modos de ruptura de consolos citados na literatura, quatro grupos podem ser destacados, os quais são:

Ruptura à tração ou flexão (T): caracterizada pela abertura de amplas fissuras de flexão, que se propagam verticalmente, após um extensivo escoamento da armadura do tirante superior, acompanhado por um esmagamento local do concreto no canto inferior interno do consolo. Segundo os autores, essa é a situação ideal para o dimensionamento, uma vez que é gradual e dúctil, emitindo "avisos" que permitem o reparo antes do colapso da estrutura. Esse modo de ruptura geralmente ocorre para taxas mais baixas de armadura principal, e para consolos com grandes valores de relação a/d;

- Ruptura à compressão (C): esse tipo de ruptura pode estar associada à compressão na flexão (FC), ou a uma divisão diagonal (DS). A ruptura por compressão na flexão é caracterizada pela abertura de múltiplas fissuras inclinadas ao longo da região diagonal entre a carga e o canto interno do consolo, seguido por um esmagamento dessa área. Esse tipo de ruptura é abrupta e as fissuras de flexão permanecem com pequenas aberturas. A divisão diagonal, por sua vez, é caracterizada pela abertura de uma única fissura diagonal ampla, levando a uma ruptura mais frágil. Segundo (Kriz e Raths, 1965 apud CANHA et al., 2014) este tipo de ruptura pode ser evitado pelo uso adequado de armaduras secundárias horizontais, que levam a uma ruptura mais dúctil do consolo. Canha et al. (2014) ainda citam um modo de ruptura intermediário, chamado de compressão-tração (C-T), no qual há o predomínio da compressão na escora, com tração secundária no tirante. Nesse tipo de falha, a armadura principal escoa instantes antes ou praticamente ao mesmo tempo em que ocorre a ruptura a compressão do concreto da escora. Os autores salientam que neste modo de falha a máxima capacidade do concreto e do aço é aproveitada, com a diferença de que neste modo a ruptura é frágil;
- Ruptura ao cisalhamento (S): caracteriza-se pelo desenvolvimento de uma série de fissuras inclinadas ao longo da interface consolo-pilar, que formam um plano enfraquecido, seguido por um deslocamento relativo. É comum em consolos com baixos valores de relação a/d;
- Ruptura secundária (SE): esse tipo ocorre por falha na ancoragem da armadura principal ou pelo esmagamento localizado do concreto abaixo do local de aplicação da carga. As quais podem ser evitadas por meio de um dimensionamento e construção adequados do consolo.

2.3 DIMENSIONAMENTO DE VIGAS DE EQUILÍBRIO SEGUNDO TANNO (2012)

De acordo com Tanno (2012), é comum encontrar na literatura referências às vigas de equilíbrio nos casos de fundações em sapatas. No entanto, são raras as bibliografias que tratam do assunto para fundações profundas. Pensando nisso, a autora apresentou um roteiro de dimensionamento para esse tipo de elemento estrutural, baseado na metodologia apresentada por Burke (1979) e Andrade (1989), e adaptado às normas vigentes

A autora ainda realizou uma análise numérica em regime elástico linear do modelo no programa DIANA, baseado no MEF, e o aplicou ao modelo apresentado na Figura 2.24, constituído por um bloco de divisa sobre um tubulão, ligado a um bloco de carga centrada pela viga de equilíbrio.



Figura 2.24 – Viga de equilíbrio analisada por Tanno (2012) Fonte: Tanno (2012)

Para a análise, no lugar dos tubulões foram inseridos apoios indeslocáveis, assim, a interação dos elementos de fundação com o solo não foi considerada.

Para a resolução dessa estrutura, a autora considerou o esquema estático apresentado na Figura 2.25, no qual a carga aplicada representa o pilar, e os apoios representam as estacas. Assim, essa configuração admite que a viga de equilíbrio esteja simplesmente apoiada sobre o elemento de fundação.



Fonte: Tanno (2012)

Para o dimensionamento da região do bloco de divisa, a autora obteve a força atuante no tirante por meio de um modelo de analogia de treliça, apresentado na Figura 2.26, e pôde calcular a armadura necessária para resistir à tração na parte superior do elemento.



Figura 2.26 – Analogia de treliça Fonte: Tanno (2012)

O restante do dimensionamento e verificações pertinentes à região-D, entre o pilar de divisa e a estaca, deu-se por meio da metodologia de cálculo de consolos. Por outro lado, o cálculo da viga de equilíbrio fora do consolo foi feito por meio de métodos padronizados da ABNT NBR 6118 (2014) para o dimensionamento de vigas, considerando os esforços obtidos no esquema estático da Figura 2.25.

Por meio das análises do modelo no programa DIANA, Tanno (2012) obteve as tensões apresentadas na Figura 2.27. É importante destacar que a autora considerou o concreto como um material elástico, e realizou uma análise linear no programa, sem considerar as armaduras do dimensionamento.



65

Figura 2.27 – Tensões (a) longitudinais e (b) transversais atuantes no modelo Fonte: Tanno (2012)

Na Figura 2.27 as regiões em vermelho representam os locais submetidos à tração, e as regiões em verde, os locais comprimidos. Com isso, pôde-se concluir que o método investigado se mostrou satisfatório para o dimensionamento, visto que foram previstas armaduras para as regiões mais solicitadas a tração, e foram realizadas verificações quanto à resistência do concreto em áreas comprimidas.

Outro aspecto abordado por Tanno (2012) foi a necessidade da utilização de armadura de suspensão no caso de soluções estruturais com forças ou reações indiretas. Nestas situações, a viga de equilíbrio apoia-se sobre o bloco de divisa, como apresentado na Figura 2.28.



Como mostrado na Figura 2.27, a face superior da viga tem a mesma altura da face superior do bloco. Nesse caso, o fluxo de tensões de compressão se encaminha da base do pilar

até o topo do apoio. Assim, sobre o apoio deve ser colocada a armadura de suspensão para redistribuir estes esforços até as estacas.

Segundo Tanno (2012, p. 58) "a armadura de suspensão deve ser constituída por estribos fechados que envolvam as barras de armadura perpendiculares ao seu plano. Estas barras e os ramos horizontais dos estribos formam uma estrutura de apoio das forças a serem suspensas", ou seja, redistribuindo os esforços das escoras, como mostrado na Figura 2.29.



Figura 2.29 – Armadura de suspensão Fonte: Tanno (2012)

Segundo Burke (1979, apud TANNO, 2012) a estrutura de apoio deve ter rigidez suficiente para que a resistência da escora não seja comprometida, limitando as tensões atuantes em $0,55f_{cd}$, a fim de evitar a fissuração.

Assim, a estrutura de apoio é considerada rígida quando o espaçamento *b* entre os ramos dos estribos não ultrapasse a condição imposta na Equação 2.31.

$$b_{sus} \le \begin{cases} 15\varphi_{sus} \\ 15cm \end{cases}$$
(2.31)

E a distância entre os estribos respeite os limites estabelecidos pela Equação 2.32.

$$s_{sus} \le \begin{cases} 12\varphi_{sus} \\ 15cm \end{cases}$$
(2.32)

Uma solução alternativa para a não utilização da armadura de suspensão consiste em rebaixar o bloco sob a viga de equilíbrio, como mostrado na Figura 2.30. Dessa forma, como

cita Tanno (2012), a ação passa a ser direta e se evita o uso da armadura de suspensão, restando apenas o correto dimensionamento das escoras no bloco sobre as estacas.



Figura 2.30 - Rebaixamento do bloco

Fonte: Tanno (2012)

2.4 DIMENSIONAMENTO DE ESTACAS SOB FLEXÃO

A estaca é um tipo de fundação profunda muito utilizada para transferir grandes cargas da superestrutura para o solo. Além de cargas verticais, esse tipo de fundação pode ser submetido a cargas horizontais e momentos fletores, o que exige seu adequado dimensionamento à compressão, flexão e cisalhamento. Outro aspecto importante no dimensionamento é a consideração da interação da estaca com o solo quando submetida a esforços horizontais e de flexão.

Dessa forma, neste item serão apresentadas algumas metodologias de dimensionamento de estacas à compressão, flexão e força cortante, que serão utilizadas no desenvolvimento do presente trabalho para o dimensionamento das estacas localizadas nas divisas dos terrenos.

2.4.1 Dimensionamento à compressão

O dimensionamento das estacas à compressão pode ser feito segundo a Equação 2.33, de modo que deverão ser armadas apenas estacas cuja tensão normal supere 5 MPa (ALONSO, 2003).

$$N_d \left(1 + \frac{6}{h} \right) = 0,85. A_c. f_{cd} + A'_s. f_{yd}$$
(2.33)

Onde:

 N_d é a força normal de compressão de cálculo;

h é o menor lado do retângulo mais estreito circunscrito à seção da estaca;

 f_{cd} é a resistência de cálculo do concreto;

 A_c é a área de concreto da seção da estaca;

 A'_s é a área de aço da armadura;

 f_{vd} é a resistência de cálculo do aço.

Segundo o autor, a armadura longitudinal mínima a se adotar para a estaca é de $0.5\% A_c$.

2.4.2 Dimensionamento à flexão composta

Estacas submetidas a flexão composta podem ser dimensionadas segundo curvas de interação, como as apresentadas por Montoya, Meseguer e Cabré (1973), mostradas na Figura 2.31.

Essas curvas são elaboradas considerando os pares adimensionais v_d e μ_d , que são calculados por meio das Equações 2.34 e 2.35.

$$\nu_d = \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}} \tag{2.34}$$

$$\mu_d = \frac{M_d}{A_c \cdot f_{cd} \cdot h} \tag{2.35}$$

Onde *h* pode ser considerado igual ao diâmetro do fuste (CAMPOS, 2015).

Por meio dos valores dos adimensionais, pode-se obter o valor de ω nas curvas de interação, assim, a área de aço longitudinal da seção circular da estaca é calculada por meio da Equação 2.36.

$$A_{s,tot} = \omega \frac{A_c \cdot f_{cd}}{f_{vd}}$$
(2.36)



Figura 2.31 – Ábaco para o dimensionamento à flexão composta Fonte: Campos (2015), adaptado de Montoya, Meseguer e Cabré (1973)

A armadura mínima longitudinal para estacas deve atender às prescrições da ABNT NBR 6122 (2010), assim, a área de aço mínima é calculada pela Equação 2.37.

$$A_{s,min} = 0,5\%.A_c \tag{2.37}$$

2.4.3 Dimensionamento à cortante

Segundo Teixeira, Maffei e Guazelli (2012) a resistência à força cortante no Estado Limite Último de vigas de concreto armado com seções circulares deve ser calculada conforme o item 17.4 da ABNT NBR 6118 (2014). Entretanto, os autores afirmam que a aplicação das equações expostas pela norma brasileira em seções circulares apresenta problemas, como a determinação do valor da altura útil "d" e de "bw" para o cálculo da parcela de força cortante resistida por mecanismos complementares ao de treliça.

Em seu trabalho, os autores expuseram os experimentos realizados por Jensen et al. (2010), e aplicaram as suas recomendações para o dimensionamento à força cortante segundo a ABNT NBR 6118 (2014). Assim, Teixeira, Maffei e Guazelli (2012) verificaram que ao considerar bw = D e d = 0,72D, onde "D" é o diâmetro da seção, os resultados obtidos foram a favor da segurança para determinação dos valores de V_{Rd2} e de V_c . Constataram também que o uso da expressão de V_{sw} da ABNT NBR 6118 (2014) com d = 0,72D também conduziu a resultados favoráveis à segurança na determinação de V_{Rd3} .

Desse modo, para o dimensionamento das estacas à força cortante, foram adotadas as recomendações expostas pelos autores, conforme apresentado por Jensen et al. (2010). De acordo com Alonso (2003), a armadura transversal mínima para resistir aos esforços cortantes atuantes em estaca é dada pela Equação 2.38.

$$A_{\frac{s}{c},min} = 0,14\%. b_w \tag{2.38}$$

Onde b_w é igual ao lado do quadrado inscrito na seção circular do fuste, e $A_{\frac{s}{s'}min}$ é dado em cm²/cm.
2.5 INTERAÇÃO SOLO-ESTRUTURA

Presume-se que, nas fundações de divisa, a excentricidade do pilar submeta a estaca à flexão devido ao momento fletor gerado pela carga do pilar. Dessa forma, torna-se importante a análise da interação entre o solo e a estaca, a fim de considerar a transferência de esforços nos elementos, e verificar a influência do deslocamento das estacas no conjunto bloco e viga de equilíbrio.

Na literatura, é possível encontrar diversos métodos de análise da interação entre o solo e a estaca, os quais se diferem de acordo com a modelagem do solo envolvente (CHRISTAN, 2012). Segundo Santos (2008) essa modelagem do solo pode ser agrupada em dois tipos de modelos:

- Modelos do meio contínuo (Figura 2.32(a));
- Modelos do meio discreto (Figura 2.32(b)), no qual o solo é considerado como uma série de molas independentes com um comportamento elástico linear, como no modelo de Winkler, ou elástico não-linear.



Figura 2.32 – Modelos de interação solo-estaca (a) modelo do meio contínuo; (b) modelo do meio discreto (Winkler) Fonte: Gomes, Correia e Santos (1994, apud Santos (2008))

Segundo Bouzid, Bhattacharya e Dash (2013), a interação das estacas com o solo é um problema complexo devido à dificuldade de se determinar o comportamento tensão/deformação do solo, e recebeu considerável atenção nas últimas quatro décadas.

Os autores afirmam que uma análise tridimensional por meio do MEF tem o potencial de determinar o comportamento da maioria dos problemas de interação solo-estrutura. No entanto, a dificuldade de simular as não-linearidades da interação solo-estaca, o enorme esforço

de preparação de dados e o alto custo computacional do processamento tornam a análise inviável e antieconômica na maioria dos casos.

Por outro lado, esses métodos mais rígidos podem ser utilizados para validar modelos simplificados de mola de Winkler, que são mais fáceis de usar e frequentemente empregados na prática.

De acordo com Alonso (2003), o Modelo de Winkler é o mais usual para o cálculo de uma estaca carregada transversalmente. Ele consiste em substituir o solo por uma série de molas independentes com comportamento elástico linear. A rigidez dessas molas é caracterizada por uma constante de proporcionalidade entre a pressão aplicada e o deslocamento do solo, chamada de coeficiente de reação horizontal do solo (k_h).

Bouzid, Bhattacharya e Dash (2013) afirmam que o modelo de Winkler não consegue captar totalmente o aspecto tridimensional dos solos, e acaba por não representar fielmente a realidade física do problema.

No entanto, o modelo ainda oferece uma ferramenta prática para a análise e o dimensionamento de fundações, e tem sido o mais utilizado no estudo de deslocamentos e esforços em estacas carregadas transversalmente (ALONSO, 2003).

De acordo com Meneses (2007), uma forma conveniente de distribuir as molas ao longo do fuste da estaca é atribuir um espaçamento igual a meio diâmetro para um comprimento inicial da estaca com cerca de dez diâmetros, e de um diâmetro no comprimento restante.

Segundo Terzaghi (1955), o coeficiente de reação horizontal do solo (k_h) é a razão entre a pressão (p_r) e seu respectivo deslocamento horizontal (y), como mostrado na Equação 2.39.

$$k_h = \frac{p_r}{y} \tag{2.39}$$

Alonso (2003) afirma que, essa conceituação, quando aplicada a estacas, perde parte de seu sentido, pois a distribuição da pressão p_r não é constante ao longo da face em contato com o solo, o que faz com que o valor de k_h , em determinada profundidade, varie de ponto a ponto dessa seção, além de sua variação em função do diâmetro da estaca.

Devido a esses fatores, ao invés de utilizar o coeficiente de reação horizontal k_h , o autor afirma que é mais cômodo empregar o módulo de reação horizontal *K*, dado pela Equação 2.40, definido como sendo a reação (*p*) aplicada pelo solo à estaca, expressa em unidade de força por comprimento, dividida pelo deslocamento *y*.

$$K = \frac{p}{y} \tag{2.40}$$

Na Figura 2.33 é ilustrada a relação entre a pressão p_r e a reação p, ou seja, a conversão da unidade de pressão, em carga por unidade de comprimento.



Figura 2.33 – Conversão de pressão em carga distribuída Fonte: Del Pino Júnior (2003)

Para o caso particular em que se admita pressão constante ao longo da face de contato com a estaca, o módulo de reação horizontal é dado pela Equação 2.41, na qual B é o diâmetro da estaca (ALONSO, 2003).

$$K = \frac{p_r \cdot B}{y} = k_h \cdot B \tag{2.41}$$

Velloso e Lopes (2010) destacam a forma que o coeficiente de reação horizontal é expresso nos diferentes trabalhos a esse respeito. Segundo os autores, o módulo de reação horizontal do solo (K) incorpora a dimensão transversal da estaca e não deve ser confundido com o coeficiente de rigidez de mola correspondente a um dado segmento da estaca, o qual é obtido pela multiplicação de K pelo comprimento do segmento.

Segundo Alonso (2003), ao se estudar o módulo de reação horizontal do solo (K), devese considerar a sua variação em relação à profundidade. Os solos do tipo argilas pré-adensadas (argilas rijas a duras) não apresentam deformações significativamente dependentes da profundidade. Dessa forma, o módulo de reação pode ser considerado constante, como mostrado na Figura 2.34.



Fonte: Cintra (2002)

Por outro lado, solos de comportamento arenoso e argilas normalmente adensadas (argilas moles), apresentam características de deformação proporcionais à profundidade, como visto na Figura 2.35. Para esses casos, o módulo de reação horizontal (*K*) é dado pela Equação 2.42 de Terzaghi (1955).

$$K = \eta_h z \tag{2.42}$$

Na qual η_h é chamado "constante do coeficiente de reação horizontal" e z é a profundidade no solo.



Figura 2.35 – Areias, siltes e argilas normalmente adensadas

Fonte: Cintra (2002)

Para areias, Terzaghi (1955, apud VELLOSO E LOPES, 2010) propôs valores da taxa de crescimento do coeficiente de reação horizontal com a profundidade (η_h) que incorporam a dimensão transversal da estaca, os quais são apresentados no Quadro 2.1. Assim, para uma estaca com dimensão transversal B, os valores do quadro devem ser multiplicados por b/B, com $b = 30 \ cm$.

Composidado do oroio	Valor de η_h (MN/m ³)		
Compacidade da areia	Acima do NA	Abaixo do NA	
Areia fofa	2,3	1,5	
Areia medianamente compacta	7,1	4,4	
Areia compacta	17,8	11,1	

Quadro 2.1 – Valores típicos da constante do coeficiente de reação horizontal para areias, válidos para estacas de 30 centímetros de lado

Fonte: Terzaghi (1955, apud VELLOSO e LOPES, 2010)

Segundo Alonso (2003), os valores de $K e \eta_h$, assim como sua variação em função da profundidade, são de difícil previsão, uma vez que dependem de diversos fatores. No entanto, de acordo com Terzaghi (1955), os erros na avaliação desses valores têm pouca influência na determinação dos momentos, o que não exige um maior refinamento no cálculo da variação do módulo de reação com a profundidade, pois resultados satisfatórios são alcançados com as considerações mais simples.

2.6 MODELAGEM NUMÉRICA NO PROGRAMA ABAQUS

Atualmente, o Método dos Elementos Finitos (MEF) passou a ser amplamente utilizado por engenheiros para a simulação estrutural, a fim de obter uma melhor compreensão do comportamento desses elementos. O MEF está presente em diversos programadas computacionais direcionados à análise numérica, dentre eles destaca-se o ABAQUS, que será utilizado no presente trabalho.

O programa faz uma simulação realista e permite uma análise detalhada de elementos, de modo a reduzir o número de protótipos físicos necessários para a validação de um modelo real. A simulação numérica realizada no programa consiste em um processo de projetar um modelo computacional de um sistema real e conduzir experimentos com este modelo, com o propósito de entender seu comportamento e/ou avaliar estratégias para sua operação (PEGDEN et. al., 1990).

O MEF é um procedimento numérico para determinar soluções aproximadas de problemas a partir do contorno de equações diferenciais, e tem diversas aplicações nas áreas de Engenharia, Física e Matemática, tais como: análise das estruturas, estudo das vibrações, transferência de calor, ondas eletromagnéticas, dentre outras.

É um método aproximado de cálculo de sistemas contínuos, por meio de sua subdivisão em um número finito de partes, conectadas entre si por intermédio de pontos discretos, que são chamados de nós. Essa subdivisão da estrutura em elementos denomina-se malha.

Dessa forma, o MEF é baseado em uma discretização do contínuo, que podem ter geometrias arbitrárias e gerarem elementos polinomiais básicos, que permitem, através da resolução matemática das aproximações em seus nós, chegar-se a uma aproximação do comportamento da estrutura como um todo (MORAES, 2015).

A biblioteca do ABAQUS dispõe de vários elementos finitos, tais como: elementos sólidos, de casca, de viga, de membrana, etc. Sua interface visual permite a inserção de um arquivo de entrada (*input*), que consiste na programação dos dados do modelo, como definição da geometria e dos modelos constitutivos dos materiais. A análise ocorre por meio de passos (*steps*) definidos pelo usuário. Os resultados são gerados em um arquivo de saída (*output*).

O programa se divide em duas partes principais: o ABAQUS/CAE e o ABAQUS Standard/Explicit. A primeira organiza a parte visual de *input* e *output*, e permite a visualização do modelo e dos resultados. Já a segunda executa o processamento de dados, ou seja, os cálculos referentes à análise. Dependendo da complexidade do problema analisado e da potência do computador, a simulação pode demorar de segundos até dias para ser completamente executada. Nos itens a seguir é abordada uma explicação mais detalhada a respeito do modelo constitutivo do concreto no ABAQUS, uma vez que esse material possui um comportamento complexo para ser simulado em uma modelagem computacional, tendo em vista sua fissuração e interação com o aço.

2.6.1 Parâmetros do concreto

O ABAQUS permite a concepção de diversos materiais em seu ambiente, pois fornece uma ampla biblioteca de modelos de comportamento para defini-los. Para cada material, é possível agregar características mecânicas elásticas e inelásticas, térmicas, acústicas, elétricas, hidrostáticas, entre outras.

Segundo Chaudhari e Chakrabarti (2012) uma análise aceitável de qualquer estrutura por meio do MEF depende totalmente dos parâmetros adotados para a modelagem, principalmente das propriedades dos materiais utilizados.

O concreto, por sua vez, possui um comportamento muito particular e complexo, pois se comporta de maneiras diferentes de acordo com o estado de tensões. Assim, o ABAQUS possui três modelos próprios para esse material, os quais são: o "*Smeared crack concrete model*"; o "*Brittle crack concrete model*" e o "*Concrete damaged plasticity*", que permitem descrever o comportamento do concreto considerando a interação com as armaduras.

O "*Concrete damaged plasticity*" (CDP) é um modelo de dano plástico que foi desenvolvido por Lubliner et al. (1989). É um dos mais utilizados para a caracterização do concreto no ABAQUS, e permite representar o comportamento inelástico do material tanto na compressão quanto na tração, e ainda incluir características do dano. Esse modelo destina-se primordialmente à análise de estruturas de concreto armado, e permite a inserção do aço no concreto por meio da restrição "*Embeded region*".

Mediante essa modelagem, o comportamento do concreto é independente da barra de aço, de modo que os efeitos associados à interface do aço/concreto, como o efeito de pino e aderência, são modelados de forma aproximada ao introduzir um efeito de "*Tension stiffening*". Assim, é atribuído certo aumento de rigidez do concreto à tração, a fim de simular a transferência de carga entre as fissuras do concreto por meio da armadura (ABAQUS ANALYSIS USER'S GUIDE, 2014).

De acordo com as premissas fundamentais do modelo de dano plástico, os dois mecanismos de falha principais do concreto são as fissuras por tração e o esmagamento a compressão (NAJAFGHOLIPOUR et al., 2017).

A evolução da superfície de escoamento no CDP é controlada por duas variáveis, que são as deformações plásticas de tração e compressão ($\varepsilon_t^{\sim pl}$ e $\varepsilon_c^{\sim pl}$). Valores crescentes dessas variáveis levam ao início de microfissuras e propagação progressiva de trincas ou à ocorrência de esmagamento no concreto. O modelo do dano plástico CDP utiliza a função de escoamento descrita por Lubliner et al. (1989), com as modificações propostas por Lee e Fenves (1998) para considerar a diferença na evolução das resistências à compressão e à tração do concreto. A superfície de escoamento é definida na forma de tensões efetivas de acordo com a Equação 2.43.

$$F(\bar{\sigma}, \varepsilon^{\sim pl}) = \frac{1}{1 - \alpha} (\bar{q} - 3\alpha \bar{p} + \beta(\varepsilon^{\sim pl}) \langle \hat{\bar{\sigma}}_{max} \rangle - \gamma \langle -\hat{\bar{\sigma}}_{max} \rangle) - \bar{\sigma}_c (\varepsilon_c^{\sim pl}) = 0 \quad (2.43)$$

Na qual \bar{p} é a tensão efetiva de pressão hidrostática, \bar{q} é a tensão efetiva equivalente de Mises e $\hat{\sigma}_{max}$ é o autovalor algebricamente máximo da parte deviatória do tensor de tensão efetivo ($\bar{\sigma}$). O parâmetro α é calculado segundo a Equação 2.44, onde σ_{b0} é a resistência à compressão biaxial e σ_{c0} é a resistência à compressão uniaxial (GENIKOMSOU e POLAK, 2015). No ABAQUS, o valor padrão para a relação σ_{b0}/σ_{c0} é 1,16.

$$\alpha = \frac{(\sigma_{b0}/\sigma_{c0}) - 1}{2(\sigma_{b0}/\sigma_{c0}) - 1}; 0 \le \alpha \le 0,5$$
(2.44)

Os parâmetros α , β , e γ são constantes adimensionais do material. Mais detalhes sobre como esses parâmetros influenciam no modelo do dano plástico podem ser encontrados em Lubliner et al. (1989). A função β é definida pela Equação 2.45.

$$\beta(\varepsilon^{\sim pl}) = \frac{\bar{\sigma}_c(\varepsilon_c^{\sim pl})}{\bar{\sigma}_t(\varepsilon_t^{\sim pl})} (1 - \alpha) - (1 + \alpha)$$
(2.45)

Onde $\bar{\sigma}_c(\varepsilon_c^{\sim pl})$ e $\bar{\sigma}_t(\varepsilon_t^{\sim pl})$ são tensões de coesão efetivas de compressão e tração, respectivamente. Na compressão biaxial, com a tensão máxima principal efetiva igual à zero $(\hat{\sigma}_{max} = 0)$, a função da superfície de escoamento (Equação 2.51) é reduzida à condição de escoamento de Drucker-Prager, na qual o único parâmetro necessário para se definir a superfície é o α (NAJAFGHOLIPOUR et al., 2017).

