

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ
CENTRO DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA
CIVIL

RODRIGO MARQUES GODOI

COMPARAÇÃO DE MODELOS CONSTITUTIVOS PARA
CONCRETO REFORÇADO COM FIBRAS UTILIZANDO
DIFERENTES TAXAS DE REFORÇO

MARINGÁ

2020

RODRIGO MARQUES GODOI

**COMPARAÇÃO DE MODELOS CONSTITUTIVOS PARA
CONCRETO REFORÇADO COM FIBRAS UTILIZANDO
DIFERENTES TAXAS DE REFORÇO**

Dissertação apresentada como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil do Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil da Universidade Estadual de Maringá.

Orientador: Prof. Dr. Leandro Vanalli

MARINGÁ

2020

RODRIGO MARQUES GODOI

**COMPARAÇÃO DE MODELOS CONSTITUTIVOS PARA CONCRETO REFORÇADO COM
FIBRAS UTILIZANDO DIFERENTES TAXAS DE REFORÇO**

Dissertação de Mestrado julgada adequada para a obtenção do título de MESTRE EM ENGENHARIA CIVIL e aprovada em sua forma final pelo orientador e Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Estadual de Maringá, como requisito parcial para a obtenção do título de mestre

Aprovado em: 20/11/2020

BANCA EXAMINADORA




Prof. Dr. Leandro Vanalli

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

Universidade Estadual de Maringá

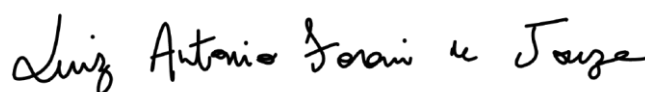
Orientador



Prof. Dr. Pablo Augusto Krahl

Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo

Universidade Estadual de Campinas



Prof. Dr. Luiz Antonio Farani de Souza

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

Universidade Estadual de Maringá

À minha família, por nunca me permitir desistir e
sempre me apoiar em todos os momentos.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a Deus por ter me agraciado com saúde e capacidade para que eu pudesse chegar até esse momento. À minha família, que me ajudou e me incentivou desde o início desse sonho. Ao professor Leandro Vanalli pela orientação, pela paciência, por ter me dado a oportunidade de mostrar meu trabalho, não só nesse momento como desde os primeiros anos da graduação em Engenharia Civil. A todos os professores que me acompanharam e dividiram seus conhecimentos comigo desde a graduação, em especial ao professor Germano Romera. Aos meus amigos e a todos os colegas de curso. À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001, pela bolsa concedida.

RESUMO

O concreto, como um dos materiais mais utilizados na construção civil, vem passando por frequentes melhorias ao longo das últimas décadas, sendo que o reforço com materiais fibrosos tem ganhado considerável destaque para o aumento de desempenho de materiais cimentícios. Por meio dessa técnica, desenvolveram-se inúmeros tipos de compósitos, reforçando o concreto com fibras de aço, fibras de polipropileno, fibras de carbono, dentre outros tipos. Em estudos recentes, verificou-se que a combinação de diferentes tipos de fibras poderia atuar de maneira sinérgica no compósito, trazendo diversos tipos de vantagens. As fibras de aço atuam permitindo uma maior resistência última e menor trabalhabilidade, enquanto as fibras de polipropileno permitem uma maior capacidade de deformação, complementando as vantagens que o outro tipo de fibra promove. Em contrapartida, todas essas pesquisas têm tratado apenas de casos experimentais, deixando o estudo da análise numérica do material defasado e, conseqüentemente, limitando o avanço das pesquisas com o material, já que a simulação numérica nos ajuda como um laboratório virtual, proporcionando uma economia de tempo e dinheiro quando se trata de estudos com estruturas. Nesse contexto, o presente trabalho apresenta um estudo numérico acerca do modelo constitutivo do concreto reforçado com fibras híbridas, mais especificamente o concreto reforçado com fibras de aço e fibras de polipropileno. Para tal, utilizou-se o *Concrete Damaged Plasticity* (CDP) como modelo constitutivo para base de comparação e o *Concrete Damaged Plasticity Modified* (CDPM) adaptado para fibras híbridas. Através de sete modelos em que foram variados os índices de reforço de fibras de aço e fibras de polipropileno, buscou-se a eficiência de cada tipo de reforço sobre o material, observando principalmente a sensibilidade da estrutura ao ângulo de dilatação do concreto reforçado. Ainda, foi proposta uma alternativa para a estimativa desse ângulo de dilatação, de forma que pudesse obter uma maior precisão para esse parâmetro, visto que esse apresenta uma maior variabilidade com o concreto reforçado. Após as análises, foi verificado que quando o ângulo de dilatação está próximo de 10° , a redução da rigidez da estrutura se torna mais acentuada do que para ângulos maiores, fazendo com que mesmo para concretos com uma resistência máxima maior, a partir de uma certa fase do carregamento. Fazendo com que a escolha de índices de reforço mais altos visando uma maior resistência máxima, comprometa o comportamento geral da estrutura.