O parâmetro γ , por sua vez, é dado pela Equação 2.46, e determina a forma da superfície de escoamento e introduz a função de escoamento somente para estados de tensão de compressão triaxial, quando $\hat{\sigma}_{max} < 0$.

$$\gamma = \frac{3(1 - K_c)}{2K_c - 1} \tag{2.46}$$

O coeficiente K_c é a razão entre a tensão efetiva hidrostática no meridiano de tração e a do meridiano de compressão quando a tensão principal máxima é negativa $\hat{\sigma}_{max} < 0$. Segundo Najafgholipour et al. (2017), esse coeficiente define o formato da superfície de escoamento no plano deviatório. Este plano foi a princípio considerado circular na hipótese clássica de Drucker-Prager, com $K_c = 1$. O manual do ABAQUS, por sua vez, sugere que sejam adotados valores que satisfaçam a condição $0.5 < K_c \le 1.0$, sendo que o valor padrão no programa é $K_c = 2/3$, baseado nos resultados de testes de tensão triaxial. A superfície típica de escoamento é apresentada na Figura 2.36(a) para condições planas de tensão e na Figura 2.36(b) no plano deviatório correspondendo a dois valores de K_c , representando diferentes critérios de resistência.



Figura 2.36 – Superfície de escoamento

Fonte: (ABAQUS ANALYSIS USER'S GUIDE, 2014)

A Lei de Fluxo no modelo do CDP é introduzida como um elemento da teoria da plasticidade utilizando uma função do fluxo potencial não-associado $G(\sigma)$. O modelo utiliza a função hiperbólica de Drucker-Prager, de acordo com a Equação 2.47, a qual envolve três parâmetros relativos ao material, sendo eles o ângulo de dilatação ψ , a excentricidade ϵ e a resistência inicial do concreto à tração uniaxial σ_{t0} .

$$G(\sigma) = \sqrt{(\epsilon \sigma_{t0} \tan \psi)^2 + q^{-2}} - \bar{p} \tan \psi$$
(2.47)

O ângulo de dilatação é medido no plano p - q em uma alta pressão de confinamento e caracteriza a performance do concreto quando ele está sujeito a um estado de tensão triaxial. Em seus estudos, Lubliner et al. (1989) adotaram o ângulo de dilatação igual a 30°. A excentricidade, por sua vez, ajusta o formato da hipérbole na função de fluxo potencial plástico. Esse parâmetro tem um valor pequeno e positivo, e pode ser estimado como a razão entre a resistência do concreto à tração e a resistência do concreto à compressão (NAJAFGHOLIPOUR et al., 2017). No ABAQUS, o valor padrão da excentricidade é $\epsilon = 0,1$, o que implica que o material tem quase o mesmo ângulo de dilatação ao longo de uma ampla faixa de valores de tensão de confinamento. O aumento do valor da excentricidade promove uma maior curvatura do fluxo potencial, o que implica em um aumento mais rápido do ângulo de dilatação a medida que a pressão de confinamento diminui. Na Figura 2.37(a) é apresentada a função de potencial plástica é normal à função do potencial plástico. Na Figura 2.37(b), por sua vez, é mostrado um esquema do ângulo de dilatação e da excentricidade.



Figura 2.37 – (a) Superfície de potencial plástico e superfície de escoamento no plano deviatório (b) ângulo de dilatação e excentricidade no plano meridional Fonte: (GENIKOMSOU e POLAK, 2015)

Segundo Genikomsou e Polak (2015), o ângulo de dilatação exibe a direção do vetor de incremento da deformação plástica, e a Lei do Fluxo não-associado significa que o vetor de deformação plástica é normal à função de potencial plástico que difere da superfície de escoamento.

O dano é introduzido no modelo do CDP por meio da Equação 2.48, e está associado à mecanismos de falha que consistem na fissuração e esmagamento do concreto. Assim, a ocorrência do dano leva à redução da rigidez elástica (NAJAFGHOLIPOUR et al., 2017).

$$\sigma = (1-d)\bar{\sigma} = (1-d)E_0:(\varepsilon - \varepsilon^{pl})$$
(2.48)

Onde E_0 é a rigidez elástica inicial do material (não danificado), e o operador (:) denota o produto entre os tensores relacionados. A degradação da rigidez é isotrópica e é determinada por uma variável de degradação *d*, definida para compressão e tração, e pode tomar valores de zero (material não danificado) a um (material totalmente danificado).

Segundo o ABAQUS Analysis User's Guide (2014), os modelos de materiais que exibem comportamento com "amolecimento" e degradação da rigidez, frequentemente apresentam dificuldades severas de convergência em programas de análises como o ABAQUS. Uma técnica comum para superar esses problemas com a convergência é a aplicação de uma regularização viscoplástica das equações constitutivas, permitindo que as tensões estejam fora da superfície de escoamento. Para tanto, o programa utiliza uma generalização da regularização de Duvaut-Lions, segundo a qual o tensor da taxa de deformação viscoplástica $\dot{\varepsilon}_v^{pl}$ é definido segundo a Equação 2.49.

$$\dot{\varepsilon}_{v}^{pl} = \frac{1}{\mu} (\varepsilon^{pl} - \varepsilon_{v}^{pl}) \tag{2.49}$$

Onde μ é o parâmetro de viscosidade, e representa o tempo de relaxação do sistema viscoplástico, e ε^{pl} é a deformação plástica avaliada no modelo. A variável da degradação de rigidez viscoplástica \dot{d}_{ν} é dada pela Equação 2.50.

$$\dot{d}_{\nu} = \frac{1}{\mu} (d - d_{\nu}) \tag{2.50}$$

Onde d é a variável de degradação avaliada. A relação tensão-deformação baseada no modelo viscoplástico é definida de acordo com a Equação 2.51.

$$\sigma = (1 - d_{\nu})E_0: (\varepsilon - \varepsilon_{\nu}^{pl})$$
(2.51)

A utilização da regularização viscoplástica com um pequeno valor para o parâmetro de viscosidade, quando comparado ao tamanho do incremento, geralmente ajuda a melhorar a taxa de convergência do modelo sem comprometer os resultados. Genikomsou e Polak (2015) e Michal e Andrzej (2015) obtiveram bons resultados considerando o parâmetro de viscosidade igual a 0,00001.

2.6.2 Comportamento do concreto à compressão

Para a caracterização do comportamento do concreto à compressão, é necessário inserir no programa um modelo constitutivo para o material, o qual corresponde ao diagrama tensãodeformação do concreto submetido à compressão uniaxial fora do regime elástico.

Assim, os dados de entrada utilizados são as tensões (σ_c), as deformações inelásticas ($\varepsilon_c^{\sim in}$) e as propriedades do dano (d_c). Na Figura 2.38 é apresentado o diagrama tensãodeformação do concreto com as variáveis consideradas no modelo do CDP.



Figura 2.38 – Diagrama tensão-deformação para o concreto à compressão Fonte: Jankowiak e Lodygowski (2005)

A deformação inelástica, dada pela Equação 2.52, é obtida por meio da diferença entre a deformação total (ε_c) e a deformação elástica correspondente ao concreto não danificado (ε_{oc}^{el}), dada pela Equação 2.53.

$$\varepsilon_c^{\sim in} = \varepsilon_c - \varepsilon_{oc}^{el} \tag{2.52}$$

$$\varepsilon_{oc}^{el} = \frac{\sigma_c}{E_o} \tag{2.53}$$

Como mostrado na Figura 2.38, quando o concreto é descarregado de qualquer ponto na parte descendente do diagrama, há uma degradação de sua rigidez elástica, que é caracterizada pelas variáveis do dano: d_c no caso da compressão; e d_t no caso da tração (ABAQUS ANALYSIS USER'S GUIDE, 2014).

Como citado anteriormente, as deformações inelásticas ($\varepsilon_c^{\sim in}$) são utilizadas como dado de entrada no programa, e as deformações plásticas ($\varepsilon_c^{\sim pl}$) são automaticamente calculadas por meio dos valores do dano inseridos. Assim, a curva tensão-deformação inelástica é automaticamente convertida em curva tensão-deformação plástica. A relação entre a tensão, as deformações e o dano é dada pela Equação 2.54, por meio da qual o programa verifica a precisão das curvas formadas pelos dados inseridos de forma tabulada. Valores negativos ou decrescentes de deformação plástica são indicativos de incorreções que podem gerar erros durante a análise. Caso o dano não seja especificado, o material se comportará como plástico, sendo que $\varepsilon_c^{\sim pl} = \varepsilon_c^{\sim in}$ (ABAQUS ANALYSIS USER'S GUIDE, 2014).

$$\varepsilon_c^{\sim pl} = \varepsilon_c^{\sim in} - \frac{d_c}{(1 - d_c)} \frac{\sigma_c}{E_o}$$
(2.54)

No modelo de dano plástico apresentado por Lubliner et al. (1989), a degradação do material ocorre apenas após alcançada a tensão máxima, ou seja, na zona de amolecimento do material, sendo a rigidez proporcional à sua coesão, como mostrado pela Equação 2.55 e 2.56.

$$\frac{E}{E_o} = \frac{c}{c_{máx}} = 1 - d$$
 (2.55)

$$d = 1 - \frac{c}{c_{max}} \tag{2.56}$$

Nas quais *c* é a coesão no critério de escoamento, a qual é proporcional à tensão, e $c_{máx}$ é proporcional à resistência do concreto. Assim, segundo Tao e Chen (2015), sob tensão uniaxial, a Equação 2.56 pode ser reduzida à Equação 2.57, a qual define o dano à compressão (d_c) quando $\varepsilon_c > \varepsilon_{cu}$.

$$d_c = 1 - \frac{\sigma_c}{\sigma_{cu}} \tag{2.57}$$

Onde σ_{cu} é a tensão máxima, relativa à resistência do concreto à compressão, e σ_c é a tensão de compressão atuante em determinado ponto do gráfico.

2.6.3 Comportamento do concreto à tração

De maneira análoga ao comportamento do concreto à compressão, o comportamento do concreto à tração é definido de acordo com a curva tensão-deformação apresentada na Figura 2.39.



Figura 2.39 – Diagrama tensão-deformação para o concreto à tração Fonte: Jankowiak e Lodygowski (2005)

No modelo CDP os dados de entrada para o comportamento do concreto à tração são as tensões (σ_t), as deformações de fissuração ($\varepsilon_t^{\sim ck}$) e as propriedades do dano (d_t). A deformação de fissuração ($\varepsilon_t^{\sim ck}$), dada pela Equação 2.58, é a diferença entre a deformação total (ε_t) e a deformação elástica (ε_{ot}^{el}), dada pela Equação 2.59.

$$\varepsilon_t^{\sim ck} = \varepsilon_t - \varepsilon_{ot}^{el} \tag{2.58}$$

$$\varepsilon_{ot}^{el} = \frac{\sigma_{t0}}{E_o} \tag{2.59}$$

O dano (d_t) pode ser calculado segundo a Equação 2.60, baseado no exposto por Lubliner et al. (1989), Jankowiak e Lodygowski (2005) e Tao e Chen (2015).

$$d_t = 1 - \frac{\sigma_t}{\sigma_{t0}} \tag{2.60}$$

3 METODOLOGIA

3.1 ESTUDO DE CASO

A fim de estudar o comportamento de fundações de divisa de forma coerente com a sua ocorrência em situações reais, foi selecionado como estudo de caso o projeto de fundações de um edifício situado em Umuarama-PR.

A edificação estudada possui três pavimentos e ocupa aproximadamente 660 metros quadrados de um terreno, sendo que uma de suas laterais e o seu fundo fazem divisa com os terrenos vizinhos. No projeto foram adotadas fundações profundas do tipo hélice contínua, com blocos de uma estaca. Para as fundações dos pilares localizados nas divisas do terreno, o projetista lançou mão de vigas de equilíbrio.

Desse modo, a partir do projeto, foi selecionado o caso de um pilar de divisa com uma carga característica atuante de $F_k = 520$ kN, e foram analisados três modelos de fundações para o pilar, baseados no estudo de caso e apresentados a seguir.

3.1.1 Geometria do Modelo 1

Na Figura 3.1 é apresentada a geometria das fundações do pilar de divisa selecionado para a análise a partir do estudo de caso.



Figura 3.1 – Modelo 1: (a) Vista em planta e (b) vista lateral

O pilar de divisa forma uma excentricidade de 35 centímetros em relação à estaca, a qual possui um diâmetro de 50 cm e comprimento de 14 metros no solo. O bloco de divisa é ligado a um bloco interno de pilar centrado por meio de uma viga de equilíbrio.

Como visto na Figura 3.1(a) o bloco de divisa possui dimensões em planta de 60 x 75 cm e altura de 60 cm. A viga de equilíbrio, por sua vez, possui seção variável de 40 x 60 cm a 20 x 40 cm (largura x altura).

O bloco interno possui dimensões em planta de 90 x 90 cm, altura de 60 cm e uma estaca de 80 cm de diâmetro e comprimento de 14 metros no solo. O pilar de divisa P1 possui seção de 20 x 40 cm, e nele atua uma carga característica de $F_k = 520$ kN. Já o pilar interno P2 possui seção de 51 x 30 cm e uma carga igual a $F_k = 1.050$ kN.

3.1.2 Geometria do Modelo 2

No segundo modelo estudado, fez-se uma adaptação na geometria do Modelo 1, e aumentou-se a excentricidade do pilar de divisa em relação à estaca para 65 centímetros, a fim de simular uma situação em que fossem utilizados equipamentos mais robustos para a execução das estacas, que exigissem um maior afastamento da divisa do terreno. Desse modo, a geometria do Modelo 2 é apresentada na Figura 3.2.



Figura 3.2 – Modelo 2: (a) Vista em planta e (b) vista lateral

3.1.3 Geometria do Modelo 3

O Modelo 3 consiste na geometria do bloco de divisa do Modelo 1 sem a utilização da viga de equilíbrio, a fim de compreender a distribuição de tensões devido à excentricidade do pilar, e determinar o comportamento e a viabilidade desse tipo de estrutura, que por vezes é vista em obras de pequeno porte.

A geometria do Modelo 3 é apresentada na Figura 3.3, e assim como no Modelo 1, a excentricidade do pilar em relação à estaca é de 35 cm.



Figura 3.3 – Modelo 3: (a) Vista lateral e (b) vista em planta

3.2 CÁLCULO ESTRUTURAL

3.2.1 Análise numérica – concreto sem armaduras

Para determinar a distribuição dos esforços atuantes nos modelos, foi realizada uma análise preliminar no programa computacional ABAQUS, de modo a considerar apenas o material concreto.

Os Modelos 1, 2 e 3 foram analisados tomando o concreto como um material elásticolinear, atribuindo-lhe apenas o comportamento "*Elastic*" no programa, por meio do módulo de elasticidade e do coeficiente de Poisson, de forma que se obedeça a Lei de Hooke.

Com essa interpretação do problema, espera-se que a estrutura se deforme elasticamente, isto é, não apresente deformações plásticas.

Assim, foram observados os fluxos de tensões e as áreas mais solicitadas à tração e à compressão, de modo a determinar os locais mais críticos para o dimensionamento.

3.2.2 Dimensionamento

O dimensionamento da viga de equilíbrio dos Modelos 1 e 2 foi dividido em duas partes:

- Dimensionamento da região-D entre o pilar de divisa e a estaca;
- Dimensionamento da região-B entre os blocos.

Já o Modelo 3 foi dimensionado considerando apenas a região-D entre o pilar de divisa e a estaca.

3.2.2.1 Dimensionamento da região-D

Estima-se que a região entre o pilar de divisa e a estaca compreenda uma região-D. Dessa forma, seu dimensionamento ocorreu por meio das equações desenvolvidas para consolos, aplicando-se conceitos do Método das Bielas.

A verificação do concreto comprimido e o dimensionamento do aço dos tirantes dos consolos foi realizado segundo as Equações 2.7, 2.9, 2.13 e 2.16, apresentadas no Capítulo 2 da revisão teórica.

As tensões elásticas atuantes nos modelos analisados segundo o item 3.2.1 foram comparadas às tensões limites, calculadas por meio das Equações 2.7 e 2.13.

As armaduras secundárias, por sua vez, correspondem aos estribos verticais e às armaduras horizontais (de costura) dispostas ao longo do consolo.

No presente trabalho, tais armaduras foram dimensionadas a partir de duas metodologias diferentes, apresentadas no Capítulo 2 da revisão bibliográfica:

- Pelas recomendações da ABNT NBR 9062 (2006), a partir do descrito no item 2.2.1.3 deste trabalho, aplicando-se as Equações 2.18 e 2.19.
- Por meio do modelo refinado de escoras e tirantes do CEB-FIP Model Code 1990 (1993) apresentado no item 2.2.1.5, a partir das Equações 2.26 e 2.27.

3.2.2.2 Dimensionamento da região-B

Para o dimensionamento da viga de equilíbrio na região fora do consolo, foram aplicadas as equações usuais do cálculo à flexão, apresentadas por autores como Fusco (1981).

O dimensionamento da armadura transversal foi realizado segundo o exposto no item 17.4.2 da ABNT NBR 6118 (2014).

3.2.2.3 Determinação dos esforços de flexão e cortante

Para o dimensionamento das estacas de divisa e da região-B da viga de equilíbrio, foram determinados os diagramas de momento fletor e força cortante por meio de uma simplificação analítica da estrutura, calculada no programa Ftool (MARTHA, 2018).

Como apresentado na Figura 3.4, na simplificação dos Modelos 1 e 2, a viga de equilíbrio foi considerada apoiada sobre as estacas, de modo a formar um pórtico. Já para o Modelo 3, analisou-se o momento fletor e a força cortante na estaca considerando a excentricidade da carga aplicada pelo pilar de divisa.



Figura 3.4 – Idealização no Ftool: (a) Modelos 1 e 2 e (b) Modelo 3

A fim de considerar a interação da estrutura com o solo, nas laterais das estacas foram inseridas molas horizontais, cujos coeficientes de rigidez correspondem ao exposto no item 3.4.3. Como simplificação, considerou-se as estacas apoiadas em sua base por meio de um apoio do segundo gênero, sem permitir deslocamentos verticais e horizontais neste ponto. O material considerado para os elementos foi o concreto, com módulo de elasticidade igual a 30,7 GPa e coeficiente de Poisson de 0,2.

3.2.2.4 Dimensionamento da estaca de divisa

Segundo Alonso (2003), a capacidade de carga de uma estaca é dada pelo menor valor entre a resistência estrutural do material da estaca e a resistência do solo que lhe dá suporte. Essa última pode ser obtida por meio de métodos de transferência de carga, como os propostos por Aoki-Velloso, Décourt-Quaresma, entre outros. No entanto, esses métodos não são o foco principal do presente estudo, assim, assume-se que o solo dará suporte adequado à estaca do estudo de caso. A estaca, com comprimento de 14 metros no solo, foi dimensionada para resistir aos esforços de compressão, flexão e força cortante, segundo a metodologia explanada no item 2.4 do capítulo da revisão bibliográfica.

3.3 ANÁLISE NUMÉRICA – CONCRETO ARMADO

A fim de verificar a efetividade da metodologia de dimensionamento adotada e a influência da armadura de costura na região do bloco de divisa, foram analisados no ABAQUS treze modelos relativos ao estudo de caso, os quais são desdobramentos dos três modelos apresentados inicialmente.

Para todos os modelos de concreto armado, foi considerado o comportamento não-linear do concreto por meio do parâmetro "*Concrete Damaged Plasticity*" (CDP), apresentado no item 2.6 da revisão teórica. Um resumo dos modelos é apresentado no Quadro 3.1.

		ARMADURA PRINCIPAL	ARMADURAS SECUNDÁRIAS		
		Armadura do tirante	Armadura de costura – NBR 9062 (2006)	Armadura de costura – CEB-FIP Model Code 1990 (1993)	Armadura vertical - CEB-FIP Model Code 1990 (1993)
	Modelo 1-A	X	-	-	-
MODELO	Modelo 1-B	X	Х	-	-
1	Modelo 1-C	X	-	X	-
	Modelo 1-D	X	X^1	-	-
	Modelo 2-A	X	-	-	-
MODELO	Modelo 2-B	Х	Х	-	-
NODELO	Modelo 2-C	Х	-	-	Х
2	Modelo 2-D	Х	-	Х	Х
	Modelo 2-E	X	X^1	-	-
	Modelo 3-A	X	-	-	-
MODELO	Modelo 3-B	X	Х	-	-
3	Modelo 3-C	X	-	X	-
	Modelo 3-D	X	\mathbf{X}^1	-	-

Quadro 3.1 - Resumo dos modelos com armaduras

A variação das armaduras secundárias dos modelos corresponde ao dimensionamento segundo a ABNT NBR 9062 (2006) e ao CEB-FIP Model Code 1990 (1993). A partir das análises, foi verificada a influência dessas armaduras na resistência do elemento. A inserção de armaduras de costuras inclinadas em 45° nos Modelos 1D, 2E e 3D permitiu identificar a efetividade desse tipo de arranjo em relação à disposição horizontal dessas armaduras.

¹ Armadura inclinada em 45°

Em cada modelo, foi analisada a rigidez do elemento, por meio da correlação entre a carga atuante no pilar de divisa e o deslocamento vertical máximo na parte inferior do bloco, local indicado na Figura 3.5. Foram determinadas também as regiões sujeitas à fissuração por meio da análise do dano, bem como o modo de ruptura, as deformações plásticas e a distribuição de tensões entre o concreto e a as armaduras.



Figura 3.5 – Indicação dos locais de aplicação da carga

As estacas de todos os modelos apresentados no Quadro 3.1 também foram armadas, a fim de se evitar a ruptura localizada nesses elementos, e a geração de grandes deslocamentos e deformações. As armaduras de pele, assim como as armaduras transversais, não foram inseridas na análise, uma vez que foram dimensionadas em quantidades mínimas e para o controle de fissurações superficiais.

3.4 DESCRIÇÃO DA MODELAGEM NUMÉRICA NO ABAQUS

Neste item são apresentados os critérios adotados para a modelagem das estruturas no programa ABAQUS, de modo a destacar os modelos constitutivos do concreto e do aço, os dados de entrada no programa referentes aos materiais, a descrição dos parâmetros de modelagem e da interação solo-estaca. Por fim, é apresentada uma validação dos materiais adotados.

3.4.1 Modelos constitutivos dos materiais

3.4.1.1 Concreto

Para determinar o comportamento do concreto à compressão foi escolhido o modelo constitutivo desenvolvido por Hognestad (1951), adaptado por Arduini, Tommaso e Nanni (1997), apresentado na Figura 3.6.



Figura 3.6 – Modelo constitutivo para o concreto à compressão Fonte: Sümer e Aktaş (2015), adaptado de Arduini, Tommaso e Nanni (1997)

Neste modelo, o concreto apresenta um comportamento parabólico até atingir a tensão máxima, e uma reta descendente até a ruptura. A parábola de Hognestad (1951) é descrita pela Equação 3.1.

$$0 \le \varepsilon \le \varepsilon_c \qquad \qquad \sigma_c = f'_c \left[2 \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_c} \right) - \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_c} \right)^2 \right] \tag{3.1}$$

Onde ε é a deformação do concreto para dada tensão de compressão e ε_c é a deformação correspondente à tensão máxima de compressão, e pode ser calculada por meio da Equação 3.2, onde E_o é o módulo de elasticidade do concreto.

$$\varepsilon_c = \frac{2f'_c}{E_o} \tag{3.2}$$

A deformação de ruptura à compressão do concreto (ε_{cu}) foi adotada igual à 3,5‰, como o recomendado pela ABNT NBR 6118 (2014), com uma tensão de ruptura correspondente a $f_{cu} = 0.2f'_c$.

O comportamento do concreto à tração adotado no presente trabalho se baseia no modelo exposto por Wahalathantri et al. (2011), apresentado na Figura 3.7, que foi adaptado de Nayal e Rasheed (2006) e de Gilbert e Warner (1978), e modificado pelos autores especialmente para sua aplicação no ABAQUS, a fim de se evitar a ocorrência de erros durante a análise.