Palavras-chave: Concreto reforçado com fibras. Simulação numérica. Concrete Damaged Plasticity.

ABSTRACT

Concrete, as one of the most used materials in civil construction, has undergone frequent improvements over the last few decades, and the reinforcement with fibrous materials has gained considerable prominence to increase the performance of cementitious materials. Through this technique, numerous types of composites have been developed, reinforcing the concrete with steel fibers, polypropylene fibers, carbon fibers among other types. In recent studies, it was found that the combination of different types of fibers, could act synergistically in the composite, bringing several types of advantages, the steel fibers act allowing a greater last resistance and less workability, while the polypropylene fibers allow greater deformation capacity, complementing the advantages that the other type of fiber promotes. On the other hand, all of these researches have only dealt with experimental cases, leaving the study of numerical analysis of outdated material and consequently limiting the progress of research with the material, since the numerical simulation helps us as a virtual laboratory, providing a saving of time and money when it comes to structural studies. In this context, the present work presents a numerical study about the constitutive model of concrete reinforced with hybrid fibers, more specifically concrete reinforced with steel fibers and polypropylene fibers. For this, Concrete Damaged Plasticity (CDP) was used as a constitutive model for the comparison base and Concrete Damaged Plasticity Modified (CDPM) adapted for hybrid fibers. Through seven models where the rates of reinforcement of steel fibers and polypropylene fibers were varied, the efficiency of each type of reinforcement on the material was sought, mainly observing the sensitivity of the structure to the expansion angle of the reinforced concrete. Still, an alternative has been proposed to estimate this expansion angle, so that it could obtain greater precision for this parameter, since it presents a greater variability with reinforced concrete. After the analyzes, it was verified that when the expansion angle is close to 10° , the reduction of the structure stiffness becomes more accentuated than for larger angles, making it possible even for concretes with a greater maximum resistance, starting from a certain loading phase. Making the choice of higher reinforcement indices aiming at greater maximum resistance, compromises the general behavior of the structure.

Key-words: Fiber reinforced concrete. Numerical simulation. Concrete Damaged Plasticity.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Representação do comportamento do concreto para diferentes tipos de controle de ensaio	24
Figura 2 – Curva Força por Deslocamento do concreto para diferentes tipos de controle de ensaio	25
Figura 3 – Gráficos Tensão por Deformação e Tensão por Abertura de fissura	26
Figura 4 – Tensão relativa por abertura de fissuras	27
Figura 5 – Relações tensão por abertura de fissuras e tensão por deformação	29
Figura 6 – Ilustração da mecânica da fratura do concreto reforçado por fibras híbridas	32
Figura 7 – Evolução do dano à tração no concreto comum	36
Figura 8 – Comparação das curvas de dano do concreto comum e do concreto reforçado	37
Figura 9 – Comparação das curvas de dano do concreto comum e do concreto reforçado à compressão	41
Figura 10 – Comportamento do Concreto sob a) Tração uniaxial e b) Compressão Uniaxial	43
Figura 11 – Espaço de Tensões de Haigh-Westergaard	44
Figura 12 – Exemplo de superfície de escoamento através do eixo hidrostático	45
Figura 13 – Superfície de escoamento em estado plano de tensão	45
Figura 14 – Superfície de escoamento do concreto sob tensão biaxial	46
Figura 15 – Superfície de escoamento do concreto em estado multiaxial de tensão	46
Figura 16 – Traçado das tensões de compressão uniaxial em relação a biaxial na superfície de escoamento	47
Figura 17 – Superfície potencial plástica no plano p-q	49
Figura 18 – Evolução da superfície de escoamento no plano desviante	50
Figura 19 – Superfície de plastificação em coordenadas de Haigh-Westergaard	51