Figura 3.7 – Diagrama tensão-deformação para o concreto à tração Fonte: Wahalathantri et al. (2011)

A deformação do concreto relativa à máxima tensão de tração (ε_{cr}) pode ser calculada por meio da Equação 3.3, onde σ_{to} é a tensão máxima de tração e E_o é o módulo de elasticidade inicial.

$$\varepsilon_{cr} = \frac{\sigma_{to}}{E_o} \tag{3.3}$$

O dano à compressão e à tração foi calculado segundo as Equações 2.65 e 2.68, respectivamente.

3.4.1.2 Aço

Para a definição do comportamento do aço, foi adotado o diagrama bilinear apresentado na Figura 3.8, que corresponde a uma aproximação elástica com endurecimento linear, baseado no exposto por Arduini, Tommaso e Nanni (1997). Dessa forma, é necessário inserir no ABAQUS o comportamento "*Elastic*" e o "*Plastic*" para o aço, que demandam o módulo de elasticidade (E_s), o coeficiente de Poisson (ν), a tensão de escoamento (f_y) e a deformação plástica (ε_s^{pl}), que é a diferença entre a deformação de determinado ponto do gráfico e a deformação de escoamento (ε_v).



Figura 3.8 – Comportamento elasto-plástico perfeito para o aço Fonte: Arduini, Tommaso e Nanni (1997)

3.4.2 Dados de entrada dos materiais no ABAQUS

No ABAQUS, o modelo do CDP exige que o comportamento elástico do material seja isotrópico e linear. Dessa forma, é necessário inserir o comportamento "*Elastic*", definindo o módulo de elasticidade (E_o) e o coeficiente de Poisson (ν) do concreto. As características dos materiais adotados para a análise são apresentadas nos Quadros 3.2 e 3.3.

	E (GPa)	ν	f _{ck} (MPa)	<i>f</i> ′ <i>c</i> (MPa)	f _y (MPa)	ε _y (%)	f _t (MPa)	ε _c (%)	ε _u (%)	ρ (Kg/m ³)
Concreto	30,7	0,2	30	25,5	-	-	2,90	0,2	0,35	2400
Aço	210	0,3	-	-	500	0,24	655	-	10	-

Quadro 3.2 - Dados dos materiais aço e concreto adotados para o Estudo de Caso

Quadro 3.3 - Dados adotados para o concreto no CDP

ψ		ε	f_{b0}/f_{c0}	K	μ
- 30°	D I	0,1	1,16	0,667	0,00001

O módulo de elasticidade (E) e a resistência à tração (f_t) do concreto foram determinados de acordo com as Equações 3.4 e 3.5 da ABNT NBR 6118 (2014).

$$E_{ci} = 5600\sqrt{f_{ck}} \tag{3.4}$$

$$f_{ct,m} = 0.3 f_{ck}^{2/3} \tag{3.5}$$

A resistência do concreto à compressão, utilizada para a obtenção do modelo constitutivo apresentado na Figura 3.7, foi $f'_c = 0.85 f_{ck}$. O coeficiente de segurança 0.85, também chamado de coeficiente de Rüsch, é recomendado por normas como a ABNT NBR 6118 (2014) e o CEB-FIP Model Code 1990 (1993), e está associado à redução da resistência do concreto com o tempo em função do efeito das cargas de longa duração, ou seja, relacionase à fluência do material.

O valor da resistência f_t para o aço corresponde à tensão última de tração para o material, e foi adotada segundo ensaios desenvolvidos por Vieira et al. (2016).

Nos Quadros 3.4 e 3.5 são apresentados os valores inseridos no programa para a definição do comportamento do concreto à compressão e à tração no "Concrete damaged plasticity". A deformação inelástica ($\varepsilon_c^{\sim in}$) foi calculada segundo a Equação 2.52, e a deformação de fissuração ($\varepsilon_t^{\sim ck}$), segundo a Equação 2.58, empregando-se os modelos constitutivos anteriormente descritos.

"Concrete dameged plasticity"							
''Compressive	"Compressive behavior"		n damage''				
Tensão (N/m ²)	Tensão (N/m ²) $\varepsilon_c^{\sim in}$		$\varepsilon_c^{\sim in}$				
13253651	0,0000	0,000	0,0000				
18077964	0,0003	0,000	0,0003				
20626575	0,0004	0,000	0,0004				
22641109	0,0006	0,000	0,0006				
24121566	0,0007	0,000	0,0007				
25067944	0,0009	0,000	0,0009				
25500000	0,0011	0,000	0,0011				
5100000	0,0033	0,800	0,0033				

Quadro 3.4 - Dados de entrada no ABAQUS: compressão

Quadro 3.5 - Dados de entrada no ABAQUS: tração

"Concrete dameged plasticity"							
''Tensile be	havior''	''Tensile d	amage''				
Tensão (N/m ²)	$\varepsilon_t^{\sim ck}$	dt	$\varepsilon_t^{\sim ck}$				
2896468	0,00000	0,000	0,00000				
2230280	0,00005	0,194	0,00005				
1303411	0,00033	0,550	0,00033				
289647	0,00081	0,900	0,00081				

Foi considerado que o dano à compressão ocorreu somente após o material ter atingido a tensão máxima, ou seja, durante o "amolecimento" do concreto (GENIKOMSOU e POLAK, 2016; JANKOWIAK e LODIGOWSKI, 2005). Os diagramas dos modelos constitutivos adotados para o concreto são apresentados nas Figuras 3.9 e 3.10.



Figura 3.9 - Gráfico: modelo constitutivo do concreto à compressão (a) e ao dano (b)



Figura 3.10 – Gráfico: modelo constitutivo do concreto à tração (a) e ao dano (b)

3.4.3 Determinação da interação solo- estaca

A determinação da interação solo-estaca ocorreu por meio da utilização do modelo de Winkler, representando o solo como molas horizontais e linearmente elásticas, aplicadas nas laterais das estacas e espaçadas igualmente entre si.

Para a determinação das características do solo foi utilizado como exemplo a sondagem apresentada no Anexo deste trabalho, proveniente de um ensaio de penetração (SPT) na região da obra relativa ao estudo de caso.

Segundo Christan (2012), os coeficientes de mola aplicados à estaca são calculados segundo a Equação 3.6.

$$K_i = k_h A_i \tag{3.6}$$

Onde:

 K_i é a rigidez relativa ao nó i (coeficiente de mola);

 k_h é o coeficiente de reação horizontal do solo;

 A_i é a área de influência do nó i, e corresponde ao diâmetro da estaca (*B*) multiplicado pela distância entre os nós ($A_i = B.\Delta l$);

O coeficiente de reação horizontal (k_h) é dado pela Equação 3.7 (CINTRA, 2002), na qual η_h é obtido por meio do Quadro 2.1 (item 2.5 da revisão teórica), e z corresponde à profundidade analisada.

$$k_h = \eta_h . \frac{z}{B} \tag{3.7}$$

Substituindo a Equação 3.7 na Equação 3.6, tem-se a Equação 3.9 para o cálculo dos coeficientes de rigidez da mola K_i .

$$K_i = \eta_h . \frac{z}{B} . B. \Delta l \tag{3.8}$$

$$K_i = \eta_h. z. \Delta l \tag{3.9}$$

Os valores dos coeficientes de mola (K_i), calculados para as estacas de 50 e 80 centímetros de diâmetro, são apresentados no Quadro 3.6. As molas foram inseridas nas estacas a cada metro de comprimento ($\Delta l = 1$ m), sendo que a primeira fora posicionada 50 centímetros abaixo de seu topo.

			Estaca B	8 = 50 cm	Estaca B	= 80 cm
Nó	z (m)	η_h (kN/m ³) Quadro 2.1	η_h (kN/m ³)	<i>K_i</i> (kN/m)	η_h (kN/m ³)	<i>K_i</i> (kN/m)
1	0,5	2300	1380,0	690	862,5	431
2	1,5	2300	1380,0	2070	862,5	1294
3	2,5	2300	1380,0	3450	862,5	2156
4	3,5	2300	1380,0	4830	862,5	3019
5	4,5	2300	1380,0	6210	862,5	3881
6	5,5	2300	1380,0	7590	862,5	4744
7	6,5	2300	1380,0	8970	862,5	5606
8	7,5	1500	900,0	6750	562,5	4219
9	8,5	1500	900,0	7650	562,5	4781
10	9,5	4400	2640,0	25080	1650	15675
11	10,5	4400	2640,0	27720	1650	17325
12	11,5	11100	6660,0	76590	4162,5	47869
13	12,5	11100	6660,0	83250	4162,5	52031
14	13,5	11100	6660,0	89910	4162,5	56194

Quadro 3.6 – Cálculo da constante de mola K_i para as estacas

3.4.4 Parâmetros de modelagem

A fim de aproveitar a simetria do modelo e economizar tempo de processamento, a geometria foi partida ao meio como mostrado na Figura 3.11(a) e foram inseridas condições de contorno relativas à simetria na superfície destacada na Figura 3.11(b), as quais restringem a translação no eixo "Z" e a rotação nos eixos "X" e "Y". Os elementos estruturais relativos ao Modelo 3, por outro lado, foram modelados de forma completa, sem a utilização da simetria, conforme visto na Figura 3.11(c).



Figura 3.11 – (a) Simetria dos Modelos 1 e 2, (b) condições de contorno e (c) Modelo 3

Na parte inferior das estacas foram inseridos apoios simples, que restringem a movimentação nos eixos "X", "Y" e "Z".

Os modelos estruturais do estudo de caso foram construídos em ambiente ABAQUS considerando o comprimento das estacas no solo igual a 14 metros. A compreensão da interação solo-estrutura envolve uma quantidade grande de variáveis, o que torna a modelagem computacional desse sistema algo complexo. Dessa forma, no presente trabalho foram adotadas algumas hipóteses básicas para a simplificação do modelo de cálculo, a fim de permitir a consideração da interação solo-estaca na investigação do comportamento da fundação de divisa.

Para tanto, baseado em Christian (2012), considerou-se que:

(a) O solo e as estacas estão livres de tensões iniciais;

- (b) A estaca possui uma superfície rugosa, não existindo deslocamentos relativos entre a estaca e o solo;
- (c) O solo e as molas trabalham em regime elástico-linear.

As molas foram inseridas por meio da função "*Springs*" do ABAQUS, e consideradas conectadas ao solo segundo o eixo "X". Os coeficientes de mola foram calculados e as molas distribuídas de acordo com o exposto no item 3.4.3. Como apenas metade da estrutura foi analisada nos Modelos 1 e 2, apenas a metade do valor calculado para o coeficiente foi atribuído à mola nesses casos. Na Figura 3.12 são mostradas as estacas com as molas discretizadas.



Figura 3.12 – Apoios elásticos nas laterais das estacas, segundo o eixo X (a) Modelos 1 e 2, (b) Modelo 3

As cargas foram inseridas nos locais relativos aos pilares (Figura 3.13). No local do pilar P1, de divisa, foi inserido um bloco metálico para evitar a formação de rupturas localizadas, e sobre ele foi aplicado um deslocamento de 18 mm. A carga característica atuante do pilar centrado P2 de 1.050 kN foi majorada segundo o coeficiente de 1,4, resultando na carga de projeto de 1470 kN. Assim, no local do pilar P2 aplicou-se uma carga vertical de 735 kN, relativa à metade da carga de projeto, visto que foi analisada apenas metade da estrutura.



Figura 3.13 – Cargas inseridas no modelo (a) Modelos 1 e 2, (b) Modelo 3

Foi efetuada uma análise estática do modelo em dois passos. No primeiro passo, foi inserida a carga de 735 kN no pilar interno centrado. No segundo passo, a carga inserida no pilar centrado foi propagada, e foi inserido no pilar de divisa um deslocamento de 18 mm. Assim, buscou-se realizar uma análise estática sob controle de deslocamento, de modo que a carga atuante no pilar de divisa relativa ao deslocamento imposto foi obtida por meio das forças de reação nos apoios na parte inferior das estacas, o que permitiu visualizar o comportamento pós-pico do diagrama carga-deslocamento. O deslocamento de 18 mm foi selecionado após algumas tentativas para a obtenção da melhor convergência do modelo na análise numérica. Em cada passo, o período de tempo total para aplicação da carga e do deslocamento foi de 1 segundo, com o tamanho do incremento inicial e máximo de 0,001 segundo, sendo que o tamanho dos incrementos subsequentes foi calculado automaticamente pelo ABAQUS.

As armaduras foram modeladas por meio do elemento "*Wire*" e inseridas no concreto com o método "*Embebed Region*" do programa, que considera uma conexão perfeita entre o concreto e o aço, sem deslocamentos relativos. Isso faz com que a presença de ganchos e laços de ancoragem não influenciem no comportamento do conjunto.

A interação entre as estacas e os blocos foi feita por meio da restrição "*Tie*", que une duas superfícies de modo que nenhum deslocamento relativo entre elas seja permitido. Segundo Genikomsou e Polak (2016) a vantagem desse tipo de restrição é que permite que duas superfícies sejam unidas mesmo que suas malhas de elementos finitos não sejam iguais.

Ainda de acordo com os autores, é de grande importância uma discretização apropriada de modelos testados no programa. Por isso, a malha foi criada somente após uma partição adequada do modelo, que permitisse a discretização em elementos hexaédricos.

A malha para os elementos de concreto foi de 50 mm, com elementos "*Solid* – *3D*" do tipo hexaédrico C3D8R, de 8 nós lineares com integração reduzida. Já as armaduras foram discretizadas em elementos lineares "*Wire* – *Truss*" do tipo T3D2, com 2 nós e malha de 50 mm. A fim de economizar tempo de processamento, foi inserida uma malha menos refinada próximo à base das estacas, com elementos finitos de tamanho aproximado de 300 x 50 mm. O elemento discretizado é mostrada na Figura 3.14.



Figura 3.14 - Elemento estrutural discretizado em uma malha de elementos finitos

3.4.5 Validação dos parâmetros de modelagem adotados

A fim de validar os parâmetros de modelagem adotados e os modelos constitutivos dos materiais que servirão como dados de entrada no ABAQUS, foi testada no programa uma viga de concreto armado ensaiada experimentalmente por Arduini, Tommaso e Nanni (1997), apresentada na Figura 3.15.



Figura 3.15 – Viga de concreto armado ensaiada por Arduini, Tommaso e Nanni (1997) (Medidas em mm) Fonte: Arduini, Tommaso e Nanni (1997)

A viga possui seção quadrada e é composta por quatro barras longitudinais de aço de 14 mm de diâmetro e estribos de 6 mm espaçados em 150 mm. Os parâmetros dos materiais utilizados na modelagem são mostrados nos Quadros 3.7 e 3.8.

	E (GPa)	ν	$f_c'(MPa)$	f_y (MPa)	f_t (MPa)	ε _u (%)	ρ (Kg/m ³)
Concreto	25	0,2	33	-	2,6	3,5	2400
Aço	200	0,3	-	540	700	10	-

Quadro 3.7 – Dados dos materiais aço e concreto

Fonte: Adaptado de Arduini, Tommaso e Nanni (1997)

	Quadro 3.8 -	Dados	adotados	para o	concreto no	CDP
--	--------------	-------	----------	--------	-------------	-----

ψ	ε	f_{b0}/f_{c0}	K	μ
30°	0,1	1,16	0,667	0,00001

Os dados de entrada no programa para a definição do comportamento do concreto à compressão no CDP são apresentados no Quadro 3.9, e os dados relativos ao comportamento à

tração no Quadro 3.10. Esses dados foram calculados de acordo com o modelo constitutivo adotado para o concreto descrito no item 3.4.1.

"Concrete dameged plasticity"							
"Compressive behavior"		"Compression damage"					
Tensão (N/m ²)	Tensão (N/m ²) $\varepsilon_c^{\sim in}$		$\varepsilon_c^{\sim in}$				
13295455	0,0000	0,000	0,0000				
23181818	0,0003	0,000	0,0003				
27878788	0,0005	0,000	0,0005				
31060606	0,0008	0,000	0,0008				
32452652	0,0010	0,000	0,0010				
33000000	0,0013	0,000	0,0013				
6600000	0,0032	0,800	0,0032				

Quadro 3.9 – Dados de entrada no ABAQUS: compressão

Quadro 3.10 - Dados de entrada no ABAQUS: tração

"Concrete dameged plasticity"						
"Tensile be	havior''	''Tensile d	'amage''			
Tensão (N/m ²)	$\varepsilon_t^{\sim ck}$	dt	$\varepsilon_t^{\sim ck}$			
2600000	0,00000	0,000	0,00000			
2002000	0,00006	0,231	0,00006			
1170000	0,00037	0,550	0,00037			
260000	0,00089	0,900	0,00089			

A viga foi modelada simulando um apoio móvel em uma das extremidades, impedindo o deslocamento no eixo "Y", e um apoio fixo na outra extremidade, impedindo os deslocamentos em "X", "Y" e "Z", como mostrado na Figura 3.16. Foram inseridos deslocamentos nos locais referentes ao carregamento, e a medição da carga relativa foi feita por meio das reações nos apoios, caracterizando uma análise estática sob controle de deslocamento.



Figura 3.16 - Indicação das armaduras, apoios e deslocamentos da viga
Aplicou-se a conexão "*Embeded region*" para promover a integração entre o aço e o concreto, determinando que o primeiro estaria contido no segundo por meio de uma ligação perfeita.

Foram realizadas duas análises, uma com a viga de concreto discretizada em uma malha de 30 mm e outra em uma malha de 50 mm, com elementos "*Solid* – *3D*" do tipo hexaédrico C3D8R, de 8 nós lineares com integração reduzida. Já as armaduras foram discretizadas em elementos lineares "*Wire* – *Truss*" do tipo T3D2 com 2 nós, também em uma malha de 30 mm e outra de 50 mm. A viga discretizada com a malha de 30 mm é mostrada na Figura 3.17.



Figura 3.17 - Indicação da malha de discretização adotada para a viga

O diagrama apresentado na Figura 3.18 relaciona a carga aplicada à viga e o deslocamento medido na parte inferior do meio do vão. Nesse gráfico é possível comparar o diagrama obtido experimentalmente por Arduini, Tommaso e Nanni (1997) aos diagramas resultantes das análises da viga por meio do método dos elementos finitos no ABAQUS.



Figura 3.18 - Carga x deslocamento no meio do vão: experimental e obtido no ABAQUS

A partir da análise do gráfico, constata-se que os resultados obtidos nas simulações numéricas no ABAQUS estão coerentes com os resultados experimentais. Assim, estima-se que os parâmetros adotados para a modelagem e caracterização dos materiais são válidos.

Verifica-se que a malha com elementos finitos de 50 mm apresentou uma razoável aproximação do resultado real, justificando a sua utilização nos modelos que serão analisados, frente à economia de processamento em relação à malha de 30 mm.

Segundo Arduini, Tommaso e Nanni (1997), a viga testada experimentalmente apresentou inicialmente um comportamento elástico-linear, seguido por uma primeira fissuração na região do meio do vão da viga. Este fato pôde ser observado também na viga testada no ABAQUS, como mostrado na Figura 3.19, que indica os primeiros danos à tração no concreto após o regime linear.



Figura 3.19 - Primeiros danos à tração no concreto

De acordo com Jankowioak e Lodigowski (2005), o dano obtido para o concreto, ao utilizar os parâmetros do CDP, pode estimar corretamente o padrão de fissuração real do material.

Arduini, Tommaso e Nanni (1997) observaram que após o regime elástico-linear, ocorreu uma larga fase não linear, que foi marcada pelo desenvolvimento de numerosas fissurações, o que também pôde ser observado na viga testada no ABAQUS, mostrada na Figura 3.20.



Figura 3.20 – Danos à tração durante a fase não-linear

Após o escoamento do aço das armaduras principais, a viga experimental alcançou a ruptura pelo esmagamento do concreto na parte superior da viga. Do mesmo modo, a viga testada no ABAQUS também apresentou o esmagamento do concreto como causa da ruptura, sendo que o dano à compressão na iminência da ruptura é apresentado na Figura 3.21(a), e o dano à compressão após a ruptura é apresentado na Figura 3.21(b).



Figura 3.21 – Danos à compressão: (a) Iminência da ruptura, (b) após a ruptura

A fim de verificar se o comportamento do concreto à compressão está coerente com os dados do modelo constitutivo inseridos no programa, extraiu-se de um elemento da parte superior da viga as informações relativas à tensão e deformação, que são mostradas no gráfico da Figura 3.22.



Figura 3.22 - Gráfico tensão x deformação para o concreto à compressão

Dessa forma, verifica-se que o comportamento do concreto está coerente com o modelo constitutivo inserido no programa, sendo que a tensão máxima à compressão foi de aproximadamente 33 MPa, para uma deformação de 2,2 ‰.

Na Figura 3.23 são apresentadas as tensões principais de tração e compressão nas armaduras da viga.



Figura 3.23 – Tensões principais nas armaduras

É possível constatar que a tensão máxima de tração atingiu valores de 548 MPa, ou seja, no momento da ruptura do concreto as armaduras estavam no regime de escoamento, o que também foi observado pelos autores durante o teste experimental.

Na Figura 3.24 é apresentado o diagrama que relaciona a tensão e a deformação do aço para o ponto da armadura longitudinal que apresentou a maior tensão de tração.



Figura 3.24 - Gráfico tensão x deformação para o aço à tração

Por meio do gráfico é possível constatar que a tensão de escoamento do aço foi de 540 MPa para uma deformação de 2,7 ‰, resultados coerentes com os dados inseridos no programa para o material.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

4.1 ANÁLISE DOS MODELOS SEM ARMADURAS

Neste item são apresentados os resultados da análise numérica dos Modelos 1, 2 e 3 sem as armaduras, de modo a considerar o concreto como um material elástico linear, como o proposto no item 3.2.1 da metodologia. A partir das análises do fluxo de tensões elásticas, foi possível determinar as regiões críticas das estruturas, o que serviu de base para a metodologia de dimensionamento proposta adiante.

É importante ressaltar que os modelos tridimensionais apresentados nas figuras estão partidos ao meio segundo o corte indicado na Figura 4.1, o que permite a visualização das tensões internas ao elemento.



Figura 4.1 – Local de corte do elemento tridimensional

4.1.1 Modelo 1

(a) Tensões de tração

As tensões principais máximas de tração atuantes no Modelo 1 são apresentadas na Figura 4.2, e correspondem a uma carga de projeto de $F_d = 728$ kN atuante no pilar de divisa, e de $F_d = 1470$ kN atuante no pilar interno, sendo que para a obtenção das cargas de projeto, as cargas características foram majoradas com o coeficiente de $\gamma_f = 1,4$.



Figura 4.2 – Tensões principais máximas de tração

Constatou-se que a máxima tensão de tração ocorreu na parte inferior da viga de equilíbrio, próxima à ligação com o bloco interno. Esse fato revela a importância da disposição de armaduras corretamente dimensionadas nessa região, onde a seção da viga de equilíbrio é menor e ocorre a concentração de tensões de tração, que alcançaram valores de 13,50 MPa.

Foi verificada também a ocorrência de tensões de tração de 3,26 MPa na estaca de divisa, abrangendo uma pequena porção da sua seção. Na parte superior da viga, a tensão máxima de tração foi de aproximadamente 6,10 MPa, evidenciando a necessidade de armadura nessa região.

Na Figura 4.3 são mostradas as tensões principais de tração na região de divisa com a indicação de suas direções. Observou-se que em uma possível linha de ruptura entre o pilar e a estaca predominam tensões transversais de tração.



Figura 4.3 – Direção das tensões principais de tração

Foram analisadas as tensões atuantes nos cortes indicados na Figura 4.4, a fim de se compreender a sua distribuição no interior do elemento.



Figura 4.4 – Indicação dos cortes

As tensões de tração atuantes nas seções do modelo indicadas pelos cortes são apresentadas nas Figuras 4.5(a), (b) e (c).



Figura 4.5 - Tensões de tração nas seções do Modelo

Por meio das seções, é possível constatar o predomínio da tração na parte superior do modelo nos cortes A-A e B-B. Na região inferior da viga, representada no corte C-C, a tensão de tração atingiu o valor máximo de 13,53 MPa. O modelo analisado por Tanno (2012) não apresentou tensões de tração significativas nesta região, porém, constatou-se que ao refinar as condições de apoio, considerando as estacas e a interação destas com o solo, ampliaram-se as tensões de tração nesse local, o qual demonstrou ser uma região crítica para o dimensionamento.

Na Figura 4.6(a) é apresentado o gráfico que relaciona a tensão de tração atuante ao longo do caminho indicado na Figura 4.6(b), que corresponde a uma possível linha de ruptura que se inicia no pilar até o canto de ligação com a estaca. Constatou-se que a tensão de tração começou com 2,5 MPa no ponto superior do bloco, e foi diminuindo até chegar no ponto de encontro com a estaca.



(b) Tensões de compressão

Na Figura 4.7 são apresentadas as tensões principais de compressão atuantes no modelo.



Figura 4.7 – Tensões principais de compressão

A máxima tensão de compressão ocorreu na parte externa da estaca de divisa, próximo à sua ligação com o bloco, com um valor de 15,22 MPa. É possível notar que a estaca do bloco interno não apresentou tensões de tração, e foi submetida apenas à flexo-compressão.

Na Figura 4.8 é apresentada a direção das tensões de compressão na região de divisa. É possível constatar que o fluxo de tensões se encaminha do pilar até a estaca, com um certo

espraiamento de tensões à meia altura do bloco, e com a concentração de tensões no canto de ligação com a estaca.



Figura 4.8 – Tensões principais de compressão

Na Figura 4.9 são apresentadas as tensões de compressão nas seções indicadas pelos cortes da Figura 4.4. É possível constatar a concentração dessas tensões na região inferior da viga nos cortes A-A e B-B. Já na região de ligação da viga com o bloco interno, a compressão se concentrou na parte superior, como indicado no corte C-C.



Figura 4.9 - Tensões de compressão nas seções do Modelo

No gráfico da Figura 4.10(a) são apresentadas as tensões principais de compressão ao longo do caminho indicado na Figura 4.10(b) entre o pilar de divisa e a estaca.



Figura 4.10 – Tensões de compressão na região de divisa

Observou-se a transmissão de tensões de compressão na região entre o pilar de divisa e a estaca, com a formação de uma escora característica de uma região-D, com tensão de compressão de 6 MPa na metade da escora, e de 11 MPa na região nodal próxima à estaca.

Na Figura 4.11 é apresentado o fluxo de tensões principais de tração e compressão atuantes na região de divisa. Constatou-se que na região entre o pilar e a estaca há a transmissão de tensões de compressão, e, transversalmente a elas, ocorrem tensões de tração. Nessa figura, fica claro a distinção entre a região-D, de fluxo de tensões desordenado, e a região-B da viga e da estaca, com fluxo de tensões de tração e compressão bastante ordenado.



Figura 4.11 – Fluxo de tensões principais

As tensões de cisalhamento atuantes no modelo se concentraram principalmente na região de divisa, atuando em uma possível linha de ruptura entre o pilar e a estaca, com predomínio na parte inferior. Na Figura 4.12 são apresentadas as tensões de cisalhamento, com a indicação da direção das tensões verticais e horizontais.



Figura 4.12 – Indicação das tensões de cisalhamento na região de divisa

No gráfico da Figura 4.13(a) são mostradas as tensões de cisalhamento atuantes na região de divisa, ao longo do caminho indicado na Figura 4.13(b).



Figura 4.13 – Tensões de cisalhamento na região de divisa

Verifica-se que a tensão de cisalhamento desenvolvida entre o pilar e estaca atinge valores máximos de 3,6 MPa próximo à estaca. Esse tipo de tensão é típico de um consolo muito curto, o qual deve ser verificado segundo a teoria do atrito-cisalhamento, explicada detalhadamente no item 2.2.1.1 do capítulo da revisão bibliográfica.

4.1.2 Modelo 2

(a) Tensão de tração

Na Figura 4.14 são expostas as tensões principais máximas de tração no Modelo 2, que correspondem à carga de projeto de $F_d = 728$ kN no pilar de divisa, e de $F_d = 1470$ kN no pilar interno, sendo que para a obtenção das cargas de projeto, as cargas características foram majoradas com o coeficiente de $\gamma_f = 1,4$.



Figura 4.14 – Tensões principais máximas de tração

Verificou-se que as tensões de tração nesse modelo apresentaram valores muito maiores do que no Modelo 1, devido ao aumento da excentricidade do pilar. A tensão máxima de tração também ocorreu na região inferior da viga, próxima ao bloco interno, e atingiu um valor de 18,59 MPa.

A estaca de divisa foi submetida a maiores tensões de tração em sua parte interna, chegando a valores de 9,38 MPa. Já na parte superior da viga, as tensões de tração alcançaram valores de 10,53 MPa.

Na Figura 4.15 são apresentadas as tensões principais de tração com a indicação de sua direção. Constatou-se que na região entre o pilar e a estaca as tensões se inclinaram, com

angulações próximas a 45°. Presume-se que nesse local uma armadura de costura com a mesma direção das tensões seria mais eficiente para absorver a tração.



Figura 4.15 – Direção das tensões principais tração

Na Figura 4.16(a) são mostradas as tensões de tração atuantes no caminho indicado em (b), as quais atingiram valores de 2,6 MPa, e ocorreram transversalmente à escora de compressão formada entre o pilar e a estaca.



Figura 4.16 - Tensões de tração na região de divisa

Na Figura 4.17 são indicados os cortes correspondentes às seções apresentadas na Figura 4.18.



Figura 4.17 – Indicação dos cortes



Figura 4.18 - Tensões de tração nas seções do Modelo

Nas seções indicadas nos cortes A-A e B-B, houve o predomínio da tensão de tração na parte superior da viga, e no corte C-C, a tração predominou na parte inferior, indicando uma região crítica para o dimensionamento, onde as armaduras deverão ser adequadamente dispostas.

(b) Tensão de compressão

Na Figura 4.19 são apresentadas as tensões principais de compressão no modelo. Constatou-se que a máxima tensão de compressão ocorreu junto à parte externa da estaca de divisa, com um valor de 26,60 MPa. Assim como no Modelo 1, a estaca interna não foi submetida a tensões de tração, apenas à flexo-compressão.



Figura 4.19 – Tensões principais mínimas

Na Figura 4.20 é apresentada a direção das tensões de compressão na região de divisa. É possível constatar que o fluxo de tensões se encaminha do pilar até a estaca, com um certo espraiamento de tensões à meia altura do bloco, com a concentração de tensões no canto de ligação com a estaca. Assim, há a formação de uma típica escora do tipo garrafa.



Figura 4.20 – Direção das tensões principais de compressão

No gráfico da Figura 4.21(a) são apresentadas as tensões de compressão ao longo do caminho indicado na Figura 4.21(b).



Figura 4.21 - Tensões compressão ao longo da escora

As tensões de compressão formaram uma escora bem definida entre o pilar de divisa e a estaca interna, com tensões de 20,00 MPa na região nodal próxima à estaca e de 4,2 MPa no meio da escora. Na Figura 4.22 são apresentadas as tensões de compressão atuantes nas seções nos locais indicados pelos cortes na Figura 4.17.



Figura 4.22 - Tensões de compressão nas seções do Modelo

Constatou-se o predomínio da tensão de compressão junto à estaca e na parte inferior da viga nos cortes A-A e B-B. Já na região de ligação entre a viga de equilíbrio e o bloco interno, houve o predomínio da tensão de compressão na parte superior, como indicado no corte C-C.

Na Figura 4.23 é apresentado o fluxo de tensões principais na região entre o pilar de divisa e a estaca. Nesse ponto, percebe-se uma concentração de tensões nas regiões nodais, próximo ao pilar e à estaca, e um alívio de tensões no meio da escora, onde há um certo espraiamento do fluxo de tensões de compressão e o aparecimento de tensões transversais de tração, o que caracteriza a formação de uma escora do tipo garrafa. O valor das tensões transversais de tração nessa escora chegaram a 2,6 MPa.



Figura 4.23 - Fluxo de tensões elásticas na região do consolo curto

(c) Tensão de cisalhamento

Na Figura 4.24 são apresentadas as tensões de cisalhamento na região de divisa, com a indicação da direção das tensões verticais e horizontais.



Figura 4.24 - Tensões de cisalhamento na região do consolo curto

No gráfico da Figura 4.25(a) são mostradas as tensões de cisalhamento atuantes no caminho indicado na Figura 4.25(b), entre o pilar e a estaca.



É possível notar que no Modelo 2 as tensões de cisalhamento mostraram-se mais inclinadas do que no Modelo 1, essa variação caracteriza o comportamento esperado para o consolo curto e muito curto. A tensão máxima de cisalhamento foi de 5,85 MPa e se concentrou na parte inferior, próxima à estaca.

4.1.3 Modelo 3

(a) Tensões de tração

Na Figura 4.26 são apresentadas as tensões principais elásticas de tração atuantes no Modelo 3, as quais correspondem a uma carga de projeto $F_d = 728$ kN atuante no pilar, sendo que para a obtenção da carga de projeto, a carga característica de 520 kN foi majorada com o coeficiente de $\gamma_f = 1,4$.



Figura 4.26 – Tensões principais elásticas de tração do Modelo 3

Ao analisar as tensões principais de tração apresentadas na Figura 4.26, constatou-se que a estaca foi responsável por absorver as tensões causadas pela excentricidade do pilar. A tensão máxima de tração na estaca foi de 14,16 MPa, quatro vezes maior do que a tensão na estaca do Modelo 1, que foi de 3,26 MPa.

Assim, a inexistência da viga de equilíbrio no Modelo 3 causou uma sobrecarga na estaca, cuja armadura deve ser cautelosamente dimensionada para resistir ao momento fletor, de modo a considerar ainda a natureza do solo envolvente.

As tensões de tração atuantes no bloco foram de 3,50 MPa na parte superior e de 5,50 MPa na parte posterior. Dessa forma, armaduras devem ser adequadamente dispostas nessas regiões.

Na Figura 4.27 é possível verificar a direção das tensões de tração, que se concentraram na ligação do bloco com a estaca, e se encaminharam para a parte posterior e superior do bloco.



Figura 4.27 – Direção das tensões principais de tração

Na Figura 4.28 são mostradas as tensões de tração atuantes nas seções indicadas pelos cortes. Verifica-se que houve a concentração de tensões de tração na estaca na seção B-B, que se propagaram no bloco, formando um bulbo de tensões.



Figura 4.28 - Tensão de tração nas seções do Modelo 3

Na Figura 4.29(a) é apresentado o gráfico das tensões de tração atuantes ao longo do caminho indicado na Figura 4.29(b). Verifica-se que a tração nesse local atingiu o valor de 1,0

MPa na metade da altura do bloco, e foi menor do que o valor da tração na mesma região do Modelo 1, que foi de 1,3 MPa.



(b) Tensão de compressão

Na Figura 4.30 são apresentadas as tensões elásticas principais de compressão. É possível observar a transmissão de esforços ente o pilar e a estaca, e verificar que a tensão máxima de compressão foi de 25,43 MPa.



Figura 4.30 – Tensões principais elásticas de compressão do Modelo 3

Na Figura 4.31 é indicada a direção das tensões de compressão na região do bloco, que se encaminham do pilar até a estaca, e se concentram na ligação do bloco com a fundação.



Figura 4.31 – Direção das tensões de compressão

Na Figura 4.32 são apresentadas as tensões atuantes nas seções indicadas. Constatou-se que na seção A-A houve o predomínio da compressão tanto na estaca, quanto no bloco, já na seção B-B, houve o predomínio da tração.



Na Figura 4.33(a) são apresentadas as tensões de compressão ao longo da escora de formada entre o pilar e a estaca indicada na Figura 4.33(b). A tensão na região nodal próxima

à estaca foi de 20,0 MPa, e no meio da escora foi de aproximadamente 5,6 MPa. Neste último local citado, a tensão foi menor do que no Modelo 1, a qual foi de 6 MPa.



A distribuição das tensões elásticas pode ser melhor compreendida por meio da análise da Figura 4.34. Verificou-se a concentração do fluxo de tensões de compressão na região nodal da escora, próxima à estaca. No outro lado da estaca, constatou-se a concentração de tensões de tração, que se espalharam pela parte posterior até a parte superior do bloco, evidenciando os locais onde as armaduras deverão ser corretamente dispostas.



Figura 4.34 - Fluxo de tensões elásticas no Modelo 3

(c) Tensão de cisalhamento

O bloco de divisa do Modelo 3 pode ser caracterizado como um consolo curto, cujas tensões de cisalhamento são aspectos importantes na definição de seu comportamento. Na Figura 4.35 é apresentada a tensão de cisalhamento no bloco, com a indicação da direção das tensões verticais e horizontais atuantes.



Figura 4.35 – Tensões de cisalhamento

Na Figura 4.36(a) é apresentada a tensão de cisalhamento ao longo do caminho indicado na Figura 4.36(b).





Figura 4.36 - Tensões de cisalhamento entre o pilar e a estaca

A tensão máxima de cisalhamento ocorreu próxima à estaca, com um valor de 6,0 MPa, 67% maior do que a tensão verificada no Modelo 1, que foi de 3,6 MPa. Assim, estima-se que este seja um fator limitante para o dimensionamento do bloco de divisa do Modelo 3.

4.2 DIMENSIONAMENTO DO MODELO 1

4.2.1 Dimensionamento da região-D

Como constatado por meio da análise das tensões elásticas no programa ABAQUS, a região de divisa, que compreende o espaço entre o pilar e a estaca, possui características de distribuição de tensões semelhantes a um consolo. Assim, essa região é dimensionada aplicando-se equações formuladas para tal elemento.

Para a altura útil "d" é adotado o valor de 55 cm, e por meio da geometria do Modelo 1, tem-se que a distância "a" é igual a 10 cm (Figura 4.37). Dessa forma, obtém-se a relação a/d = 0,18, o que classifica a região como um consolo muito curto.



Figura 4.37 – Dimensionamento da região-D do Modelo 1

A área de aço é calculada por meio da Equação 2.9 da NBR 9062 (2006).

$$A_{s,tir} = \frac{0.8V_d}{f_{yd}.\mu} + \frac{H_d}{f_{yd}}$$
(2.9-rep.)

$$A_{s,tir} = \frac{0.8 \cdot (1.4 \cdot 520)}{43.5 \cdot 1.4} = 9,56 \ cm^2 \to 5\varphi 16 \ mm \tag{4.1}$$

Assim, para a armadura do tirante do consolo muito curto adota-se 5 barras de aço de 16 mm de diâmetro. A verificação das condições de compressão diagonal no concreto segundo a Teoria do Atrito-Cisalhamento é feita por meio da Equação 2.7.

$$\tau_{wd} = \frac{V_d}{b.d} \le \tau_{wu} = 3.0 + 0.9\rho. f_{yd} \le \begin{cases} 0.27(1 - \frac{fck}{250})f_{cd} \\ 8 MPa \end{cases}$$
(2.7-rep.)

$$\tau_{wd} = \frac{(520.1,4)}{40.55} = 0,331 \frac{kN}{cm^2} = 3,31 MPa$$
(4.2)

$$\rho = \frac{10}{40.55} = 0.45\% \tag{4.3}$$

$$\tau_{wu} = 3.0 + 0.9. \frac{0.45}{100}.435 = 4.78 MPa$$
(4.4)

$$\tau_{wu} = 4,78 \, MPa \le \begin{cases} 0,27 \left(1 - \frac{30}{250}\right) \left(\frac{30}{1,4}\right) = 5,1 \, MPa \\ 8 \, MPa \end{cases}$$
(4.5)

$$\tau_{wd} = 3,31 \, MPa < \tau_{wu} = 4,78 \, MPa \tag{4.6}$$

Esse valor é coerente com o obtido por meio da análise elástica no ABAQUS, na qual a tensão máxima de cisalhamento entre o pilar e a estaca foi de 3,6 MPa, como mostrado na Figura 4.13. Dessa forma, como a tensão de cisalhamento atuante (τ_{wd}) é menor do que a tensão de cisalhamento que o consolo resiste (τ_{wu}), verifica-se que a diagonal comprimida está segura.

4.2.2 Dimensionamento da armadura de costura segundo a ABNT NBR 9062 (2006)

Aplicando-se a Equação 2.19, obtém-se as armaduras de costura para o consolo muito curto, as quais são dispostas horizontalmente em 2/3 da altura útil, sendo o restante completado com armadura mínima.

$$\left(\frac{A_s}{s}\right)_{cost} = 0.5 \left(\frac{9.56}{0.55}\right) = 8.7 \ cm^2/m$$
 (4.7)

São adotadas armaduras em forma de grampos de dois ramos. Assim, tem-se que:

136

$$\left(\frac{A_s}{s}\right)_{cost} = \frac{8.7}{2} = 4.35 \ cm^2/m$$
 (4.8)

O diâmetro adotado para a armadura costura é igual a φ 8 mm, com 4 grampos de dois ramos espaçados em 11 cm ao longo de 2/3 da altura útil.

4.2.3 Dimensionamento da armadura de costura segundo o CEB-FIP Model Code 1990 (1993)

O dimensionamento da armadura de costura segundo o código europeu CEB-FIP Model Code 1990 (1993) é feito por meio da Equação 2.27.

$$F_{wh} = \frac{\frac{2z}{a} - 1}{3 + F_d / F_c} F_c$$
(2.27-rep.)

Para o cálculo de F_c , considera-se o modelo de escoras e tirantes apresentado na Figura 4.38. A determinação da largura da região nodal próxima à estaca é feita por meio da Equação 4.9, a qual pode ser observada na Figura 2.22. Essa largura é denominada de x_1 pelo CEB-FIP MD 1990 (1993). Assim, considerando $F_v = 520.1,4$ kN, tem-se que:

$$x_1 = \frac{F_v}{0.85. f_{cd} \cdot b} = \frac{520 \cdot 1.4}{0.85. \left(\frac{3.0}{1.4}\right) \cdot 40} = 10 \ cm \tag{4.9}$$



Figura 4.38 - Modelo refinado de escoras e tirantes para o consolo muito curto.

137

É realizado o somatório das forças nos nós, obtendo-se os valores das forças por meio da trigonometria, conforme segue:

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{520.1,4}{Fc} \tag{4.10}$$

$$tg \theta = \frac{49,5}{15} \to \theta = 73,14^{\circ}$$
 (4.11)

$$F_c = \frac{520.1.4}{\lg 73.14^\circ} = 220.6 \ kN \tag{4.12}$$

Voltando à Equação 2.27, com z = 0.9d = 49.5 cm, e a = 15 cm (vide Figura 4.38), temse que:

$$F_{wh} = \frac{\frac{2.49,5}{15} - 1}{3 + (520.1,4)/220,6} 220,6 = 196 \, kN \tag{4.13}$$

A área de aço necessária à armadura de costura é dada pela Equação 4.14:

$$A_{sh} = \frac{196}{43,5} = 4,5 \ cm^2 \tag{4.14}$$

Desse modo, o diâmetro adotado para a armadura é igual a φ 8 mm, com 5 grampos de dois ramos espaçados em 9 cm ao longo da altura do elemento.

Verifica-se que a armadura de costura calculada por meio da ABNT NBR 9062 (2006) apresentou um valor muito próximo do calculado por meio do modelo de escoras e tirantes refinado do CEB-FIP MD 1990 (1993).

4.2.4 Dimensionamento da região-B

A partir da análise de uma simplificação analítica do modelo estrutural no Ftool, foram obtidos os diagramas de momento fletor e força cortante. É possível constatar na Figura 4.39

que o momento fletor gerado pela excentricidade do pilar foi distribuído entre a viga de equilíbrio e a estaca.



Figura 4.39 – Diagrama dos momentos fletores (unidades em kN.m) – Modelo 1.

A comparação entre os diagramas no Ftool e a distribuição de tensões elásticas no Modelo 1, permite constatar que a região de atuação das tensões de tração está coerente com o diagrama de momento fletor, sendo que na região de divisa houve o predomínio de tração na parte superior da viga, e na região próxima ao bloco centrado a tração predominou na parte inferior. Na Figura 4.40 são apresentados os diagramas de força cortante atuante na viga de equilíbrio, a qual foi igual a 520 kN na região entre o pilar e a estaca de divisa, e de 22,1 kN entre os blocos. Já na parte superior da estaca de divisa foi igual a 17,7 kN.



Figura 4.40 – Diagrama das forças cortantes (unidades em kN) – Modelo 1

(a) Armadura de flexão

Para o dimensionamento da armadura resistente ao momento negativo de 105,1 kN, utilizou-se a Equação 4.15, com a qual calculou-se $k_c = 8,22$. Com esse valor, obtém-se $k_s = 0,024$ para o concreto C30 na Tabela 6 de Fusco (1981, p. 387). A armadura longitudinal de tração A_s é então calculada por meio da Equação 4.16.

$$k_c = \frac{b \cdot d^2}{M_d} = \frac{40 \cdot 55^2}{10510 \cdot 1.4} = 8,22 \tag{4.15}$$

$$A_s = k_s \cdot \frac{M_d}{d} = 0,024 \cdot \frac{10510 \cdot 1,4}{55} = 6,42 \ cm^2$$
 (4.16)

Para $k_c = 8,22$, tem-se x/d $\cong 0,09$, e a viga trabalha no domínio 2. Dessa forma, como x/d $\cong 0,09$ é menor do que o limite x/d_{lim} = 0,45 estabelecido pela ABNT NBR 6118 (2014), não é necessário dimensionar armadura de compressão. A armadura longitudinal mínima exigida pela ABNT NBR 6118 (2014) é dada pela Equação 4.17.

$$A_{s,min} = 0,0015.40.60 = 3,6 \ cm^2 \tag{4.17}$$

Assim, a armadura calculada é maior do que a mínima, mantendo-se a armadura calculada. Como a armadura do tirante no consolo é maior do que a armadura longitudinal calculada para a viga, adota-se a armadura do consolo de 5\operp16 mm.

Esta armadura é referente ao momento negativo, e é disposta na parte superior da viga. A armadura necessária para resistir ao momento máximo positivo de 53,1 kN, relativo à tração atuante na região próxima ao bloco interno (vide Figura 4.2), será disposta na parte inferior da viga e é calculada por meio da Equação 4.19, considerando que na seção de máximo momento positivo a viga possui dimensões de 20x40 cm.

$$k_c = \frac{b.d^2}{M_d} = \frac{20.35^2}{5310.14} = 3,29 \tag{4.18}$$

$$A_s = k_s \cdot \frac{M_d}{d} = 0,025 \cdot \frac{5310 \cdot 1,4}{35} = 5,31 \ cm^2 \to 3016 \ mm$$
 (4.19)

A seção trabalha no domínio 2, assim, não é necessário dimensionar a armadura de compressão. A armadura inferior adotada para resistir ao momento positivo é de 3φ16 mm.

(b) Armadura de cisalhamento

A armadura transversal, por sua vez, é dimensionada segundo as recomendações da ANBT NBR 6118 (2014), segundo o Modelo de Cálculo I, por meio das verificações apresentadas nas Equações 4.20 e 4.21.

$$V_{Sd} \le V_{Rd2} \tag{4.20}$$

$$V_{Sd} \le V_{Rd3} = V_c + V_{SW} \tag{4.21}$$

$$V_{Rd2} = 0.27 \left(1 - \frac{f_{ck}}{250} \right) f_{cd} b_w d$$
(4.22)

$$V_{Rd2} = 0.27 \left(1 - \frac{30}{250} \right) \cdot \frac{3}{1.4} \cdot 20 \cdot 35 = 356.4 \, kN \tag{4.23}$$

$$V_{Sd} = 21, 1.1, 4 = 29, 5 \ kN \le V_{Rd2} = 356, 4 \ kN \tag{4.24}$$

$$f_{ctd} = \frac{0.21}{\gamma_c} f_{ck}^{2/3} = \frac{0.21}{1.4} 30^{2/3} = 1.45 MPa = 0.145 kN/cm^2$$
(4.25)

$$V_c = V_{c0} = 0.60 f_{ctd} b_w d = 0.60 . 0.145 . 20 . 35 = 60.9 kN$$
(4.26)

$$V_{sw} = V_{Sd} - V_c = 29,5 \ kN - 60,9 \ kN = -31,4 \ kN \tag{4.27}$$

Como a força que deveria ser resistida pelos estribos é negativa, significa que o concreto resistiria às tensões de cisalhamento. Dessa maneira, adota-se a amadura mínima para os estribos, dada pela Equação 4.28.

$$\rho_{sw} = \frac{A_{sw}}{b_{w}.s.sen\alpha} \ge 0.2 \frac{f_{ct,m}}{f_{ywk}}$$
(4.28)

Assim, a armadura dos estribos será calculada por meio da Equação 4.29.

$$\frac{A_{sw,90^{\circ}}}{s} = 0.2 \frac{0.3 \cdot 30^{2/3}}{500} \cdot 0.40 \cdot sen 90^{\circ} = 0.00046m^2 = 4.6 \ cm^2 \tag{4.29}$$

Para estribos de dois ramos, tem-se:

$$\frac{A_{sw,90^{\circ}}}{s} = \frac{4.6 \ cm^2}{2} = 2,32 \ cm^2 \tag{4.30}$$

Adota-se estribos de dois ramos com diâmetro de φ 8 mm e espaçamento de 18 cm.

4.2.5 Armaduras complementares do bloco de divisa

A armadura de pele do bloco de divisa em cada uma das faces laterais é calculada segundo o exposto por Alonso (2003), considerando-a igual a 1/8 da área de armadura total do tirante principal, conforme a equação 4.31.

$$A_{s,lat} \ge \frac{1}{8}.9,56 = 1,2 \ cm^2/face$$
 (4.31)

Dessa forma, adotam-se estribos verticais e horizontais de dois ramos com diâmetro de 6,3 mm.