Figura 20 – Resultados experimentais para determinação do K_c em concreto comum	52
Figura 21 – Ângulo de dilatação para diversas frações de fibras	54
Figura 22 – Pontos para definir a região de interpolação	57
Figura 23 – Pilar de Huang et al. (2015)	59
Figura 24 – Esquema experimental do ensaio de Huang et al. (2015)	61
Figura 25 – Relação Tensão por Deformação Inelástica do Concreto convencional submetido à Tração	62
Figura 26 – Relação Dano por Deformação Inelástica do Concreto convencional submetido à Tração	62
Figura 27 – Relação Tensão por Deformação Inelástica do Concreto convencional submetido à Compressão	63
Figura 28 – Relação Dano x Deformação Inelástica do Concreto convencional submetido à Compressão	63
Figura 29 – Montagem da estrutura no Software ABAQUS®	64
Figura 30 – Aplicação das Condições de contorno	65
Figura 31 – Malha de elementos finitos	66
Figura 32 – Relação Carga por Deslocamento do concreto convencional	69
Figura 33 – Comparação entre os parâmetros β confrontados pelos valores amostrais	70
Figura 34 – Relação Tensão por Deformação do HFRC à Tração	71
Figura 35 – Relação Dano por Deformação Inelástica do HFRC à Tração	71
Figura 36 – Relação Tensão por Deformação do HFRC à Compressão	72
Figura 37 – Relação Dano x Deformação Inelástica do HFRC à Compressão	72
Figura 38 – Comparação dos resultados para o pilar de HFRC	73
Figura 39 – Tensão por Deformação Inelástica – Tração	76
Figura 40 – Dano por Deformação Inelástica – Tração	76

Figura 41 – Tensão por Deformação Inelástica – Compressão	77
Figura 42 – Dano por Deformação Inelástica – Compressão	77
Figura 43 – Padrão de Dano do Concreto Comum	78
Figura 44 – Padrão de Dano do HFRC1	78
Figura 45 – Padrão de Dano do HFRC2	79
Figura 46 – Padrão de Dano do HFRC3	79
Figura 47 – Padrão de Dano do HFRC4	80
Figura 48 – Padrão de Dano do HFRC5	80
Figura 49 – Padrão de Dano do HFRC6	81
Figura 50 – Padrão de Dano do HFRC7	81
Figura 51 – Relação Carga Horizontal por Deslocamento na Direção X	82
Figura 52 – Relação Carga Horizontal por Deslocamento na Direção Z	83
Figura 53 – Relação Carga Horizontal por Deslocamento na Diagonal	83
Figura 54 – Segunda simulação de Carga Horizontal por Deslocamento na Diagonal	84

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Ações Metodológicas	14
Tabela 2 – Relação das Amostras submetidas ao ensaio de tração	26
Tabela 3 – Relação das Amostras submetidas ao ensaio de compressão	32
Tabela 4 – Ângulo de dilatação do Concreto em função das fibras de Aço e das fibras de polipropileno	50
Tabela 5 – Características do aço utilizado no projeto	54
Tabela 6 – Ângulo de dilatação do HFRC em função do λ_s e λ_p	61
Tabela 7 – Relação das simulações	62
Tabela 8 – Parâmetros para o HFRC das simulações	69