4.2.6 Dimensionamento da estaca de divisa

A força normal de compressão atuante da estaca de divisa, obtida por meio da análise do Modelo 1 no Ftool foi de aproximadamente 540 kN. Assim, a tensão normal de compressão foi calculada conforme o exposto a seguir:

$$\sigma_{cd} = \frac{N_d}{A_c} = \frac{1.4.540 \, kN}{0.25^2 \, \pi} = 3.85 \, MPa \tag{4.32}$$

Como a tensão é menor do que 5 MPa, não há necessidade de armar a estaca à compressão.
Ao se observar tanto o diagrama da Figura 4.39, quanto as tensões apresentadas da Figura 4.2, constatou-se que a estaca absorveu parte do momento atuante na viga de equilíbrio, dessa forma, a estaca deve ser cautelosamente dimensionada para resistir a esses esforços de flexo-tração. Considerando $f_{ck} = 30$ MPa e aplicando-se as Equações 4.33 e 4.34, obtém-se:

$$\nu_d = \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{1.4 \cdot 540 \ kN}{0.25^2 \cdot \pi \cdot (\frac{30000}{1.4})} = 0.18$$
(4.33)

$$\mu_d = \frac{M_d}{A_c \cdot f_{cd} \cdot h} = \frac{1,4.76,9 \text{ kN} \cdot m}{0,25^2 \cdot \pi \cdot (\frac{30000}{1.4}) \cdot 0,50} = 0,05$$
(4.34)

Por meio do ábaco da Figura 2.31, obtém-se o valor aproximado de $\omega = 0,05$. A partir da Equação 2.36, tem-se que:

$$A_{s,tot} = \omega \frac{A_c \cdot f_{cd}}{f_{yd}} = \frac{0,05.\,0,25^2.\,\pi.\,(\frac{30}{1,4})}{(\frac{500}{1,15})} = 0,0005\,m^2 \tag{4.35}$$

Como a armadura mínima é dada pela Equação 2.37, tem-se que:

$$A_{s,min} \ge 0.5\% A_c = 0.005 \cdot 0.25^2 \cdot \pi = 0.00098 \ m^2$$
 (4.36)

Dessa forma, a área mínima da armadura longitudinal é igual à 9,8 cm², e são adotadas 8 barras de φ 12,5 mm de diâmetro.

O dimensionamento da estaca de divisa ao cisalhamento é feito conforme o item 2.4.3, de acordo com o exposto por Teixeira, Maffei e Guazelli (2012), tomando bw = D e d = 0,72D, aplicando-se as equações do item 17.4 da ABNT NBR 6118 (2014), segundo o Modelo de Cálculo I. Tem-se que a máxima força cortante na estaca é de 17,7 kN, assim, são feitas a verificações apresentadas nas Equações 4.39 e 4.42.

$$V_{Rd2} = 0,27 \left(1 - \frac{f_{ck}}{250} \right) f_{cd} b_w d$$
(4.37)

$$V_{Rd2} = 0.27 \left(1 - \frac{30}{250} \right) \cdot \frac{3}{1.4} \cdot 50 \cdot 0.72 \cdot 50 = 916.5 \ kN \tag{4.38}$$

$$V_{Sd} = 17,7.1,4 = 24,8 \ kN \le V_{Rd2} = 916,5 \ kN \tag{4.39}$$

$$f_{ctd} = \frac{0.21}{\gamma_c} f_{ck}^{2/3} = \frac{0.21}{1.4} \, 30^{2/3} = 1.45 \, MPa = 0.145 \, kN/cm^2 \tag{4.40}$$

$$V_c = V_{c0} = 0.60 f_{ctd} b_w d = 0.60 . 0.145 . 50 . 0.72 . 50 = 156.6 kN$$
(4.41)

$$V_{sw} = V_{sd} - V_c = 24,8 \ kN - 156,6 \ kN = -131,8 \ kN \tag{4.42}$$

Como o resultado obtido foi negativo, presume-se que o concreto resiste ao cisalhamento imposto. Dessa forma, adota-se a armadura mínima, dada pela Equação 4.43.

$$A_{\frac{s}{s},min} = 0,14\%.\frac{50}{\sqrt{2}} = 0,05 \ cm^2/cm = 5 \ cm^2/m \tag{4.43}$$

Adotam-se estribos com diâmetro igual a φ 6,3 mm, espaçados entre si por 12 cm.

4.2.7 Detalhamento da armadura

O detalhamento das armaduras principais da viga de equilíbrio é apresentado na Figura 4.41.



Figura 4.41 – Detalhamento das armaduras principais

Na Figura 4.42 são apresentados os cortes das seções com as armaduras longitudinais e as armaduras transversais.



Figura 4.42 – Armadura transversal e cortes

Na Figura 4.43 é apresentado o detalhamento das armaduras de costura do modelo, segundo o dimensionamento pela ABNT NBR 9062 (2006) (Figura 4.43(a)), pelo CEB-FIP

Model Code 1990 (1993) (Figura 4.43(b)), e com as armaduras inclinadas em 45° (Figura 4.43(c)).



Na Figura 4.44 são indicadas as armaduras de pele do bloco nos cortes A-A e B-B.



Figura 4.44 – Armadura de pele no bloco

O detalhamento das armaduras da estaca é apresentado na Figura 4.45.



Figura 4.45 – Armadura da estaca

4.3 DIMENSIONAMENTO DO MODELO 2

O dimensionamento do Modelo 2 segue o mesmo roteiro apresentado para o Modelo 1, com as adequações pertinentes à geometria da estrutura.

4.3.1 Dimensionamento da região-D

Para a altura útil, é adotado o valor de d = 55 cm. Por meio da geometria do Modelo 2, tem-se que a = 40 cm (Figura 4.46). Dessa forma, obtém-se a relação a/d = 0,73, o que classifica a região como um consolo curto.



Figura 4.46 – Dimensionamento da região-D do Modelo 2

A área de aço é calculada por meio da Equação 2.13 de El Debs (2000).

$$A_{s,tir} = \frac{V_d}{f_{yd}} \cdot \frac{a}{0.9d} + 1.2 \frac{H_d}{f_{yd}}$$
(2.13-rep.)

$$A_{s,tir} = \frac{520.1.4}{43.5} \cdot \frac{40}{0.9.55} = 13.5 \ cm^2 \ \to 7016 \ mm \tag{4.44}$$

Assim, para a armadura do tirante do consolo curto adota-se 7 barras de aço de 16 mm de diâmetro. A verificação da compressão na escora de concreto se dá por meio da Equação 2.16 de El Debs (2000).

$$\sigma_{cd} = \frac{V_d}{0,18. \, b. \, d} \sqrt{0,9^2 + \left(\frac{a}{d}\right)^2} \le \beta. f_{cd}$$
(2.16-rep.)

$$\sigma_{cd} = \frac{520.1.4}{0.18.40.55} \sqrt{0.9^2 + \left(\frac{40}{55}\right)^2} \le 1.f_{cd} = \frac{3}{1.4}$$
(4.45)

$$\sigma_{cd} = 2,12 \frac{kN}{cm^2} < f_{cd} = 2,14 \ kN/cm^2 \tag{4.46}$$

Dessa forma, verifica-se que o concreto resiste à tensão de compressão. Desprezandose o coeficiente 0,18 da Equação 4.45, tem-se a tensão na escora igual a σ_{cd} = 3,82 MPa. Como visto na Figura 4.8, a tensão elástica de compressão atuante na metade da escora do Modelo foi de aproximadamente 4,20 MPa, o que é coerente com o valor obtido pela equação.

4.3.2 Dimensionamento da armadura de costura segundo a ABNT NBR 9062 (2006)

Aplicando-se a Equação 2.18, obtém-se as armaduras de costura para o consolo curto, as quais serão dispostas horizontalmente em 2/3 da altura útil.

$$\left(\frac{A_s}{s}\right)_{cost} = 0.4 \left(\frac{A_{sv}}{d}\right) = 0.4 \left(\frac{13.5}{0.55}\right) = 9.82 \ cm^2/m$$
 (4.47)

Ao se adotar ganchos de dois ramos, tem-se que:

$$\left(\frac{A_s}{s}\right)_{cost} = \frac{9,82}{2} = 4,91 \, cm^2/m \tag{4.48}$$

Assim, o diâmetro adotado para a armadura costura é igual a 8 mm, com 4 grampos de dois ramos espaçados em 10 cm ao longo de 2/3 da altura útil.

149

4.3.3 Dimensionamento das armaduras secundárias segundo o CEB-FIP Model Code 1990 (1993)

(a) Armadura de costura

Para o consolo curto, a armadura de costura dimensionada segundo o código CEB-FIP Model Code 1990 (1993) é dada pela Equação 2.27, adotando z = 0.9d = 49.5 cm, e tomando a = 45 cm. Para o cálculo de F_c , considera-se o modelo de escoras e tirantes apresentado na Figura 4.47.



Figura 4.47 – Modelo refinado de escoras e tirantes para o consolo curto

Assim, realiza-se o somatório das forças nos nós, obtendo-se os valores das forças por meio da trigonometria, conforme segue:

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{520.1,4}{Fc} \tag{4.49}$$

A largura x_1 da região nodal próxima à estaca é dada pela Equação 4.50 do CEB-FIP MD 1990 (1993) (vide Figura 2.22), considerando $F_v = 520.1.4$ kN.

$$x_1 = \frac{F_v}{0.85.f_{cd}.b} = \frac{520.1.4}{0.85.\left(\frac{3.0}{1.4}\right).40} = 10 \ cm \tag{4.50}$$

$$tg \theta = \frac{49,5}{45} \to \theta = 47,73^{\circ}$$
(4.51)

$$F_c = \frac{520.1,4}{\lg 47,73^\circ} = 662 \ kN \tag{4.52}$$

Voltando à Equação 2.27, tem-se que:

$$F_{wh} = \frac{\frac{2.49,5}{45} - 1}{3 + (520.1,4)/662} \cdot 662 = 194 \, kN \tag{4.53}$$

A área de aço necessária à armadura de costura é dada pela Equação 4.54.

$$A_{sh} = \frac{F_{wh}}{f_{yd}} = \frac{194}{43.5} = 4,45 \ cm^2 \tag{4.54}$$

Desse modo, o diâmetro adotado para a armadura costura é igual a 8 mm, com 5 grampos de dois ramos espaçados em 10 cm ao longo da altura.

(b) Armadura vertical

Para consolos curtos, o código europeu recomenda o dimensionamento de armaduras verticais em forma de estribos, dados pela Equação 2.26. Tomando $N_{sd} = 0$, uma vez que não há cargas horizontais atuantes, tem-se que:

$$F_w = \frac{\frac{2a}{z} - 1}{3 - N_{sd}/F_d} F_d$$
(2.26-rep.)

$$F_w = \frac{\frac{2.45}{49.5} - 1}{3} . (520.1.4) = 199 \ kN \tag{4.55}$$

$$A_{sv} = \frac{199}{43,5} = 4,56 \ cm^2 \tag{4.56}$$

151

Estes estribos devem estar distribuídos em uma distância igual a_w , dada pela Equação 4.57.

$$a_w = 0,85.52,5 - \frac{49,5}{4} = 32,25 \ cm$$
 (4.57)

Assim, adotam-se 5 estribos de dois ramos, com diâmetro de 8 mm, e espaçamento de 8 cm. Os quais devem ser distribuídos entre o pilar e a estaca de divisa.

4.3.4 Dimensionamento da região-B

O diagrama de momento fletor para o modelo analítico simplificado é apresentado na Figura 4.48. Como o esperado, devido ao aumento da excentricidade, houve também o aumento dos esforços atuantes na estrutura. Do mesmo modo que no Modelo 1, a distribuição de tensões elásticas de tração no Modelo 2, analisado no ABAQUS, estão coerentes com os diagramas de momento fletor obtidos no Ftool.



Figura 4.48 – Diagrama dos momentos fletores (unidades em kN.m)– Modelo 2

Na Figura 4.49 são apresentados os diagramas de força cortante atuante na viga de equilíbrio, a qual é igual a 520 kN na região entre o pilar e a estaca de divisa, e de 41,4 kN entre os blocos. Já na parte superior da estaca de divisa é igual a 32,8 kN.



Figura 4.49 – Diagrama das forças cortantes (unidades em kN) – Modelo 2

(a) Armadura de flexão

Para o Modelo 2, considerou-se o momento fletor na viga de 195,9 kN. Por meio da Equação 4.58, calculou-se $k_c = 4,41$. Com esse valor, obteve-se $k_s = 0,025$ para o concreto C30 na Tabela 6 de Fusco (1981, p. 387). Assim, a armadura longitudinal de tração, A_s , é calculada por meio da Equação 4.59.

$$k_c = \frac{b \cdot d^2}{M_d} = \frac{40 \cdot 55^2}{19590 \cdot 1,4} = 4,41 \tag{4.58}$$

$$A_s = k_s \cdot \frac{M_d}{d} = 0.025 \cdot \frac{19590 \cdot 1.4}{55} = 12.47 \ cm^2 \to 7016 \ mm$$
 (4.59)

Para $k_c = 2,86$, tem-se x/d $\cong 0,14$, e a viga trabalha no domínio 2. Dessa forma, como x/d $\cong 0,28$ é menor do que o limite x/d_{lim} = 0,45 estabelecido pela ABNT NBR 6118 (2014), não é necessário dimensionar armadura de compressão.

Constata-se que para estas condições a armadura calculada para o tirante do consolo está coerente com a armadura longitudinal de tração da viga. Esta armadura é referente ao momento negativo, e é disposta na parte superior da viga.

A armadura necessária para resistir ao momento máximo positivo de 99,8 kN atuante na região próxima ao bloco interno (vide Figura 4.49), será disposta na parte inferior da viga e é calculada por meio da Equação 4.60, considerando que na seção de máximo momento positivo a viga possui dimensões de 20x40 cm.

$$k_c = \frac{b.d^2}{M_d} = \frac{20.35^2}{9980.1.4} = 1,75$$
(4.60)

Tomando o valor limite de $k_{c,lim} = 1,9$, para um valor de x/d = 0,45, tem-se que:

$$M_1 = \frac{b.d^2}{k_{c,lim}} = \frac{20.35^2}{1.9} = 12895$$
(4.61)

$$A_{s1} = k_s \cdot \frac{M_{d1}}{d} = 0,028 \cdot \frac{12895}{35} = 10,32 \ cm^2 \tag{4.62}$$

Assim, deverá ser prevista uma armadura de compressão na seção próxima ao bloco centrado, que possa resistir ao momento M_2 , dado pela Equação 4.63.

$$M_2 = M_d - M_1 = 9980.1, 4 - 12895 = 1077 \ kN. \ cm \tag{4.63}$$

Tomando k'_s e $k_{s2} = 0,023$, tem-se que:

$$A_{s2} = k_{s2} \frac{M_2}{d - d'} = 0,023. \frac{1077}{35 - 5} = 0,83 \ cm^2 \tag{4.64}$$

$$A'_{s} = k'_{s} \frac{M_{2}}{d - d'} = 0,023. \frac{1077}{35 - 5} = 0,83 \ cm^{2}$$
(4.65)

Assim, a armadura total de tração na parte inferior da viga é dada pela Equação 4.66.

$$A_s = A_{s1} + A_{s2} = 10,32 + 0,83 = 11,15 \ cm^2 \to 6\emptyset 16 \ mm \tag{4.66}$$

A armadura inferior adotada para resistir ao momento positivo é 6φ16 mm. Será necessária uma área de aço de 0,83 cm² para resistir à compressão na parte superior da viga, que será suprimida pelo prolongamento da armadura calculada anteriormente.

A armadura transversal, por sua vez, é dimensionada segundo as recomendações da ABNT NBR 6118 (2014), de forma análoga ao apresentado para o Modelo 1. Assim, são calculados estribos de dois ramos com diâmetro de φ 8 mm e espaçamento de 18 cm.

4.3.5 Armaduras complementares do bloco de divisa

A armadura de pele do bloco de divisa em cada uma das faces laterais é calculada segundo o exposto por Alonso (2003), considerando-a igual a 1/8 da área de armadura total do tirante principal, conforme a equação 4.67.

$$A_{s,lat} \ge \frac{1}{8}.13,50 = 1,7 \ cm^2/face$$
 (4.67)

Dessa forma, adotam-se estribos verticais horizontais de dois ramos com diâmetro de 6,3 mm.

4.3.6 Dimensionamento da estaca de divisa

A força normal de compressão atuante da estaca de divisa foi de aproximadamente 557 kN. Assim, a tensão normal de compressão foi calculada conforme o exposto a seguir:

$$\sigma_{cd} = \frac{N_d}{A_c} = \frac{1.4.557 \, kN}{0.25^2 \, \pi} = 3.97 \, MPa \tag{4.68}$$

Como a tensão é menor do que 5 MPa, não há necessidade de armar a estaca à compressão.

O dimensionamento da estaca à flexão é feito a partir das Equações 4.69 e 4.70.

$$\nu_d = \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{1.4 \cdot 557 \ kN}{0.25^2 \cdot \pi \cdot (\frac{30000}{1.4})} = 0.18$$
(4.69)

$$\mu_d = \frac{M_d}{A_c \cdot f_{cd} \cdot h} = \frac{1.4 \cdot 142.1 \ kN.m}{0.25^2 \cdot \pi \cdot (\frac{30000}{1.4}).0.50} = 0.09$$
(4.70)

Por meio do ábaco da Figura 2.31, obtém-se o valor aproximado de $\omega = 0,20$. A partir da Equação 4.71, tem-se que:

$$A_{s,tot} = \omega \frac{A_c.f_{cd}}{f_{yd}} = \frac{0,20.0,25^2.\pi.(\frac{30}{1,4})}{435} = 0,0019 \ m^2 = 19 \ cm^2 \qquad (4.71)$$

A armadura mínima é dada pela Equação 4.72 e 4.73.

$$A_{s,min} = 0.15. \frac{1.4.557}{500000/1.15} = 0.0003 \text{ m}^2 = 3 \text{ cm}^2$$
 (4.72)

$$A_{s,min} \ge 0.5\% A_c = 0.005 \cdot 0.25^2 \cdot \pi = 0.00098 \ m^2 = 9.8 \ cm^2$$
 (4.73)

Assim, a área da armadura longitudinal será igual à 19 cm², adotando-se 10 barras de 16 mm de diâmetro.

A força cortante máxima atuante na estaca é de 32,8 kN, assim, o dimensionamento ao cisalhamento é feito por meio do exposto no item 2.4.3, de maneira análoga ao calculado no item 4.2.7 para o Modelo 1. Desse modo, obtém-se a armadura transversal mínima para a estaca, com estribos de diâmetro igual a 6,3 mm, espaçados entre si por 12 cm.

4.3.7 Detalhamento da armadura

O detalhamento das armaduras principais da viga de equilíbrio é apresentado na Figura 4.50.



Figura 4.50 – Detalhamento das armaduras principais

Na Figura 4.51 são apresentados os cortes das seções com as armaduras longitudinais e as armaduras transversais.



Figura 4.51 – Armadura transversal e cortes

157

Na Figura 4.52 é apresentado o detalhamento das armaduras secundárias do modelo, segundo o dimensionamento pela ABNT NBR 9062 (2006) (Figura 4.52(a)), pelo CEB-FIP Model Code 1990 (1993) (Figura 4.52(b)), e com as armaduras inclinadas em 45° (Figura 4.52(c)).



Na Figura 4.53 são indicadas as armaduras de pele do bloco nos cortes A-A e B-B.



Figura 4.53 – Armadura de pele no bloco

O detalhamento das armaduras da estaca é apresentado na Figura 4.54.



Figura 4.54 – Armadura da estaca

4.4 DIMENSIONAMENTO DO MODELO 3

O dimensionamento do bloco de divisa do Modelo 3 é feita de maneira análoga ao exposto para o Modelo 1. Para a altura útil "d" é adotado o valor de 55 cm, e por meio da geometria do Modelo 3, tem-se que a distância "a" é igual a 10 cm (Figura 4.55). Dessa forma, obtém-se a relação a/d = 0,18, o que classifica a região como um consolo muito curto.



Figura 4.55 – Dimensionamento da região-D do Modelo 3

A área de aço é calculada por meio da Equação 2.9 da ABNT NBR 9062 (2006).

$$A_{s,tir} = \frac{0.8V_d}{f_{vd}.\mu} + \frac{H_d}{f_{vd}}$$
(2.9-rep.)

$$A_{s,tir} = \frac{0.8 \cdot (1.4 \cdot 520)}{43.5 \cdot 1.4} = 9,56 \ cm^2 \to 8\emptyset 12,5 \ mm \tag{4.74}$$

Assim, para a armadura do tirante do consolo muito curto adota-se 8 barras de aço de 12,5 mm de diâmetro. A verificação das condições de compressão diagonal no concreto segundo a Teoria do Atrito-Cisalhamento é feita por meio da Equação 2.7.

$$\tau_{wd} = \frac{V_d}{b.d} \le \tau_{wu} = 3.0 + 0.9\rho. f_{yd} \le \begin{cases} 0.27(1 - \frac{fck}{250})f_{cd} \\ 8 MPa \end{cases}$$
(2.7-rep.)

$$\tau_{wd} = 3,31 \, MPa < \tau_{wu} = 4,76 \, MPa \tag{4.75}$$

Esse valor é menor do que o obtido por meio da análise elástica no ABAQUS, na qual a tensão máxima de cisalhamento entre o pilar e a estaca foi de 6,0 MPa, como mostrado na Figura 4.12.

4.4.1 Dimensionamento da armadura de costura segundo a ABNT NBR 9062 (2006)

De maneira análoga ao exposto no item 4.3.1, o diâmetro adotado para a armadura costura é igual a φ 8 mm, com 4 grampos de dois ramos espaçados em 11 cm ao longo de 2/3 da altura útil.

4.4.2 Dimensionamento da armadura de costura segundo o CEB-FIP Model Code 1990 (1993)

Assim como o calculado para o Modelo 1 no item 4.3.2, o diâmetro adotado para a armadura de costura do Modelo 3 é igual a φ 8 mm, com 5 grampos de dois ramos espaçados em 9 cm ao longo da altura do elemento.

Verifica-se que a armadura de costura calculada por meio da NBR 9062 (2006) apresentou um valor muito próximo do calculado por meio do modelo de escoras e tirantes refinado do CEB-FIP MD 1990 (1993).

4.4.3 Armaduras complementares do bloco de divisa

A armadura de pele do bloco de divisa em cada uma das faces laterais é calculada segundo o exposto por Alonso (2003), considerando-a igual a 1/8 da área de armadura total do tirante principal, conforme a equação 4.76.

$$A_{s,lat} \ge \frac{1}{8}.9,56 = 1,2 \ cm^2/face$$
 (4.76)

Dessa forma, adotam-se estribos verticais e horizontais de dois ramos com diâmetro de 6,3 mm.

4.4.4 Dimensionamento da estaca de divisa

A força normal de compressão de 520 kN atuante da estaca de divisa foi obtida por meio da análise no Ftool do Modelo 3 simplificado. Assim, a tensão normal de compressão foi calculada conforme o exposto a seguir:

$$\sigma_{cd} = \frac{N_d}{A_c} = \frac{1.4.520 \, kN}{0.25^2 \, \pi} = 3.71 \, MPa \tag{4.77}$$

Como a tensão é menor do que 5 MPa, não há necessidade de armar a estaca à compressão. Na Figura 4.56 são apresentados os diagramas de momentos fletores obtidos no Ftool. Considerando o momento fletor de 182 kN.m que atua na estaca devido à excentricidade do pilar, a mesma deve ser cautelosamente dimensionada para resistir a esses esforços de flexo-tração.



Figura 4.56 – Momento fletor atuante no Modelo 3

Tomando $f_{ck} = 30 MPa$, e considerando a força normal atuante na estaca igual à 520 kN, por meio das Equações 4.78 e 4.79, obtém-se:

$$\nu_d = \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{1.4 \cdot 520 \ kN}{0.25^2 \cdot \pi \cdot (\frac{30000}{1.4})} = 0.173$$
(4.78)

$$\mu_d = \frac{M_d}{A_c \cdot f_{cd} \cdot h} = \frac{1,4.182 \ kN.m}{0,25^2 \cdot \pi \cdot (\frac{30000}{1,4}).0,50} = 0,12$$
(4.79)

Por meio do ábaco da Figura 2.31, obtém-se o valor aproximado de $\omega = 0,25$. A partir da Equação 4.80, tem-se que:

$$A_{s,tot} = \omega \frac{A_c \cdot f_{cd}}{f_{yd}} = \frac{0,25.25^2 \cdot \pi \cdot (\frac{3}{1,4})}{(\frac{50}{1,15})} = 24,2 \ cm^2$$
(4.80)

Dessa forma, são adotadas 8 barras de $\varphi 20$ mm de diâmetro.

O dimensionamento ao cisalhamento é feito por meio do exposto no item 2.4.3, de maneira análoga ao calculado no item 4.2.7 do Modelo 1. Para a força cortante de 37,4 kN obtida no Ftool, adota-se estribos com diâmetro igual a ϕ 6,3 mm, espaçados entre si por 12 cm.

4.4.5 Detalhamento da armadura

Na Figura 4.57 é apresentado o detalhamento das armaduras do Modelo 3, cuja armadura de costura foi calculada segundo a ABNT NBR 9062 (2006). Já a Figura 4.58 mostra o detalhamento para as armaduras de costura calculadas segundo o CEB Fip-Model Code 1990 (1993). A Figura 4.59, por sua vez, apresenta o detalhamento para as armaduras de costura inclinadas em 45°.



Figura 4.57 – Modelo com armadura de costura ABNT NBR 9062 (2006)



Figura 4.58 – Modelo com armadura de costura CEB-FIP Model Code 1990 (1993)



Figura 4.59 – Modelo com armadura de costura inclinada em 45°

O detalhamento das armaduras da estaca de divisa é apresentado na Figura 4.60.



Figura 4.60 – Armadura da estaca

4.5 CONSIDERAÇÕES SOBRE A INTERPRETAÇÃO DOS RESULTADOS DOS MODELOS DE CONCRETO ARMADO

Baseado no exposto por Canha et al. (2014), no presente trabalho o modo de ruptura do bloco de divisa foi classificado pela ocorrência ou não do escoamento da armadura principal de tração. Segundo os autores, a falha à compressão (C) é caracterizada pelo esmagamento do concreto da escora de compressão ou divisão diagonal, ambos identificados pelo padrão de fissuração, somente se a armadura principal de tração ainda não apresentou escoamento. A falha à tração (T), por outro lado, corresponde a uma ruptura do consolo somente após o escoamento da armadura principal.