LISTA DE SÍMBOLOS

σ_t – Resistência à tração

f_t – Resistência de tração de pico

w – Abertura de fissura

w_c – Abertura de fissura crítica

C1 – Constante de calibração 1

C2 – Constante de calibração 2

G_f – Energia de fratura

f_{ck} – Resistência característica do concreto à compressão

f_{cm} – Resistência média do concreto à compressão

d_t – Dano à tração

E_c – Módulo de elasticidade do concreto

ε_t^{pl} – Deformação plástica à tração

b_t – Constante de proporcionalidade à tração

ε_t – Deformação de tração de pico

σ_c – Resistência à compressão

ε – Deformação total do concreto

f_c – Resistência de compressão de pico

ε_c – Deformação de compressão de pico

β_0 – Parâmetro de ajuste número 0

ε^{in} – Deformação inelástica no concreto

σ – Tensão no concreto

E_0 – Módulo de elasticidade inicial

d_c – Dano à compressão

ε_c^{pl} – Deformação plástica à compressão

b_c – Constante de proporcionalidade à compressão

V_s – Teor de fibras de aço

V_p – Teor de fibras de polipropileno

f_{ft} – Resistência máxima de tração do HFRC

λ_s – Índice de reforço de fibras de aço

λ_p – Índice de reforço de fibras de polipropileno

β_1 – Coeficiente de peso para o índice de reforço de fibras de aço

β_2 – Coeficiente de peso para o índice de reforço de fibras de polipropileno

l – Comprimento da fibra

d – Diâmetro da fibra

ε_{ft} – Deformação máxima de pico do HFRC à tração

ε_t – Deformação máxima de pico do concreto à tração

γ_t – Função da curva de tração

c_{t0} – Parâmetro 0 de calibração da função de tração

c_{t1} – Parâmetro 1 de calibração da função de tração

$\varepsilon_{t,norm}^{in}$ – Deformação de tração inelástica normalizada à tração

m_t – Parâmetro de evolução do dano no concreto à tração

ε_t^{in} – Deformação inelástica a tração

ε_{tu}^{in} – Deformação inelástica última à tração

m_t^{hf} – Parâmetro de evolução do dano no HFRC à tração

f_{fc} – Resistência máxima de compressão do HFRC

ε_{fc} – Deformação máxima de compressão de pico do HFRC

y_c – Função da curva de compressão

c_{c0} – Parâmetro 0 de calibração da função de compressão

c_{c1} – Parâmetro 1 de calibração da função de compressão

$\varepsilon_{c,norm}^{in}$ – Deformação de tração inelástica normalizada à compressão

m_c – Parâmetro de evolução do dano no concreto à compressão

ε_c^{in} – Deformação inelástica à compressão

ε_{cu}^{in} – Deformação inelástica última à compressão

m_c^{hf} – Parâmetro de evolução do dano no HFRC à compressão

ε^e – Deformação elástica

F – Função de coesão do concreto

α – Parâmetro 1 da superfície de escoamento do concreto

β – Parâmetro 2 da superfície de escoamento do concreto

γ – Parâmetro 3 da superfície de escoamento do concreto

\bar{q} – Tensão equivalente do Von Mises

\bar{p} – Tensão hidrostática

$\bar{\sigma}_{max}$ – Tensão principal máxima

σ_{b0} – Tensão biaxial de escoamento à compressão

σ_{c0} – Tensão uniaxial de escoamento à compressão

K_c – Relação entre o segundo invariante de tensão no meridiano de tração pelo meridiano de compressão

G – Função potencial de Drucker-Prager

e – Excentricidade do concreto

σ_{t0} – Tensão de escoamento do concreto à tração

ψ – Ângulo de dilatação do concreto

K_c^{hf} – Relação entre o segundo invariante de tensão no meridiano de tração pelo meridiano de compressão para o caso do HFRC