Um modo de ruptura intermediário chamado de compressão-tração (C-T) também é citado pelos autores. Nesse modo de ruptura, a armadura principal escoa instantes antes ou praticamente ao mesmo tempo da ruptura à compressão. Assim, a capacidade máxima do concreto e do aço é demandada, como na ruptura à flexão, porém é uma ruptura frágil.

Ao contrário de outros modelos baseados na fissuração do concreto, o modelo do dano plástico CDP não permite a visualização do desenvolvimento das fissuras no material. Entretanto, baseado no trabalho de Lubliner et al. (1989), pode-se assumir que a fissuração se inicia em pontos onde a deformação plástica equivalente à tração é maior do que zero, e a deformação plástica principal máxima é positiva. Tem-se que a direção do vetor normal ao plano da fissura é paralela à direção da deformação plástica principal máxima es que a deformação plástica principal máxima permite uma boa representação do local das fissuras, sendo este o parâmetro adotado para a análise das fissuras no elemento estrutural.

Como dito anteriormente, no pilar de divisa foi inserido um deslocamento, assim, a carga atuante no pilar relativa a determinado deslocamento foi obtida por meio das reações nos apoios localizados na parte inferior das estacas. Para encontrar a carga que efetivamente representasse a carga aplicada ao pilar de divisa, descontou-se do somatório de reações das duas estacas a carga do pilar centrado, e multiplicou-se por dois, para determinar a carga relativa à estrutura completa. Assim, ao invés de referir-se ao deslocamento no pilar de divisa, nos próximos parágrafos serão tratadas das cargas atuantes no pilar de divisa como resposta da estrutura ao deslocamento imposto.

4.6 ANÁLISE DO MODELO 1 COM ARMADURAS

4.6.1 Modelo 1A

A armadura do Modelo 1A é mostrada em detalhes na Figura 4.61(a). Na Figura 4.61(b) é apresentada a curva que relaciona a carga aplicada no pilar em balanço e o deslocamento vertical máximo no ponto V.



A partir da análise da curva é possível verificar que a carga máxima suportada pela estrutura foi de 1259 kN, com um deslocamento vertical de 8,40 mm. O gráfico apresentou comportamento linear até atingir a carga de 500 kN, correspondente ao ponto 1 indicado no gráfico da Figura 4.61(b). Até esse ponto, o concreto permaneceu íntegro, e não apresentou danos à tração ou compressão. À medida que se aumentou a carga, apareceram as primeiras fissuras, que predominaram na parte inferior da viga, próxima ao bloco interno, e na parte superior, como visto na Figura 4.62. As fissuras apresentadas na figura correspondem a uma carga de 530 kN atuante no pilar.



Figura 4.62 – Primeiras fissuras na viga: carga de 530 kN

Essas fissuras são típicas de flexão, e correspondem aos esforços de tração atuantes na viga. À medida que se aumentou a carga, houve o desenvolvimento de inúmeras fissuras de flexão, até ser atingida a carga máxima, indicada no ponto 2 da curva. As fissuras correspondentes a esse ponto são apresentadas na Figura 4.63.



Figura 4.63 – Fissuras relativas à carga máxima de 1259 kN

Após o ponto 2 houve uma queda da rigidez do elemento com o aparecimento do primeiro dano à compressão na região do bloco de divisa, indicado na Figura 4.64(a). Depois de atingida a carga máxima, houve uma intensa plastificação do concreto da região, como indicado na Figura 4.64(b), o que caracterizou o rompimento do concreto por cisalhamento entre o pilar e a estaca.



A direção das deformações plásticas principais máximas são mostradas na Figura 4.65. Considera-se que as fissuras no concreto são perpendiculares à direção das deformações.



Figura 4.65 – Direção das deformações plásticas principais máximas

Na Figura 4.66 são apresentados os pontos A e B, onde se analisou a deformação plástica principal máxima em função da carga aplicada ao pilar. A curva que relaciona as duas variáveis é apresentada no gráfico da Figura 4.67.



Figura 4.66 - Pontos analisados para a deformação plástica



Figura 4.67 – Curva carga x deformação plástica nos pontos A e B

Constatou-se que o ponto A começou a plastificar com a carga de 830 kN, já o ponto B plastificou com a carga de 1062 kN. Verifica-se no gráfico que após atingida a carga máxima, houve uma intensa deformação em ambos os pontos, o que caracteriza a perda de rigidez e ruptura do concreto.

No gráfico da Figura 4.68, é apresentada a curva que relaciona a tensão principal de compressão e a deformação principal total para os pontos A e B indicados na Figura 4.66. Constata-se no gráfico que a tensão máxima de compressão no ponto A foi de 10,2 MPa, responsável pelo início da perda de rigidez do concreto na região da escora. Já no ponto B, a tensão máxima de compressão foi de 5,1 MPa.



Figura 4.68 - Tensão de compressão x deformação nos pontos A e B

Na Figura 4.69 é apresentado o gráfico que relaciona a tensão principal de tração e a deformação nos pontos A e B. No ponto A a tensão máxima de tração foi de 2,3 MPa, e no ponto B, de 2,4 MPa.



Figura 4.69 – Tensão de tração x deformação nos pontos A e B

A ruptura do Modelo 1A foi devido à compressão do concreto, sendo que no ponto 2 da Figura 4.61(a), relativo à carga máxima e início do dano à compressão, a armadura do tirante principal ainda não havia escoado. Na Figura 4.70(a) são apresentadas as tensões principais atuantes na armadura da região de divisa referentes ao ponto 2, para a carga de 1259 kN, e a Figura 4.70(b) indica que neste momento o material ainda não havia escoado.



4.6.2 Modelo 1B

A armadura do Modelo 1B é mostrada em detalhes na Figura 4.71(a). Na Figura 4.71(b) é apresentada a curva que relaciona a carga aplicada no pilar em balanço e o deslocamento vertical máximo no ponto V.



Figura 4.71 – Modelo 1B

Assim como para o Modelo 1A, o gráfico do Modelo 1B apresentou comportamento linear até a carga de 500 kN, indicada no ponto 1. Após esse ponto, o concreto apresentou um padrão de fissurações na viga semelhante ao do Modelo 1B. Na Figura 4.72 são mostradas as fissuras no concreto ao atingir a carga máxima, no ponto 2.



Figura 4.72 – Padrão de fissuração no ponto 2

A carga máxima suportada pelo Modelo 1B foi de 1280 kN, para um deslocamento vertical de 8,62 mm. As fissuras apresentadas no elemento estrutural até o ponto 2 foram típicas de flexão, sendo que ao atingir esse ponto, houve uma queda na rigidez do elemento caracterizada pelo aparecimento de danos à compressão na região entre o pilar e a estaca, mostrados na Figura 4.73(a). Após o ponto 2 houve uma intensa plastificação do concreto na região entre o pilar e a estaca, característica da ruptura do material, como mostrado na Figura 4.73(b).



(a) Dano à compressão no ponto 2

(b) Plastificação do concreto após o ponto 2

Figura 4.73 – Dano plástico na ruptura

Na Figura 4.74 são mostradas as direções das deformações plásticas principais máximas, sendo que as fissuras no concreto se desenvolvem perpendicularmente à direção dessas deformações.



Figura 4.74 – Direção das deformações plásticas principais máximas

Foram analisadas a tensões e deformações dos pontos A e B, indicados na Figura 7.75.



Figura 4.75 – Pontos analisados para a deformação plástica

O gráfico da Figura 4.76 relaciona a carga aplicada ao pilar em balanço com a deformação plástica nos pontos A e B. Tem-se que o ponto A começou a plastificar com a carga de 850 kN, já o ponto B plastificou para a carga de 1090 kN. Após atingir a carga máxima, houve uma intensa deformação plástica nos pontos, caracterizando a ruptura do material.



Figura 4.76 - Curva carga x deformação plástica nos pontos A e B

O gráfico da Figura 4.77 relaciona a tensão principal de compressão e a deformação total nos pontos A e B. Constatou-se que a tensão máxima no ponto A foi de 14,2 MPa, e no ponto B foi de 5,5 MPa.



Figura 4.77 – Tensão de compressão x deformação nos pontos A e B

Na Figura 4.78 é apresentado o gráfico que relaciona a tensão principal de tração e a deformação nos pontos A e B. No ponto A a tensão máxima de tração foi de 1,5 MPa, e no ponto B, de 2,3 MPa.



Figura 4.78 – Tensão de tração x deformação nos pontos A e B

O Modelo 1B apresentou ruptura à compressão, sendo que a armadura do tirante principal ainda não havia escoado quando o concreto da região entre o pilar e a estaca apresentou danos plásticos. A armadura de costura, por outro lado, apresentou tensões mais próximas ao escoamento, como mostrado na Figura 4.79(a) e (b). Verificou-se que mesmo com a adição das armaduras de costura, não houve ganho de resistência no Modelo 1B em relação ao Modelo 1A.



Figura 4.79 – Tensões e escoamento das armaduras no ponto 2
4.6.3 Modelo 1C

Detalhes das armaduras do Modelo 1C são mostrados na Figura 4.80(a), e na Figura 4.80(b) é apresentado o gráfico que relaciona a carga aplicada ao pilar de divisa e o deslocamento vertical máximo no ponto inferior do bloco.





A carga máxima suportada pela estrutura foi 1306 kN, para um deslocamento vertical de 8,93 mm. Assim como nos modelos anteriores, o gráfico apresentou comportamento linear até aproximadamente 500 kN, no ponto 1. A partir de então o modelo começou a fissurar devido à flexão atuante na viga e na estaca. O padrão de fissuração apresentado pelo modelo antes de atingir o ponto 2, de carga máxima, é apresentado na Figura 4.81.



Figura 4.81 – Fissuras relativas à carga de 1250 kN

No gráfico da Figura 4.80(b), verifica-se que após atingir a carga máxima, há uma queda brusca na rigidez do elemento. Nesse ponto, teve início o dano à compressão no concreto, como mostrado na Figura 4.82(a). Após o ponto 2 da curva houve uma intensa plastificação do concreto na região entre o pilar e a estaca, como mostrado na Figura 4.82(b).



A direção das deformações plásticas principais máximas são mostradas na Figura 4.83. Considera-se que as fissuras no concreto são perpendiculares à direção das deformações.



Figura 4.83 – Direção das deformações plásticas principais máximas

Na Figura 4.84 são apresentados os pontos A e B, onde se analisou a deformação plástica principal máxima em função da carga aplicada ao pilar de divisa. A curva que relaciona as duas variáveis é apresentada no gráfico da Figura 4.85.



(c) Corte A-A (d) Corte B-B

Figura 4.84 – Pontos analisados para a deformação plástica



Figura 4.85 - Curva carga x deformação plástica nos pontos A e B

Por meio da observação do gráfico da Figura 4.85, constata-se que o ponto A começou a plastificar com a carga de 700 kN, já o ponto B plastificou com 1090 kN. Verifica-se que após atingida a carga máxima no pilar, as deformações plásticas aumentaram, indicando a perda de rigidez e ruptura do material.

No gráfico da Figura 4.86 é apresentado o diagrama que relaciona a tensão principal de compressão e a deformação total nos pontos A e B. No ponto A a tensão de compressão chegou a 16,3 MPa, e no ponto B a 5,4 MPa. Constata-se que a tensão de compressão predominou no ponto A.



Figura 4.86 – Tensão de compressão x deformação nos pontos A e B

O diagrama da Figura 4.87, por sua vez, relaciona a tensão principal de tração e a deformação total nos pontos A e B. A tração máxima no ponto A foi de 1,5 MPa, e no ponto B de 2,3 MPa.



Figura 4.87 – Tensão de tração x deformação nos pontos A e B

A ruptura do Modelo 1C foi devido à compressão no concreto, sendo que ao atingir a carga máxima (ponto 2 da curva), a armadura do tirante principal ainda não havia escoado. As armaduras de costura, por outro lado, escoaram antes da armadura principal, como mostrado na

Figura 4.88(b). Presume-se que as armaduras de costura atuaram na promoção de uma maior resistência para a escora, e que a armadura de costura na parte mais inferior também contribuiu para a absorção de tensões de tração, porém sua participação foi menor do que as armaduras superiores, como mostrado na Figura 4.88(a).



Figura 4.88 – Tensões e escoamento das armaduras no ponto 2

4.6.4 Modelo 1D

Na Figura 4.89(a) é apresentada a armadura do Modelo 1D, que é composta pela armadura de costura calculada segundo a ABNT NBR 9062 (2006) disposta com uma inclinação de 45°. O gráfico apresentado na Figura 4.89(b) relaciona a carga aplicada ao pilar de divisa e o deslocamento vertical no ponto V.



Figura 4.89 – Modelo 1D

Até o ponto 1, o gráfico apresentou comportamento linear. Após esse ponto, o modelo desenvolveu inúmeras fissuras por flexão até o ponto 2, para a carga de 1168 kN. O padrão de fissuração apresentado pelo modelo é mostrado na Figura 4.90.



Figura 4.90 – Fissuras relativas à carga de 1168 kN (ponto 2)

No ponto 2, a região entre o pilar de divisa e a estaca apresentou os primeiros danos à compressão, assim como mostrado na Figura 4.91(a). Pelo gráfico, observa-se que com o início da plastificação do concreto nessa região há uma queda na rigidez do modelo.



Figura 4.91 – Dano plástico para a carga de 1168 kN

A partir do ponto 2, há uma intensa plastificação do concreto na região de divisa, até atingir o ponto 3, relativo à carga máxima de 1206 kN. O dano à compressão e a plastificação do concreto no ponto 3 são apresentados nas Figuras 4.92(a) e (b), respectivamente.



Na Figura 4.93 é apresentada a direção das deformações plásticas principais máximas. Estima-se que as fissuras se desenvolvam perpendicularmente à direção das deformações. Assim, fica evidente a formação de uma linha de ruptura entre o pilar e a estaca, característica de cisalhamento do concreto.



Figura 4.93 – Direção das deformações plásticas principais máximas

Na Figura 4.94 são apresentados os pontos A e B, onde se analisou a deformação plástica principal máxima em função da carga aplicada ao pilar de divisa. A curva que relaciona as duas variáveis é apresentada no gráfico da Figura 4.95.



Figura 4.94 – Pontos analisados para a deformação plástica



Figura 4.95 - Curva carga x deformação plástica nos pontos A e B

No gráfico da Figura 4.95, constatou-se que o ponto A começou a plastificar com a carga de 700 kN, já o ponto B plastificou com a carga de 1120 kN. Verifica-se no gráfico que após atingida a carga de 1168 kN (ponto 2), houve uma intensa deformação em ambos os pontos, o que caracteriza a perda de rigidez e ruptura do concreto.

A curva apresentada no gráfico da Figura 4.96 relaciona a tensão principal de compressão e a deformação principal total para os pontos A e B indicados na Figura 4.94. Constata-se no gráfico que a tensão máxima de compressão no ponto A foi de 14,8 MPa, responsável pelo início da perda de rigidez do concreto na região da escora. Já no ponto B, a tensão máxima de compressão foi de 6,2 MPa.



Figura 4.96 – Tensão de compressão x deformação nos pontos A e B

Na Figura 4.97 é apresentado o gráfico que relaciona a tensão principal de tração e a deformação nos pontos A e B. No ponto A a tensão máxima de tração foi de 1,2 MPa, e no ponto B, de 1,9 MPa.



Figura 4.97 – Tensão de tração x deformação nos pontos A e B

O modelo 1D apresentou ruptura à compressão, sendo que no ponto 2, quando o concreto da escora apresentou os primeiros danos e sinais de ruptura, a armadura do tirante

principal ainda não havia escoado. As armaduras de costura, por outro lado, já apresentavam escoamento, como pode ser observado nas Figuras 4.98(a) e (b).



Figura 4.98 – Tensões e escoamento das armaduras no ponto 2

Após a ruptura do concreto, as armaduras de costura inclinadas e o tirante principal apresentaram um intenso escoamento, e o modelo recuperou certa rigidez, até atingir a carga máxima de 1206 kN. Estima-se que as armaduras de costura dispostas em 45° foram capazes de absorver parte das tensões da escora de concreto, e conferiram uma ruptura mais dúctil ao modelo. Nas Figuras 4.99(a) e (b) são apresentadas as tensões nas armaduras e o escoamento, referentes à carga máxima de 1206 kN (ponto 3).



(a) tensão principal máxima no ponto 3

(b) escoamento da armadura no ponto 3

Figura 4.99 – Tensões e escoamento das armaduras no ponto 3

4.6.5 Comparação entre os modelos

No Quadro 4.1 são apresentados os valores da carga máxima, o respectivo deslocamento vertical, o modo de ruptura observado para cada modelo analisado, a carga de início da plastificação da escora, as tensões principais atuantes nos pontos A e B, entre outras informações.

	i			1
	Modelo	Modelo	Modelo	Modelo
	1A	1 B	1C	1D
Carga de início da fissuração (kN)	500	500	500	500
Carga máxima (kN)	1259	1280	1306	1206
Deslocamento vertical (mm)	8,40	8,62	8,93	9,77
Modo de Ruptura	C	С	С	С
Fator de carga último λ_u	2,42	2,46	2,51	2,32
Carga de plastificação da escora – Ponto A (kN)	830	850	700	700
Tensão máxima de compressão na escora – Ponto A (MPa)	10,2	14,2	16,3	14,8
Tensão máxima de tração na escora – Ponto A (MPa)	2,3	1,5	1,5	1,2
Carga de plastificação – Ponto B (kN)	1062	1090	1090	1120
Tensão máxima de compressão – Ponto B (MPa)	5,1	5,5	5,4	6,2
Tensão máxima de tração – Ponto B (MPa)	2,4	2,3	2,3	1,9
Carga de escoamento da armadura do tirante (kN)	-	-	-	1192

Quadro 4.1 – Resultados: Modelo 1

Constatou-se que todos os modelos apresentaram a mesma carga de início de fissuração, referente ao ponto 1. Assim, presume-se que a variação da armadura de costura proporcionou apenas diferenças na ruptura do modelo, e não influenciou no início e desenvolvimento de fissuras. Como as armaduras de flexão foram as mesmas para todos os modelos, era esperado que o comportamento inicial e a fissuração na flexão fossem semelhantes.

Todos os modelos da série 1 apresentaram ruptura à compressão e carga máxima muito superior à carga de projeto de $F_d = 728$ kN. Isso pode ser explicado pelo bloco ter a geometria de um consolo muito curto, com um pequeno valor da relação a/d. Segundo Canha et al. (2014), quanto menor a relação a/d, maior a carga vertical resistida pelo consolo.

Constatou-se também que as equações para o dimensionamento da armadura principal do tirante de tração resultaram em armaduras que não escoaram antes do rompimento do concreto entre o pilar e a estaca, levando a uma ruptura do tipo frágil, e limitando a capacidade da estrutura à resistência do concreto comprimido entre o pilar e a estaca.

Como visto no Quadro 4.1, a tensão de compressão na escora do Modelo 1A foi menor do que as tensões resistidas pelos outros modelos. Sendo que a tensão de compressão máxima no Modelo 1A foi de 10,2 MPa, enquanto nos modelos com armaduras de costura foi de 14,2 MPa, no Modelo 1B, 16,3 MPa no Modelo 1C e 14,8MPa no Modelo 1D. Esse fato evidencia que com a inserção de armaduras de costura, a resistência da escora aumenta. Verificou-se também que quanto maior a tensão transversal de tração na escora, menor é a tensão de compressão resistida pelo concreto.

A armadura de costura do Modelo 1B foi dimensionada segundo a ABNT NBR 9062 (2006), e a do Modelo 1C segundo o CEB-FIP Model Code 1990 (1993). A quantidade de aço calculada para os dois modelos foi muito próxima, o que levou a um comportamento muito semelhante em ambos os casos. Foi constatado que a armadura de costura na parte mais inferior contribui menos do que as armaduras localizadas a 2/3d.

Por meio da análise do Modelo 1D, verificou-se que a disposição das armaduras de costura inclinadas em 45° não proporcionou ganho de resistência satisfatório, porém garantiu uma maior ductilidade à ruptura do bloco, vide o seu comportamento pós-pico na curva cargadeslocamento, o que representa uma vantagem na sua utilização.

Considerando a carga característica de $F_k = 520$ kN e a carga última suportada pelo modelo " F_u ", tem-se que o fator de carga último " λ_u " é dado por $\lambda_u = F_u/F_k$. Como os modelos apresentaram ruptura devido à compressão do concreto na escora, tem-se que o fator de carga último deve satisfazer o limite da Equação 4.81 para que a estrutura seja considerada segura, uma vez que foram utilizados os valores característicos para as propriedades dos materiais na análise não-linear (SOUZA, 2004).

$$\lambda_u \ge \lambda_c = \gamma_f \cdot \gamma_c = 1,4 \cdot 1,4 = 1,96 \tag{4.81}$$

Assim, constata-se que todos os modelos da série 1 possuíram fator de caga maior do que 1,96, o que verifica a segurança da estrutura. No entanto, os Modelos 1A, 1B e 1C apresentaram ruptura frágil, o que não é o ideal para uma estrutura de concreto armado, visto que uma das premissas para o dimensionamento é o escoamento do aço antes do colapso do concreto, garantindo ductilidade à ruptura. Assim, estima-se que o melhor modelo seja o Modelo 1D, que apresentou um gráfico carga-deslocamento com comportamento pós-pico dúctil.

4.7 ANÁLISE DO MODELO 2 COM ARMADURAS

4.7.1 Modelo 2A

Detalhes das armaduras analisadas no Modelo 2A são apresentados na Figura 4.100(a). No gráfico da Figura 4.100(b) é mostrada a curva que relaciona a carga aplicada ao pilar P1 de divisa, e o deslocamento vertical do ponto V.



Figura 4.100 – Modelo 2A

A carga máxima suportada pelo Modelo 2A foi de 787 kN, para um deslocamento de 11,7 mm. A partir da análise da curva, verifica-se que o diagrama apresentou um comportamento linear até o ponto 1, para uma carga de 250 kN. Até esse ponto o concreto não apresentou danos. A partir de então, surgiram as primeiras deformações plásticas no modelo, retratadas na Figura 4.101, que correspondem às fissuras no concreto.

As primeiras fissuras ocorreram devido à flexão na parte inferior da viga, próxima ao bloco interno, e na parte superior, próxima ao bloco de divisa.



Figura 4.101 – Primeiras fissuras na viga: carga de 250 kN

À medida em que se aumentou a carga, houve o desenvolvimento de inúmeras fissuras de flexão na viga de equilíbrio até atingir a carga máxima de 787 kN, como mostrado na Figura 4.102.



Figura 4.102 – Fissuras relativas à carga máxima de 787 kN

Após o ponto 2, o modelo apresentou uma queda em sua rigidez com o aparecimento dos primeiros danos à compressão no concreto, como indicado na Figura 4.103(a). Depois de atingida a carga máxima, o material exibiu uma intensa plastificação na região, caracterizando a ruptura do concreto da escora, como mostrado na Figura 4.103(b).



Na Figura 4.104 é apresentada a direção das deformações plásticas do concreto, sendo que as fissuras são perpendiculares à direção das deformações.



Figura 4.104 – Direção das deformações plásticas principais máximas

Na Figura 4.105 são apresentados os pontos A e B, onde se analisou a deformação plástica principal máxima em função da carga aplicada ao pilar. A curva que relaciona as duas variáveis é apresentada no gráfico da Figura 4.106.



Figura 4.105 – Pontos analisados para a deformação plástica



Figura 4.106 - Curva carga x deformação plástica nos pontos A e B

Constatou-se que o ponto A começou a plastificar com a carga de 430 kN, já o ponto B plastificou para a carga de 620 kN. Verifica-se no gráfico que após atingida a carga máxima, houve uma intensa deformação em ambos os pontos, o que caracteriza a perda de rigidez e ruptura do concreto.

No gráfico da Figura 4.107, é apresentada a curva que relaciona a tensão principal de compressão e a deformação principal total para os pontos A e B indicados na Figura 4.105.



Figura 4.107 – Tensão de compressão x deformação nos pontos A e B

Constata-se no gráfico que a tensão máxima de compressão no ponto A foi de 13,4 MPa, responsável pelo início da perda de rigidez do concreto na região da escora. Já no ponto B, a tensão máxima de compressão foi de 2,5 MPa.

Na Figura 4.108 é apresentado o gráfico que relaciona a tensão principal de tração e a deformação nos pontos A e B. No ponto A a tensão máxima de tração foi de 1,6 MPa, e no ponto B, de 2,7 MPa.



Figura 4.108 - Tensão de tração x deformação nos pontos A e B

Verifica-se que no ponto B houve o predomínio de tração, e que na parte superior do bloco a fissura inclinada corresponde ao concreto tracionado. Na parte inferior interna, representada pelo ponto A, houve o predomínio da compressão na escora de concreto, que sofreu a redução em sua resistência devido às tensões transversais de tração.

O Modelo 2A apresentou ruptura do tipo compressão-tração, sendo que a armadura do tirante principal escoou praticamente ao mesmo tempo que a região da escora de concreto começou a apresentar danos plásticos, o que coincidiu com o ponto máximo da curva cargadeslocamento. Na Figura 109(a) são apresentadas as tensões atuantes nas armaduras, e na Figura 109(b) os pontos que apresentaram escoamento.