k_t – Aprimoramento promovido pela fibra no meridiano de tração

k_c – Aprimoramento promovido pela fibra no meridiano de compressão

σ_{b0}^{hf} – Tensão biaxial de escoamento à compressão para o caso do HFRC

σ_{c0}^{hf} – Tensão uniaxial de escoamento à compressão para o caso do HFRC

ψ^{hf} – Ângulo de dilatação do HFRC

ψ_0 – Ângulo de dilatação do concreto de referência

Sumário

1. INTRODUÇÃO	16
1.1 Contextualização	16
1.2 Justificativa	19
1.3 Objetivos	19
1.3.1 Objetivo geral	19
1.3.2 Objetivos específicos	20
1.4 Metodologia resumida	20
2. COMPORTAMENTO DO CONCRETO COMUM	23
2.1 Resistência à Tração	23
2.2 Resistência à Compressão	29
3. COMPORTAMENTO DO CONCRETO REFORÇADO COM FIBRAS HÍBRIDAS	32
3.1 Comportamento do concreto reforçado com fibras híbridas sob tração	33
3.2 Comportamento do concreto reforçado com fibras híbridas sob compressão	37
4. CONCRETE DAMAGED PLASTICITY	42
5. CONCRETE DAMAGED PLASTICITY MODIFIED	52
6. INTERPOLAÇÃO BICÚBICA	57
7. METODOLOGIA	59
7.1 Simular numericamente o concreto comum em pilares, tal como realizado no trabalho de Huang et al. (2015).	59
7.2 Simular numericamente o concreto reforçado com fibras híbridas (HFRC) em pilares, da mesma forma que foi realizado no trabalho de Huang et al. (2015).	67
7.3 Propor uma nova equação para o cálculo do ângulo de dilatação utilizando o método da interpolação Bicúbica	67
7.4 Variar as curvas do material para diferentes frações volumétricas de fibras, a fim de avaliar a sensibilidade o CDPM.	67
8 RESULTADOS	69
8.1 Resultados para o pilar de concreto convencional	69
8.2 Resultados para o pilar de concreto reforçado com fibras híbridas	70
8.3 Proposta de equação para o ângulo de dilatação do HFRC	73
8.4 Resultados das simulações para o HFRC variando as frações volumétricas na flexão oblíqua.	75
9. CONCLUSÕES	86
REFERÊNCIAS	88

1. INTRODUÇÃO

1.1 Contextualização

O concreto é um dos materiais mais utilizados da construção civil, uma vez que possui grandes vantagens no que concerne à sua capacidade de moldagem. Esse material, por vezes descrito como “pedra líquida”, é tratado como uma rocha artificial, apresentando uma boa resistência à compressão em seu estado endurecido e a intempéries, além do fato de ter uma boa atratividade econômica (FIGUEIREDO, 2011; GROSSI, 2006; HELENE; ANDRADE, 2010; SANT’ANA, 2005).

Entretanto, apesar de possuir essas vantagens, o material apresenta características que limitam a sua utilização, como sua fragilidade, baixa capacidade de absorção de energia, baixa capacidade de deformação sob tração e baixa resistência à tração (FIGUEIREDO, 2011; LEE et al., 2018).

Em função dessas limitações, tem sido desenvolvida nas últimas décadas a técnica do reforço do compósito com fibras na matriz cimentícia, cuja origem é milenar: existem citações bíblicas demonstrando a utilização de fibras de palha de trigo em argila ou, ainda, pelos de cavalo em barro, para a confecção de tijolos com propriedades melhores (LOPES, 2005; SANT’ANA, 2005). As vantagens do concreto reforçado com fibras em comparação com o concreto convencional incluem a melhora na capacidade axial à tração e a ductilidade no comportamento à tração (LI et al., 2017a).

Nas últimas décadas, o concreto reforçado com fibras de aço (*Steel Fiber Reinforced Concrete*, ou SFRC) passou por um rápido desenvolvimento, adquirindo sábias aplicações no campo da engenharia estrutural. As fibras de aço, distribuídas de maneira uniforme e com orientação randômica, formam um sistema de restrição multidirecional no concreto, melhorando suas propriedades em termos de resistência e ductilidade pós-pico (LI et al., 2017). Entre tantas outras pesquisas experimentais a respeito do compósito, seguem algumas das aplicações de maior destaque desenvolvidas ao longo das últimas décadas: Lee et al. (2018) avaliaram o comportamento de vigas de concreto reforçadas com fibras curtas de aço sob várias taxas de carregamento identificando uma melhor capacidade de absorção de energia; Lu et al. (2018) avaliaram a performance de paredes de cisalhamento reforçadas com fibras de aço sob cargas sísmicas onde o reforço das fibras de aço melhorou a rigidez da estrutura, distribuiu de maneira mais uniforme as fissuras ao longo da altura e reduziu o dano à compressão; Lopes

(2005) utilizou fibras de aço para substituir parcialmente a armadura de flexão em vigas de concreto armado onde verificou-se que, tomando os cuidados necessários para que o material possua trabalhabilidade adequada, o concreto armado com substituição parcial pode apresentar o comportamento até superior no ensaio de flexão; e Marinho (2002) avaliou a resistência ao cisalhamento de vigas de concreto de alta resistência com a adição de fibras de aço.

No entanto, mesmo que o concreto reforçado com fibras de aço aumente de maneira significativa a ductilidade do concreto, Koniki e Prasad (2019) afirmam que, para um único tipo de fibra, a técnica de reforço só é eficaz em uma faixa limitada de abertura de fissuras. Segundo os autores, cada tipo de fibra atua de modo singular no material, de modo que, para obter uma melhora geral no concreto, duas ou mais fibras devem ser combinadas, promovendo um compósito no qual as fibras atuem de maneira sinérgica. Nesse sentido, Marković (2006) desenvolveu uma pesquisa a respeito da hibridização de fibras de aço, curtas e longas, em diferentes tipos de concreto. Segundo Li et al. (2017), o concreto reforçado com fibras de aço (fibras de alta fração volumétrica) apresenta maior resistência última e menor trabalhabilidade, enquanto fibras de polipropileno (fibras de baixa fração volumétrica) permitem uma maior capacidade de deformação e um melhor comportamento frente à abertura de fissura com uma consequente redução da resistência à compressão. A combinação dessas fibras em um concreto reforçado com fibras híbridas de aço e polipropileno (*Hybrid Fiber Reinforced Concrete*, ou HFRC) apresenta resistências maiores, bem como a capacidade de dissipar energias maiores em relação ao concreto com um único tipo de fibra.

Nesse meio, o projeto estrutural de todas as aplicações citadas é facilitado, estabelecendo um modelo constitutivo para o material em programas baseados no Método dos Elementos Finitos. É bastante visível que variações de um modelo estrutural, sejam por geometria, propriedades do material, tipos de carga ou reforço, exigem uma ampla revisão de um modelo em elementos finitos, além de todas as vantagens que o método numérico traz (BIRTEL; MARK, 2006; TYSMANS et al., 2015). Na atualidade, devido ao desenvolvimento acelerado das simulações numéricas, engenheiros têm começado a desenvolver modelos numéricos para concreto reforçado com fibras em conjunto com o concreto tradicional. No entanto, o compósito reforçado possui comportamentos complexos em relação ao seu amolecimento/endurecimento (termos utilizados para o comportamento das curvas de tensão), dilatação volumétrica, sensibilidade a estados de confinamento mais extensos, etc. (CHI; XU; YU, 2014). Diante dessa problemática, Chi et al. (2017) desenvolveram uma modificação no

modelo de plasticidade com dano acoplado do concreto (*Concrete Damaged Plasticity* ou CDP), baseado no ABAQUS®.

O Modelo de dano plástico do concreto é um modelo (protótipo, programa) desenvolvido por Lubliner et al. (1989) que, através de um modelo de coesão, une as características plásticas do concreto com o dano do material promovido pela abertura de fissuras. Esclarece-se que as características plásticas são as deformações do material que permanecem mesmo após todos os carregamentos serem retirados. O dano do material é definido como uma redução da seção do material, que acontece quando surgem fissuras no mesmo, o que pode ser representado graficamente pela redução da rigidez elástica (EARIJ et al., 2017). De maneira simplificada, o conjunto de equações fornecidas pelo modelo de dano plástico do concreto permite que seja feita a representação das superfícies de plastificação e da evolução do dano no material, baseada no comportamento do concreto em seu estado de compressão uniaxial e tração uniaxial. Para isso, o modelo usa como dados de entrada: as curvas uniaxiais de tração e compressão do concreto; curvas de dano à tração e à compressão; a relação entre a tensão de plastificação biaxial e a tensão de plastificação uniaxial; a excentricidade; e a relação entre a tensão equivalente de Von Mises para os meridianos de tração e compressão e o ângulo de dilatação. Todos os parâmetros serão explicados posteriormente ao longo deste trabalho.