Figura 4.109 – Tensões e escoamento das armaduras no ponto 2

4.7.2 Modelo 2B

O Modelo 2B, indicado na Figura 4.110(a), apresentou ruptura à compressão, sendo que a carga máxima resistida pela estrutura foi de 700 kN, menor do que a carga de projeto de 728 kN. A curva que relaciona a carga ao deslocamento vertical no ponto V é apresentada na Figura 4.110(b).



O padrão de fissuração inicial do Modelo 2B foi muito semelhante ao do modelo anterior, sendo que o gráfico apresentou comportamento linear até a carga de 250 kN no ponto 1, a partir do qual iniciaram as primeiras fissuras. As fissuras devido à flexão se desenvolveram no modelo até o ponto 2, relativo à carga de 680 kN, cujo padrão de fissuração é apresentado na Figura 4.111.



Figura 4.111 – Fissuras relativas à carga máxima de 680 kN

No ponto 2 o concreto da escora entre o pilar e a estaca apresentou os primeiros danos à compressão, como mostrado na Figura 4.112(a). A partir desse ponto, houve uma intensa plastificação do concreto da escora, como mostrado na Figura 4.112(b), até atingir o ponto 3, relativo à carga máxima.



Figura 4.112 – Dano plástico na ruptura

A direção das deformações plásticas principais máximas são mostradas na Figura 4.113. Considera-se que as fissuras no concreto são perpendiculares à direção das deformações.



Figura 4.113 – Direção das deformações plásticas principais máximas

Na Figura 4.114 são apresentados os pontos A e B, onde se analisou a deformação plástica principal máxima em função da carga aplicada ao pilar. A curva que relaciona as duas variáveis é apresentada no gráfico da Figura 4.115.



Figura 4.114 - Pontos analisados para a deformação plástica



Figura 4.115 - Curva carga x deformação plástica nos pontos A e B

Constatou-se que o ponto A iniciou a plastificação para a carga de 400 kN, já o ponto B plastificou com a carga de 550 kN. Verifica-se no gráfico que após atingida a carga máxima, houve uma intensa deformação em ambos os pontos, o que caracteriza a perda de rigidez e ruptura do concreto.

No gráfico da Figura 4.116, é apresentada a curva que relaciona a tensão principal de compressão e a deformação principal total para os pontos A e B indicados na Figura 4.65. Constatou-se no gráfico que a tensão máxima de compressão no ponto A foi de 15 MPa, responsável pelo início da perda de rigidez do concreto na região da escora. Já no ponto B, a tensão máxima de compressão foi de 2,5 MPa.



Figura 4.116 - Tensão de compressão x deformação nos pontos A e B

Na Figura 4.117 é apresentado o gráfico que relaciona a tensão principal de tração e a deformação nos pontos A e B. No ponto A a tensão máxima de tração foi de 1,6 MPa, e no ponto B, de 2,5 MPa.



Figura 4.117 – Tensão de tração x deformação nos pontos A e B

Como visto, a plastificação do concreto na região da escora teve início com a carga relativa ao ponto 2. Ao atingir a carga máxima, no ponto 3, as armaduras principais ainda não

haviam apresentado escoamento, como mostrado nas Figuras 4.118(a) e (b), caracterizando a ruptura à compressão.



Figura 4.118 – Tensões e escoamento das armaduras no ponto 2

4.7.3 Modelo 2C

Na Figura 4.119(a) é apresentado o Modelo 2C, o qual possui armaduras secundárias verticais dimensionadas segundo o CEB-FIP Model Code 1990 (1993). A curva que relaciona a carga aplicada ao pilar em balanço e o deslocamento no eixo vertical é apresentado no gráfico da Figura 4.119(b).



Figura 4.119 – Modelo 2C

A carga máxima suportada pela estrutura foi de 794 kN, maior do que a carga máxima do Modelo 2B, armado com armaduras secundárias horizontais. Com isso, presume-se que para o consolo curto da série 2, as armaduras verticais contribuíram mais para a resistência do que as armaduras horizontais. Assim como para os outros modelos da série 2, o gráfico da Figura 4.119(b) apresentou comportamento linear até a carga de 250 kN, indicada no ponto 1. A partir de então, houve o desenvolvimento de inúmeras fissuras características de compressão no modelo, como mostrado na Figura 4.120.



Figura 4.120 – Fissuras relativas à carga máxima de 794 kN

Ao atingir a carga máxima, relativa ao ponto 2, iniciaram-se os primeiros danos à compressão no concreto, como mostrado na Figura 4.121(a). Constata-se que após o ponto 2 houve uma queda no gráfico, caracterizando a perda de rigidez do modelo após a ruptura do concreto. Houve uma intensa plastificação do material na região da escora formada entre o pilar e a estaca após o ponto 2, como mostrado na Figura 4.121(b).



A direção das deformações plásticas principais máximas são mostradas na Figura 4.122. Considera-se que as fissuras no concreto são perpendiculares à direção das deformações.



Figura 4.122 – Direção das deformações plásticas principais máximas

Na Figura 4.123 são apresentados os pontos A e B, onde se analisou a deformação plástica principal máxima em função da carga aplicada ao pilar. A curva que relaciona as duas variáveis é apresentada no gráfico da Figura 4.124.



Figura 4.123 – Pontos analisados para a deformação plástica



Figura 4.124 - Curva carga x deformação plástica nos pontos A e B

Constatou-se que o ponto A plastificou com a carga de 370 kN, já o ponto B plastificou com a carga de 775 kN. Verifica-se no gráfico que após atingida a carga máxima, houve uma intensa deformação em ambos os pontos, o que caracteriza a perda de rigidez e ruptura do concreto.

No gráfico da Figura 4.125, é apresentada a curva que relaciona a tensão principal de compressão e a deformação principal total para os pontos A e B. Constata-se no gráfico que a tensão máxima de compressão no ponto A foi de 19,4 MPa, responsável pelo início da perda de rigidez do concreto na região da escora. Já no ponto B, a tensão máxima de compressão foi de 3,9 MPa.



Figura 4.125 - Tensão de compressão x deformação nos pontos A e B

Na Figura 4.126 é apresentado o gráfico que relaciona a tensão principal de tração e a deformação nos pontos A e B. No ponto A a tensão máxima de tração foi de 1,4 MPa, e no ponto B, de 2,3 MPa.



Figura 4.126 - Tensão de tração x deformação nos pontos A e B

O modo de ruptura do Modelo 2C foi do tipo compressão-tração, sendo que ao atingir a carga máxima, iniciaram-se as deformações plásticas e o dano à compressão na região da

escora. Nesse momento, a armadura principal apresentou tensões muito próximas à tensão de escoamento como visto nas Figuras 4.127(a) e (b).



Figura 4.127 – Tensões e escoamento das armaduras no ponto 2

4.7.4 Modelo 2D

O Modelo 2D é indicado na Figura 4.128 (a), sendo que a carga máxima suportada pela estrutura foi de 730 kN, muito próxima da carga de projeto de 728 kN. A curva cargadeslocamento é mostrada na Figura 4.128(b) e apresentou comportamento dúctil, que pode explicado pela existência de armaduras secundárias horizontais e verticais, que promoveram um rompimento menos frágil para o concreto na região da escora entre o pilar e a estaca.



Figura 4.128 – Modelo 2D

Assim como os outros modelos da série 2, o gráfico apresentou comportamento linear até a carga de 250 kN, no ponto 1. A partir de então, desenvolveram-se fissuras de flexão na viga de equilíbrio até o ponto 2, como mostrado na Figura 4.129.



Figura 4.129 – Padrão de fissuração para a carga de 710 kN (ponto 2)

No ponto 2 houve o início do dano à compressão do concreto na região da escora, como mostrado na Figura 4.130(a). A partir de então, ocorreu o desenvolvimento do dano à compressão na escora formada entre o pilar de divisa e a estaca, e uma intensa plastificação do concreto nesse local até atingir a carga máxima no ponto 3, como é mostrado na Figura 4.130(b).



Figura 4.130 – Dano plástico na ruptura

A direção das deformações plásticas principais máximas são mostradas na Figura 4.131. Considera-se que as fissuras no concreto são perpendiculares à direção das deformações.



Figura 4.131 – Direção das deformações plásticas principais máximas

Na Figura 4.132 são apresentados os pontos A e B, onde se analisou a deformação plástica principal máxima em função da carga aplicada ao pilar de divisa. A curva que relaciona as duas variáveis é apresentada no gráfico da Figura 4.133.



Figura 4.132 – Pontos analisados para a deformação plástica



Figura 4.133 – Curva carga x deformação plástica nos pontos A e B

Verificou-se que o ponto A começou a plastificar com a carga de 388 kN, já o ponto B plastificou com a carga de 679 kN. Verifica-se no gráfico que após atingida a carga máxima, houve uma intensa deformação em ambos os pontos, o que caracteriza a perda de rigidez e ruptura do concreto.

No gráfico da Figura 4.134, é apresentada a curva que relaciona a tensão principal de compressão e a deformação principal total para os pontos A e B. Constata-se no gráfico que a tensão máxima de compressão no ponto A foi de 15,2 MPa, responsável pelo início da perda de rigidez do concreto na região da escora. Já no ponto B, a tensão máxima de compressão foi de 4,4 MPa.



Figura 4.134 - Tensão de compressão x deformação nos pontos A e B

Na Figura 4.135 é apresentado o gráfico que relaciona a tensão principal de tração e a deformação nos pontos A e B. No ponto A a tensão máxima de tração foi de 1,5 MPa, e no ponto B, de 2,4 MPa.



Figura 4.135 – Tensão de tração x deformação nos pontos A e B

A armadura principal atingiu tensões próximas ao escoamento à medida que a escora passou a apresentar danos à compressão, no entanto, não chegou a escoar. As armaduras

secundárias dimensionadas segundo o CEB-FIP Model Code 1990 (1993) escoaram conforme aumentou-se a plastificação do concreto da escora.

Como a armadura principal não apresentou escoamento, o modo de ruptura foi classificado como compressão, com a cuva pós-pico indicando uma ruptura mais dúctil devido às armaduras secundárias, que aumentaram a ductilidade do concreto na região da escora. A tensão principal máxima nas armaduras é apresentada na Figura 4.136(a), e os pontos da armadura que apresentaram escoamento são indicados na Figura 4.136(b).



(a) Tensão principal máxima
(b) Escoamento da armadura
Figura 4.136 – Tensões e escoamento das armaduras no ponto 2

4.7.5 Modelo 2E

Na Figura 4.137(a) é apresentado o Modelo 2E, no qual foram inseridas armaduras de costura inclinadas em 45° e dimensionadas segundo a ABNT NBR 9062 (2006). A curva que relaciona a carga aplicada ao pilar de divisa e o deslocamento no ponto inferior do bloco é mostrada na Figura 4.137(b).

A carga máxima suportada por esse modelo foi 862 kN para um deslocamento de 13,7 mm na parte inferior do bloco, o que indica a maior resistência entre os modelos da série 2.



O gráfico da Figura 4.137(b), assim como para os outros modelos da série 2, apresentou comportamento linear até o ponto 1, para uma carga de 250 kN. Em seguida, houve o desenvolvimento de inúmeras fissuras de flexão na viga de equilíbrio e na estaca de divisa, como mostrado na Figura 4.138.



Figura 4.138 – Fissuras relativas à carga máxima de 862 kN

Ao atingir a carga máxima de 862 kN, indicada no ponto 2, houve o início do dano à compressão no concreto da região da escora situada entre o pilar de divisa e a estaca, como mostrado na Figura 4.139(b).

Como pode ser visto no gráfico da Figura 4.137(b), após o ponto 2 houve uma queda na rigidez do elemento, marcada por uma intensa plastificação da região da escora, o que caracterizou o rompimento do concreto entre o pilar e a estaca. Na Figura 4.139(b) são mostradas as deformações plásticas principais máximas na região de divisa após atingida a carga máxima.



Figura 4.139 – Dano plástico na ruptura

A direção das deformações plásticas principais é mostrada na Figura 4.140. Presume-se que as fissuras sejam perpendiculares à direção das deformações, assim, constata-se a formação de fissuras de flexão verticais na parte superior do bloco, e fissuras diagonais na região da escora entre o pilar e a estaca.



Figura 4.140 – Direção das deformações plásticas principais máximas

Na Figura 4.141 são apresentados os pontos A e B, onde se analisou a deformação plástica principal máxima em função da carga aplicada ao pilar. A curva que relaciona as duas variáveis é apresentada no gráfico da Figura 4.142.



Figura 4.141 – Pontos analisados para a deformação plástica



Figura 4.142 - Curva carga x deformação plástica nos pontos A e B

O ponto A começou a plastificar com a carga de 370 kN, já o ponto B plastificou para a carga de 756 kN. Verifica-se no gráfico que após atingida a carga máxima, houve uma intensa deformação em ambos os pontos, o que caracteriza a perda de rigidez e ruptura do concreto.

No gráfico da Figura 4.143, é apresentada a curva que relaciona a tensão principal de compressão e a deformação principal total para os pontos A e B. Constata-se no gráfico que a
tensão máxima de compressão no ponto A foi de 19,0 MPa, responsável pelo início da perda de rigidez do concreto na região da escora. Já no ponto B, a tensão máxima de compressão foi de 4,4 MPa.



Figura 4.143 – Tensão de compressão x deformação nos pontos A e B

Na Figura 4.144 é apresentado o gráfico que relaciona a tensão principal de tração e a deformação nos pontos A e B. No ponto A a tensão máxima de tração foi de 1,2 MPa, e no ponto B, de 2,2 MPa.



Figura 4.144 - Tensão de tração x deformação nos pontos A e B

O modelo apresentou ruptura à tração, visto que a armadura do tirante principal escoou antes do início do dano à compressão no concreto da região da escora. As armaduras de costura inclinadas, indicadas nas Figuras 4.145(a) e (b), apresentaram escoamento, evidenciando a sua eficiência em absorver tensões de tração transversais à escora, aumentando a sua resistência e ductilidade.



Figura 4.145 – Tensões e escoamento das armaduras no ponto 2

4.7.6 Comparação entre os modelos

No Quadro 4.2 é relacionada a carga máxima aplicada ao pilar de divisa, o deslocamento vertical máximo, o modo de ruptura apresentado pelos modelos, a carga de início da plastificação do concreto da escora, as tensões principais no concreto, entre outras informações. A determinação do modo de ruptura foi baseado na ocorrência ou não do escoamento da armadura principal antes do dano plástico no concreto da escora formada entre o pilar de divisa e a estaca.

	Modelo 2A	Modelo 2B	Modelo 2C	Modelo 2D	Modelo 2E
Carga de início da fissuração – Ponto 1 (kN)	250	250	250	250	250
Carga máxima (kN)	787	700	794	730	862
Deslocamento vertical (mm)	11,7	10,5	11,2	11,8	13,7
Modo de Ruptura	C-T	С	C-T	С	Т
Fator de carga último λ_u	1,51	1,35	1,53	1,40	1,66
Carga de plastificação da escora – Ponto A (kN)	430	400	370	388	370
Tensão máxima de compressão na escora – Ponto A (MPa)	13,4	15,0	19,4	15,2	19,0
Tensão máxima de tração na escora – Ponto A (MPa)	1,6	1,6	1,4	1,5	1,2
Carga de plastificação – Ponto B (kN)	620	550	775	679	756
Tensão máxima de compressão – Ponto B (MPa)	2,5	2,5	3,9	4,4	4,4
Tensão máxima de tração – Ponto B (MPa)	2,7	2,5	2,3	2,4	2,2
Carga de escoamento da armadura do tirante (kN)	787	-	794	-	786

Quadro 4.2 - Resultados: Modelo 2

Os modelos da série 2 resistiram a cargas máximas próximas da carga de projeto de 728 kN. Os Modelos 2A e 2C exibiram ruptura do tipo compressão-tração, sendo que o concreto da escora apresentou danos ao mesmo tempo em que a armadura do tirante principal escoou ou estava prestes a escoar.

Os Modelos 2B e 2D, por outro lado, romperam devido à compressão da escora, sendo que a armadura do tirante superior ainda não havia escoado quando houve a ruptura do concreto. No entanto, observou-se uma maior ductilidade no comportamento pós-pico do gráfico que relaciona a carga ao deslocamento, principalmente no Modelo 2D, que possui armaduras verticais e horizontais dimensionadas segundo o CEB-FIP Model Code 1990 (1993). Assim, estima-se que a armadura de costura contribuiu para esse efeito, sem, no entanto, proporcionar ganho de resistência efetivo. A ductilidade apresentada na ruptura do Modelo 2D, por sua vez, evidencia a eficiência do arranjo de armaduras horizontais e verticais para conduzir a uma ruptura mais dúctil,

Os Modelos 2C e 2E resistiram às maiores cargas e apresentaram as maiores tensões de compressão atuantes na escora no ponto com a maior deformação plástica. Assim, constata-se que a resistência da escora está diretamente relacionada à resistência dos modelos.

O Modelo 2E resistiu à maior carga no pilar de divisa e apresentou ruptura do tipo tração, sendo que a armadura do tirante principal escoou antes do dano no concreto da escora. Isso evidenciou que armaduras dispostas transversalmente à escora de concreto aumentam a sua resistência ao absorver tensões de tração e promover o confinamento.

Considerando a carga característica de $F_k = 520$ kN e a carga última suportada pelo modelo " F_u ", tem-se que o fator de carga último " λ_u " é dado por $\lambda_u = F_u/F_k$. Como na análise não-linear foram utilizados valores característicos das propriedades dos materiais, a segurança da estrutura deve ser verificada pelos limites das Equações 4.82 e 4.83 dadas por Souza (2004), sendo que a primeira é relativa à ruína devido ao colapso do concreto à compressão, e a segunda à ruptura devido ao escoamento do aço.

$$\lambda_u \ge \lambda_c = \gamma_f \cdot \gamma_c = 1.4 \cdot 1.4 = 1.96 \tag{4.82}$$

$$\lambda_u \ge \lambda_c = \gamma_f \cdot \gamma_s = 1.4 \cdot 1.15 = 1.61 \tag{4.83}$$

Ao analisar os fatores de carga últimos dos Modelos 2A, 2B, 2C e 2D, constatou-se que a segurança não foi verificada, visto que não atingiram o valor de 1,96, relativo à segurança em um colapso atribuído à compressão do concreto da escora. Dessa forma, sugere-se que os modelos sejam redimensionados, a fim de se aumentar a resistência da escora e limitar superiormente a taxa de armadura do tirante, de modo a garantir o seu escoamento antes da ruptura do concreto.

Nesse aspecto, o melhor modelo dentre os analisados na série 2 é o Modelo 2E, o qual apresentou ruptura do tipo tração, visto que a armadura principal escoou antes da ruptura do concreto, com fator de carga último igual à 1,66, maior do que o limite dado pela Equação 4.83, verificando-se, portanto, a sua segurança.

4.7 ANÁLISE DO MODELO 3 COM ARMADURAS

4.7.1 Modelo 3A

Detalhes das armaduras do Modelo 3A são mostrados na Figura 4.146(a). No gráfico da Figura 4.146(b) é apresentada a curva que relaciona a carga aplicada ao pilar e o deslocamento vertical na parte inferior do bloco, indicada no ponto A.



O gráfico apresentou comportamento linear até a carga de aproximadamente 200 kN, indicada no ponto 1, a partir da qual o modelo começou a apresentar os primeiros danos à tração e deformações plásticas devido à flexão na estaca, como indicado na Figura 4.147(a).

As fissuras de flexão se desenvolveram até a carga de 723 kN, indicada pelo ponto 2, e predominaram na estaca conforme mostrado na Figura 4.147(b).



Figura 4.147 – Desenvolvimento das fissuras no modelo

A partir do ponto 2 a região do bloco entre o pilar e a estaca começou a apresentar danos plásticos devido à tração, com uma fissura que teve início na parte superior e se propagou na linha de ruptura entre o pilar e a estaca. A deformação plástica principal máxima relativa ao ponto 3 é apresentada na Figura 4.148(a).

Após o ponto 2 também se desenvolveram danos à compressão na parte inferior do bloco, no canto de ligação com a estaca, como mostrado na Figura 4.148(b). O dano à compressão apresentado na figura corresponde à carga máxima de 727 kN, indicada no ponto 3 do gráfico.



Figura 4.148 – Dano plástico no ponto 3 (727 kN)

Após o ponto 3, a estaca começou a apresentar danos à compressão, o que caracterizou a ruptura devido à flexão da estaca, com o esmagamento do concreto após o escoamento da armadura longitudinal. A deformação plástica principal máxima exibida pelo modelo após o ponto 3 é mostrada na Figura 4.149(a). Já a região da estaca em que o concreto apresentou danos à compressão após o ponto 3 é indicada na Figura 4.149(b).



(a) Plastificação do concreto após o ponto 3

(b) Dano à compressão após o ponto 3

Figura 4.149 – Dano plástico após o ponto 3

A direção das deformações plásticas principais máximas são mostradas na Figura 4.150, sendo que as fissuras no concreto são perpendiculares à direção das deformações. Presume-se que a falta da armadura de costura ocasionou uma concentração de deformações entre o pilar e a estaca, formando uma linha de ruptura.



Figura 4.150 – Direção das deformações plásticas principais máximas

Na Figura 4.151 são apresentados os pontos A, B e C, onde se analisou a deformação plástica principal máxima em função da carga aplicada ao pilar. A curva que relaciona as duas variáveis é apresentada no gráfico da Figura 4.152.



Figura 4.151 – Pontos analisados para a deformação plástica



Figura 4.152 – Curva carga x deformação plástica nos pontos A, B e C

Constatou-se que o ponto A começou a plastificar com a carga de 723 kN, já o ponto B plastificou com a carga de 470 kN, e o ponto C com a carga de 290 kN. Verifica-se no gráfico que após atingida a carga máxima, houve uma intensa deformação em ambos os pontos, o que caracteriza a perda de rigidez e ruptura do concreto.

No gráfico da Figura 4.153, é apresentada a curva que relaciona a tensão principal de compressão e a deformação principal total para os pontos A, B e C. Constata-se no gráfico que

a tensão máxima de compressão no ponto A foi de 3,8 MPa, no ponto B de 0,9 MPa, e no ponto C de 23,2 MPa.



Figura 4.153 – Tensão de compressão x deformação nos pontos A e B

Na Figura 4.154 é apresentado o gráfico que relaciona a tensão principal de tração e a deformação nos pontos A e B. No ponto A a tensão máxima de tração foi de 2,4 MPa, no ponto B de 3,0 MPa, e no ponto C de 0,6 MPa.



Figura 4.154 – Tensão de tração x deformação nos pontos A e B

Verifica-se que houve o predomínio da compressão no ponto C, localizado na estaca, e o predomínio da tração no ponto B, na parte posterior do bloco.

Nas Figuras 4.155(a) e (b) são apresentadas as tensões principais e o escoamento das armaduras, respectivamente. Constata-se que as armaduras do bloco não entraram em escoamento, porém as armaduras da estaca escoaram, evidenciando a ruptura do elemento por flexão, com excessiva deformação das armaduras, seguida pelo esmagamento do concreto na região comprimida.



Figura 4.155 – Tensões e escoamento das armaduras no ponto 3

4.7.2 Modelo 3B

Detalhes das armaduras do Modelo 3A são mostrados na Figura 4.156(a), no qual foram inseridas as armaduras de costura dimensionadas segundo a ABNT NBR 9062 (2006).

No gráfico da Figura 4.156(b) é apresentada a curva que relaciona a carga aplicada ao pilar e o deslocamento vertical na parte inferior do bloco, indicada no ponto A.



Assim como para o modelo anterior, os primeiros danos surgiram na estaca devido à flexão para uma carga de 200 kN relativa ao ponto 1 indicado no gráfico. As fissuras de flexão se desenvolveram até atingir a carga máxima de 741 kN, referente ao ponto 2. Na Figura 4.157 é apresentado o padrão de fissuração no Modelo 3B no ponto 2.



Figura 4.157 - Fissuras relativas à carga máxima de 741 kN (ponto 2)

Após atingida a carga máxima, no ponto 2, teve início uma intensa deformação plástica e na região comprimida da estaca, como indicado na Figura 4.158(a). Nesse local, ocorreu o dano do concreto à compressão (Figura 4.158(b)), o que evidenciou a ocorrência do esmagamento e ruptura do concreto.



Verifica-se que o bloco não apresentou deformações plásticas na região entre o pilar e a estaca. Assim, presume-se que a inserção de armaduras de costura evitou o aparecimento de danos plásticos no bloco, os quais ficaram restritos à estaca. As armaduras do bloco não apresentaram escoamento, como evidenciado pela Figura 4.159(a). Por outro lado, as armaduras da estaca escoaram conforme mostra a Figura 4.159 (b).



Figura 4.159 – Tensões e escoamento das armaduras no ponto 2

Desse modo, constata-se que o modelo rompeu devido à flexão na estaca, após um extenso escoamento da armadura e esmagamento do concreto da região comprimida.

4.7.3 Modelo 3C

Na Figura 4.160(a) é apresentado o Modelo 3C, com as armaduras de costura dimensionadas segundo o CEB-FIP Model Code 1990 (1993). No gráfico da Figura 4.160(b) é mostrada a curva que relaciona a carga aplicada ao pilar e o deslocamento vertical na parte inferior do bloco.



Figura 4.160 – Modelo 3C

O padrão de fissuração e o comportamento do Modelo 3C foi muito semelhante ao do Modelo 3B, o que evidencia que a inserção de um estribo horizontal a mais na parte inferior do bloco não trouxa grandes contribuições no comportamento da estrutura. A carga máxima suportada pela estrutura foi de 739 kN.

As deformações plásticas principais máximas após o ponto 2 são apresentadas na Figura 4.161(a), e o dano à compressão no concreto é mostrado na Figura 4.161(b). Fica evidente que na região tracionada da estaca predominaram fissuras de flexão, e na parte comprimida do concreto houve o esmagamento do material, caracterizando sua ruptura.



Figura 4.161 – Dano plástico após o ponto 2

Como para o modelo anterior, não houve o escoamento das armaduras do bloco, sendo que as armaduras da estaca entraram em escoamento, e a estaca rompeu por flexão com o esmagamento do concreto. Na Figura 4.162(a) são apresentadas as tensões atuantes nas armaduras, e na Figura 4.162(b) são indicadas as regiões que entraram em escoamento.



Figura 4.162 – Tensões e escoamento das armaduras no ponto 2

O Modelo 3D é apresentado na Figura 4.163(a), no qual a armadura de costura, dimensionada segundo a ABNT NBR 9062 (2006), foi disposta na diagonal a 45°. No gráfico da Figura 4.163(b) é apresentada a curva que relaciona a carga aplicada ao pilar e o deslocamento vertical na parte inferior do bloco, indicada no ponto A.



Constatou-se que o comportamento desse modelo também foi muito semelhante ao dos Modelos 3B e 3C, sendo que houve o predomínio de fissuras devido à flexão na estaca.

Antes de atingir a carga máxima (ponto 2), a região entre o pilar e a estaca apresentou deformações plásticas, como mostrado na Figura 1.64. Isso evidencia que as armaduras de costura inclinadas não foram tão eficientes quanto as horizontais. No entanto, após atingir a carga máxima, as deformações plásticas que predominaram foram as ocorridas na estaca devido à flexão, como mostrado nas Figuras 4.165(a) e (b).

Para a carga máxima de 735 kN houve a ruptura da estaca devido à flexão, com o predomínio do dano à compressão na região de concreto comprimido da estaca.



Figura 4.164 – Deformação plástica principal para a carga de 730 kN



Figura 4.165 – Dano plástico após o ponto 2

As tensões atuantes nas armaduras e os locais com escoamento são mostrados nas Figuras 4.166(a) e (b), respectivamente. Constata-se que não houve escoamento das armaduras do bloco, sendo que as armaduras da estaca escoaram, causando a ruptura à flexão por meio do esmagamento do concreto comprimido.



4.7.5 Comparação entre os modelos

No Quadro 4.3 são apresentados os valores da carga máxima, o respectivo deslocamento vertical e o modo de ruptura observado para cada modelo analisado.

	Modelo 3A	Modelo 3B	Modelo 3C	Modelo 3D		
Carga de início						
da fissuração –	200	200	200	200		
Ponto 1 (kN)						
Carga máxima	727	7/1	730	735		
(kN)	121	/41	137			
Deslocamento	16.42	16.22	15.98	16.24		
vertical (mm)	10,42	10,22	15,70	10,24		
Modo de	Flexão da estaca	Flexão da estaca	Flexão da estaca	Flexão da estaca		
ruptura	T ICXd0 dd CStdcd	T lexao da estaca	T lexao da estaca	T ICAdo da Estava		
Fator de carga	1.40	1 42	1 42	1,41		
último λ_u	1,40	1,42	1,42			

Quadro 4.3 - Resultados: Modelo 3

Constatou-se que o comportamento dos modelos da série 3 foi muito semelhante, e que a variação no arranjo das armaduras do bloco não ocasionou grande variação na resistência. O fator limitante nos modelos foi a capacidade da estaca de resistir à flexão, visto que todos romperam devido ao escoamento das armaduras da estaca e posterior ruptura do concreto na área comprimida.

Embora os modelos tenham rompido devido à flexão na estaca, observou-se que as armaduras de costura foram fundamentais para conservar a resistência do concreto entre o pilar e a estaca, e evitar o rompimento localizado devido ao cisalhamento existente na linha de ruptura dessa região.

No Modelo 3A, observou-se a formação de danos plásticos na linha de ruptura formada entre o pilar e a estaca. Assim, constatou-se que o arranjo de armaduras mais eficiente foram as armaduras de costura horizontais dimensionadas segundo a ABNT NBR 9062 (2006), presentes no Modelo 3B, que impediram a formação de danos plásticos na linha de ruptura. O arranjo de armaduras de costura inclinadas do Modelo 3D não trouxe vantagens para a estrutura, visto que esse modelo apresentou deformações plásticas entre o pilar e a estaca.

Como a ruptura ocorreu devido à flexão na estaca, presume-se que a segurança não foi verificada, visto que não foi alcançado o fator de carga último de 1,61 relativo ao colapso atribuído ao aço. Assim, sugere-se que seja realizado um redimensionamento da estaca, aumentando-se a sua capacidade de resistir à flexão, de forma a induzir uma ruptura no bloco.

O deslocamento vertical máximo dos Modelos 1, 2 e 3 foi em média 9 mm, 12 mm e 16 mm, respectivamente. Dessa forma, constata-se que o deslocamento do Modelo 3 foi expressivamente maior do que o dos outros modelos. Consequentemente, esse fator deve ser levado em conta quando da utilização do Modelo 3 em fundações divisa.

5 CONCLUSÕES

Uma metodologia para o dimensionamento das armaduras de fundações localizadas nas divisas de terrenos foi proposta neste estudo, e o efeito da variação das armaduras de costura da região de divisa foi investigado por meio de análises numéricas no programa ABAQUS, considerando a não-linearidade do comportamento do concreto e do aço. Assim, foram testados ao todo treze modelos de concreto armado, com a variação do arranjo das armaduras secundárias.

Por meio das análises das tensões elásticas atuantes nos modelos, foi possível propor um roteiro de dimensionamento para as fundações de pilares localizados nas divisas de terrenos, de modo a identificar os locais mais críticos onde as armaduras deveriam ser dispostas corretamente. Constatou-se que com a consideração das estacas e do solo, houve uma redistribuição de tensões na viga de equilíbrio, com a concentração de tração em sua parte inferior, próxima ao bloco interno. Assim, estima-se que as armaduras dessa região devem ser apropriadamente dimensionadas, de modo a considerar os deslocamentos gerados pelas estacas.

Na análise numérica não-linear foram utilizados os valores característicos das propriedades dos materiais, assim, para a verificação da segurança foi considerado o fator de carga último.

Verificou-se que a metodologia proposta possibilitou o dimensionamento de estruturas da série 1 que apresentaram ruptura à compressão e alcançaram fatores de carga últimos maiores do que 1,96, atribuído ao colapso do concreto, o que atestou a segurança da estrutura. No entanto, sabe-se que o ideal seria a obtenção de uma ruptura mais dúctil, com o escoamento do aço antes do colapso do concreto. Assim, seria adequada a realização de um redimensionamento da estrutura, garantindo a ruptura à tração.

Dentre os modelos da série 1 analisados, o que demonstrou maior eficiência foi o Modelo 1D, com armaduras de costura inclinadas em 45° que foram capazes de absorver parte da tração transversal, resultando em um diagrama pós-pico da curva carga-deslocamento característico de uma ruptura mais dúctil.

Constatou-se ainda que as armaduras de costura calculadas segundo a ABNT NRB 9062 (2006) e o CEB-FIP Model Code 1990 (1993) foram muito próximas para os Modelos 1B e 1C, assim, as estruturas apresentaram comportamento semelhante.

Para os modelos da série 2, o fator de carga último ficou abaixo do limite adequado para os Modelos 2A, 2B, 2C e 2D. Assim, sugere-se um redimensionamento para aumentar a

resistência da escora e limitar superiormente a taxa de armadura do tirante principal, a fim de se garantir o escoamento do aço antes da ruptura do concreto da escora.

Contudo, estima-se que o melhor modelo foi o 2E, com as armaduras de costura inclinadas em 45°, uma vez que apresentou ruptura à tração, com o escoamento do aço do tirante principal antes do colapso do concreto, sendo que seu fator de carga último foi igual a 1,66, maior do que o limite de 1,61 relativo ao colapso do aço, o que atestou a segurança da estrutura, e demonstrou a viabilidade do dimensionamento desse arranjo de armaduras.

Verificou-se ainda que as armaduras secundárias verticais calculadas segundo o CEB-FIP Model Code 1990 (1993) aumentaram a resistência do elemento, e combinadas às armaduras horizontais de costura proporcionaram uma ruptura mais dúctil ao Modelo 2D.

Dentre os modelos da série 3, verificou-se que o fator limitante foi a resistência da estaca à flexão, uma vez que as deformações plásticas principais e o dano à compressão se concentraram na estaca, que foi a responsável por absorver a flexão gerada pela excentricidade do pilar. Assim, sugere-se um redimensionamento da estaca, aumentando a sua resistência à flexão, a fim de impor a ruptura ao bloco.

É importante destacar que a eficiência dos modelos analisados no presente trabalho depende da efetiva contribuição do solo, e de uma correta suposição dos valores do coeficiente de mola para a sua representação discretizada. Assim, deve-se analisar com cautela a possibilidade de futuras escavações vizinhas, ou outras situações que possam levar à descompressão do solo, que invalidariam a sua suposta contribuição.

Portanto, o Modelo 3 apenas teria sua estabilidade garantida com a efetiva contribuição do solo. Assim, quanto à viabilidade de não se utilizar a viga de equilíbrio em fundações de divisa, cada caso deve ser analisado com cautela, visto que o exposto no presente trabalho trata de um prédio de apenas três pavimentos, referente ao estudo de caso, e não se mostrou viável, visto à necessidade de redimensionamento da estaca para aumentar a sua resistência à flexão e diminuir o seu deslocamento lateral elevado.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABAQUS ANALYSIS USER'S GUIDE. **Concrete Damaged Plasticity.** Dassault Systèmes Simulia Corp., Providence, RI, USA, 2014. Disponível em: <

https://www.sharcnet.ca/Software/Abaqus/6.14.2/v6.14/books/usb/default.htm?startat=pt05ch 23s06abm39.html#usb-mat-cconcretedamaged> Acesso em: 05 abr. 2018.

ALONSO, U. R. **Dimensionamento de fundações profundas**. 1. ed., 3. reimpressão. São Paulo: Edgard Blücher LTDA., 2003.

ALONSO, U. R. **Exercícios de fundações**. 1. ed., 12. reimpressão. São Paulo: Edgard Blücher LTDA., 2001.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-14) and Commentary (ACI 318R-14). Farmington Hills, Michigan, 2014.

ANDRADE, J. R. L. **Dimensionamento estrutural de elementos de fundação.** São Carlos: EESC-USP, 1989.

ARAÚJO, D. L.; SILVA NETO, A. P.; LOBO, F. A.; EL DEBS, M. K. Comparative analysis of design models for concrete corbels. **IBRACON Structures and Materials Journal**, São Paulo v. 9, n. 3, abr./jun. 2016.

ARDUINI, M.; TOMMASO, A. DI; NANNI, A. Brittle Failure in FRP Plate and Sheet Bonded Beams. **ACI Structural Journal**, v. 94, n. S33, p. 363-370, 1997.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 6118**: Projeto de Estruturas de Concreto – Procedimento. Rio de Janeiro, 2014.

_____. ABNT NBR 6122: Projeto execução de fundações. Rio de Janeiro, 2010.

_____. ABNT NBR 9062: Projeto e Execução de Estruturas de Concreto Pré-Moldado. Rio de Janeiro, 2006.

BOUZID, D. A; BHATTACHARYA, S., DASH, S. R. Winkler Springs (*p*-*y* curves) for pile design from stress-strain of soils: FE assessment of scaling coefficients using the Mobilized Strength Design concept. **Geomechanics and Engineering**, v. 5, n. 5, p. 379-399, 2013.

BOWLES, J. E. Foundation Analysis and Design. 5. ed. New York: McGraw-Hill, 1997.

BURKE, J. R. **Roteiro para cálculo de viga alavanca**. São Paulo: Itaú S.A. Planejamento e Engenharia, 1979.

CAMPOS, J. C. Elementos de fundações em concreto. São Paulo: Oficina de Textos, 2015.

CANHA, R. M. F.; KUCHMA, D. A.; EL DEBS, M. K.; SOUZA, R. A. Numerical analysis of reinforced high strenght concrete corbels. **Engineering Structures**, Elsevier, v. 74, p. 130-144, 2014.

CHAUDHARI, S. V.; CHAKRABARTI, M. A. Modeling of concrete for nonlinear analysis using Finite Element Code ABAQUS. **International Journal of Computer Applications**, v. 44, n. 7, p. 14-18, Apr. 2012.

CHRISTAN, P. **Estudo da interação solo-estaca sujeito a carregamento horizontal em ambientes submersos**. 2012. 194 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2012.

CINTRA, J. C. A. **Carregamento Lateral em Estacas**. Oficina de Textos. Departameto de Geotecnia, São Carlos, 2002.

COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. **CEB-FIP Model Code 1990**. London: Thomas Telford Services Ltd., 1993.

COMITÉ EUROPÉEN DU BÉTON. **CEB-FIP**: Recommandations particulières au calculet à l'exécution dê ssemelles de fondation. Bulletin D'Information, Paris, v. 4, n. 73, p. 27-35, 1970.

DAS, B. M. Principles of Foundation Engineering, SI. 7. ed. Stamford: Cengage Learning, 2011.

DASSAULT SYSTÈMES SIMULIA CORP. ABAQUS. Versão 12-1: Finite element analysis software, 2012.

DEL PINO JUNIOR, A. **Análise do comportamento de estacas do tipo broca escavada com trado mecânico, solicitadas por esforços transversais.** 2003. 183f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Universidade Estadual Paulista. Ilha Solteira, 2003.

EL DEBS, M. K. Concreto Pré-Moldado: Fundamentos e Aplicações. São Carlos: Editora EESC USP, 2000.

EUROCODE 2. EN 1992-1-1: 2004 - Design of concrete structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings. 2004.

FERNANDES, R. M.; EL DEBS, M. K. Análise da capacidade resistente de consolos de concreto armado considerando a contribuição da armadura de costura. **Cadernos de Engenharia de Estruturas**, São Carlos, v. 7, n. 25, p.103–128, 2005.

FUSCO, P. B. **Estruturas de concreto armado – Solicitações normais.** Rio de Janeiro: Guanabara Dois, 1981.

GENIKOMSOU, A. S.; POLAK, M. A. Damaged plasticity modelling of concrete in finite element analysis of reinforced concrete slabs. In: International Conference on Fracture Mechanics of Concrete and Concrete Structures, 9., 2016, Berkeley, California. **Proceedings...** Berkeley: IA-FraMCoS-9, 2016. p. 1-8.

_____. Finite element analysis of punching shear of concrete slabs using damaged plasticity model in ABAQUS. **Engineering Structures**, Elsevier, v. 98, p. 38-48, 2015.

GILBERT, R.; WARNER, R. Tension stiffening in reinforced concrete slabs. Journal of the Structural Division, v. 104, n. 12, p. 1885-1900. 1978.

GUZMAN, T. Heavily Loaded Strap Footings – Design, Detailing and Behavior. **Practical** Solutions – Structure Magazine. New York, p. 12-15, abr. 2010. Disponível em: http://www.structuremag.org/?p=4904>. Acesso em: 10 abr. 2018.

HAGBERG, T. Design of concrete brackets: on the application of the truss analogy. **ACI Journal**, v.80, n.1, p.3–12, 1983.

HOGNESTAD, E. A study of combined bending and axial load in reinforced concrete members. **University of Illinois Bulletin**, v. 49, n. 22, Nov. 1951.

JANKOWIAK, T.; LODIGOWSKI, T. Identification of Parameters of Concrete Damage Plasticity Constitutive Model. Foundations of Civil and Environmental Engineering, Publishing House of Poznan University of Technology, Poznan, Poland, n. 6, p. 53-69, 2005.

JENSEN, U. G.; .HOANG, L. C.; JOERGENSEN, H. B.; FABRIN, L. S. Shear strength of heavily reinforced concrete members with circular cross section. **Engineering Structures**, v. 32, n.3, p. 617-626, 2010.

KASSEM, W. Strength Prediction of Corbels Using Strut-and-Tie Model Analysis. **International Journal of Concrete Structures and Materials,** Saudi Arabia, v. 9, n. 2, p. 255-266, 2015.

KUPFER, H. Expansion of Mörsch's truss analogy by aplication of the principle of minimum strain energy. Paris: CEB – Bulletin 40, 1964.

LE DICTIONNAIRE. **Définition Bielle**. 2018. Disponível em: < https://www.ledictionnaire.com/definition/bielle> Acesso em: 05 jun. 2018.

LEE, J.; FENVES, G. L. Plastic-Damage Model for Cyclic Loading of Concrete Structures. **Journal of Engineering Mechanics**, v. 124, n. 8, p. 892–900, 1998.

LEONHARDT, F.; MONNING, E. **Construções de Concreto.** Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

LUBLINER, J.; OLIVER, J.; OLLER, S.; OÑATE, E. A plastic-damage model for concrete. **International Journal of Solids and Structures**, v. 25, n. 3, p. 299–326, 1989.

MARTHA, L. F. **Ftool - A Graphical-Interactive Program for Teaching Structural Behavior**. Versão 4.00, 2018. Disponível em: Acesso em: 20 fev. 2018.">https://www.ftool.com.br/Ftool/> Acesso em: 20 fev. 2018.

MATTOCK, A. H.; CHEN, K. C.; SOONGSWANG, K. The behavior of reinforced concrete corbels. **PCI Journal**, v. 21, n. 2, p. 53-77, Mar./Apr. 1976.

MENESES, P. J. B. S. **Grupos de Estacas sob Acções Horizontais - Análise com Recurso a Multiplicadores-p.** 2007. 100 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) Universidade Técnica de Lisboa, Instituto Superior Técnico, Lisboa, 2007. MICHAL, S.; ANDRZEJ, W. Calibration of the CDP model parameters in Abaqus. In: The 2015 World Congress on Advances in Structural Engineering and Mechanics, Incheon, Korea. **Proceedings...** Incheon: ASEM15, 2015. p. 1-11.

MONTOYA, P. J.; MESEGUER, A. G.; CABRÉ, F. M. Hormigón armado. 7. ed. Barcelona: Gustavo Gili, 1973.

MORAES, A. J. O Método dos Elementos Finitos e a Engenharia Civil. **Revista Especialize On-line IPOG**, Goiânia, v. 1, n. 10, 2015.

MUTTONI, A.; SCHWARTZ, J.; THÜRLIMANN, B. **Design of Concrete Structures with Stress Fields**. Birkhauser, Boston, MA, 143 p., 1997.

NAJAFGHOLIPOUR, M. A.; DEHGHAN, S. M.; DOOSHABI, A.; NIROOMANDI, A. Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Beam-Column Connections with Governing Joint Shear Failure Mode. Latin American Journal of Solids and Structures. [online] v. 14, n. 7, p. 1200-1225, 2017. Disponível em: http://dx.doi.org/10.1590/1679-78253682>. Acesso em: 13 jun. 2018.

NAYAL, R.; RASHEED, H. A. Tension Stiffening Model for Concrete Beams reinforced with Steel and FRP Bars. Journal Of Materials In Civil Engineering, ASCE, v. 8, n. 6, p. 831-841, Nov./Dec. 2006.

PEGDEN, C. D.; SHANNON, R. E.; SADOWSKI, R. P. Introduction to Simulation Using SIMAN. v. 2. New York, USA: McGraw-Hill. 1990.

REBELLO, Y. C. P. **Fundações: Guia prático de projeto, execução e dimensionamento.** 3 ed. São Paulo: Zigurate Editora, 2011.

RÜSCH, H. On the limitations of applicability of the truss analogy for shear design of R. C. Beams. Festschrift F. Campus "Amiciet Alumni": Université de Liege, 1964.

SANTOS, D. M.; STUCCHI, F. R. Dimensionamento de Consolos de Concreto com o Auxílio de Modelos de Bielas e Tirantes - Parte I: Fundamentos. **Revista Téchne**, São Paulo: Editora Pini, n. 192, mar. 2013. Disponível em: < http://techne17.pini.com.br /engenhariacivil/192/artigo288028-3.aspx> Acesso em: 04 abr. 2018.

SANTOS, J. A. **Fundações por estacas acções horizontais**. Elementos Teóricos. Instituto Superior Técnico - Departamento de Engenharia Civil e Arquitetura. Mestrado em Engenharia Civil. Obras Geotécnicas. Lisboa, 2008.

SANTOS, L. M. Cálculo de Concreto Armado (segundo a NB-1/78 e o CEB) - Volume 2. São Paulo: Editora LMS, 1981.

SCHLAICH, J., SCHAFER, K. Design and detailing of structural concrete using strut-and-tie models. **The Structural Engineer**, v. 69, n. 6, mar. 1991.

SCHLAICH, J., SCHAFER, K., JENNEWEIN, M. Toward a consistent design of reinforced structural concrete. Journal of Prestressed Concrete Institute, v. 32, n. 3, p. 74–150, 1987.

SILVA, R. C. **Concreto armado: aplicações de modelos de bielas e tirantes.** 1991. 202f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Universidade de São Paulo, São Carlos, 1991.

SOUZA, R. A. Concreto estrutural: Análise e dimensionamento de elementos com descontinuidades. 2004. 225f. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2004. Disponível em: <http://www.lmc.ep.usp.br/people/tbitten/gmec/teses/tese_Rafael.pdf> Acesso em: 09 set. 2017.

SOUZA, R. A.; BREÑA, S. Behavior predictions of deep beams with short straight bar anchorages using strut-and-tie models and nonlinear analysis. **IBRACON Structures and Materials Journal**, São Paulo v. 9, n. 5, p. 710-721, Oct. 2016.

SÜMER, Y.; AKTAŞ, M. Defining parameters for Concrete Damage Plasticity Model. **Challenge Journal of Structural Mechanics**, v. 3, n. 1, p. 149–155, 2015.

TANNO, D. C. S. **Blocos de concreto sobre estacas posicionados nas divisas de terrenos: estudo analítico e análise numérica linear.** 2012. 78 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos. Disponível em: http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/18/18134/tde-03072012-101640/publico/2012ME_DanieliColomboSantosTanno.pdf). Acesso em: 15 jun. 2017.

TAO, Y.; CHEN, J. F. Concrete Damage Plasticity Model for Modeling FRP-to-Concrete Bond Behavior. Journal of Composites for Construction, ASCE Library, v. 19, 2015.

TEIXEIRA, P. W. G. N.; MAFFEI, C. E. M.; GUAZZELLI, M. C. Shear strength of reinforced concrete circular cross-section beams. **IBRACON Structures and Materials Journal**, v. 5, n. 6, p. 781-797, 2012. Disponível em: http://www.scielo.br/pdf/riem/v5n6/pt_04.pdf>. Acesso em: 20 nov. 2018.

TERZAGHI, K. Evaluation of Coefficients of Subgrade Reaction. Geotechnique, v. 5, n. 4, Dec. 1955.

VECCHIO, F. J.; COLLINS, M. P. The Modified Compression Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear. **ACI Journal**, v.83, n.22, p.219-231, 1986.

VELLOSO, D. A.; LOPES, F. R. Fundações: critérios de projeto, investigação do subsolo, fundações superficiais, fundações profundas. Volume completo, São Paulo: Oficina de Textos, 2010.

VIEIRA, M. M.; SANTOS, A. R. S.; MONT'ALVERNE, A. M.; BEZERRA, L. M.; MONTENEGRO, L. C. S.; CABRAL, A. E. B. Experimental analysis of reinforced concrete beams strengthened in bending with carbon fiber reinforced polymer. **IBRACON Structures and Materials Journal,** v. 9, n. 1, p. 123-152, Feb. 2016.

WAHALATHANTRI, B. L.; THAMBIRATNAM, D. P.; CHAN, T. H. T.; FAWAZIA, S. A material model for flexural crack simulation in reinforced concrete elements using ABAQUS.

In: International Postgraduate Conference on Engineering, Designing and Developing the Built Environment for Sustainable Wellbeing, 1., Infraestructure, Transport and Urban Development, 2011, Brisbane, Australia. **Proceedings...** Brisbane: eddBE2011, 2011. p. 260-264.

241

ANEXO – SONDAGEM DO SOLO

SONDAGEM DE RECONHECIMENTO							S	P—	. 0	1	F	-01	COTA	100.00							
GRÁFICO DO N.º DE GOLPES / 30 cm ENSAIO DE INICIAIS PENETRAÇÃO FINAIS GOLPES/cm						DE AÇÃO 'cm	POSIÇÃO DAS AMOSTRAS E CONVENÇÕES			NIVEL D'ÁGUA E	REV ME TIP	VESTI ENTO PO DE	- COT/ (m)	s	PROF. (m)	CLASSIFICAÇÃO DO Material					
impene		vel	,a	per	cu	3 2 3 4 2 3 3 5 6 17 40 5 5	2 4 3 1 2 3 4 5 8 19 /1	2 3 4 3 1 3 5 4 9 27 5		1 2 3 6 7 6 7 8 9 10. 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20		Foi encontrado à 7.0 m. 25 '' 95	D	95	. oc		0.00 2.00 5.00 6.00	- arei - mar - co idem compac idem are siltos ronada - pouc idem mente idem ta à 5 limite	a fin rom a mpaci . iden ta . iden ia fin a - ma /cinza o comp . iden compace . iden muito . iden 12.15	a siltosa vermelhad dade fôfa m. pouco fôfa na pouco arrom ama a claro - pacta n. media- cta n. compacta ondagem m.	ar-