Nas modificações propostas para adaptar os parâmetros inseridos no programa, de modo que fosse possível considerá-los dependentes das fibras híbridas (para aço e polipropileno), Chi et al. (2017) conseguiram atingir um resultado satisfatório para todos os parâmetros de entrada, obtendo boas aproximações dos resultados experimentais, tanto em escala material quanto em escala estrutural, com exceção do ângulo de dilatação. As comparações em escala estrutural foram realizadas a partir da pesquisa de Huang et al. (2015), onde os autores compararam diversos pilares de concreto convencional, concreto reforçado com fibras de aço, concreto reforçado com fibras de polipropileno e concreto reforçado com fibras híbridas de aço e polipropileno, sob a ação de um carregamento lateral cíclico, com objetivo de avaliar a melhor combinação do material sob a ação de um sismo.

Nesse contexto, o presente trabalho tem como objetivo comparar modelos em que o concreto reforçado com fibras seria calibrado como um concreto convencional e, posteriormente, calibrado para o modelo adaptado por Chi et al. (2017) para diversas frações de fibras, a fim de possibilitar a observação da sensibilidade que os modelos teriam quando

variados todos os parâmetros do concreto em razão do acréscimo das fibras. Em especial, essa observação recairá sobre a importância do ângulo de dilatação, visto que, dentre os parâmetros adaptados, esse não apresenta um comportamento benéfico para o material reforçado pelas fibras, como é possível observar em estudos experimentais.

1.2 Justificativa

O concreto reforçado com fibras híbridas (HFRC) possui inúmeras vantagens em relação ao concreto convencional, tal como resistência à compressão e à tração, absorção de energia, ductilidade pós-pico quando submetido à tração, etc. No entanto, a maioria das pesquisas realizadas a respeito do material em questão se encontram em estudos experimentais, sendo ainda defasado o estudo da aplicação do concreto reforçado nos meios computacionais quando comparado às pesquisas em ensaios laboratoriais (CHI et al., 2017). Ainda nesse meio, a análise em elementos finitos, além de envolver uma gama de dificuldades relacionadas à convergência da malha, problemas com métodos numéricos e problemas não lineares, é totalmente dependente das relações constitutivas dos materiais utilizados (CHI; XU; YU, 2014). A propagação do estudo das relações constitutivas do HFRC permite conhecer o material de uma maneira mais profunda, de modo que é possível se aproximar cada vez mais do comportamento real do compósito nas simulações numéricas.

Além disso, os parâmetros adaptados por Chi et al. (2017) para o CDP apresentam um comportamento benéfico com a adição de fibras, exceto no que se refere ao ângulo de dilatação, que diminui com o acréscimo. Nesse sentido, sob um contexto geral, torna-se questionável se o acréscimo de fibras é benéfico para o material, a partir de um determinado valor de fração volumétrica de acréscimo, tendo em vista a variação negativa do parâmetro supracitado.

1.3 Objetivos

Tendo como pressuposto a necessidade de estudo da modelagem numérica do concreto reforçado com fibras, bem como de suas aplicações em soluções estruturais, este trabalho toma como objetivos:

1.3.1 Objetivo geral

Comparar os modelos numéricos CDP (*Concrete damaged plasticity*) e CDPM (*Concrete damaged plasticity Modified*) para variar frações volumétricas intermediárias de fibras e compará-las com o concreto convencional.

1.3.2 Objetivos específicos

- Simular numericamente o concreto comum em pilares, tal como realizado no trabalho de Huang et al. (2015).
- Simular numericamente o concreto reforçado com fibras híbridas (HFRC) em pilares, da mesma forma que foi realizado no trabalho de Huang et al. (2015).
- Ajustar a equação proposta para o ângulo de dilatação do concreto reforçado com fibras híbridas (HFRC) em função do teor de fibras e de sua relação de aspecto, de modo que ela se aproxime mais dos dados experimentais.
- A partir de novas frações volumétricas de fibras, gerar novas relações de tensão por deformação e dano por deformação, bem como os parâmetros de entrada necessários para o CDP, a fim de avaliar a sensibilidade do material ao ângulo de dilatação.

1.4 Metodologia resumida

Com o intuito de auxiliar na compreensão do presente trabalho, seguem na Tabela 1.1 as ações metodológicas para cumprir os mencionados objetivos específicos:

Tabela 1 – Ações metodológicas

Objetivo geral	Ações Metodológicas
<p>1. Objetivo Específico 1: Simular numericamente o concreto comum em pilares, tal como realizado no trabalho de Huang et al. (2015).</p>	<p>1.1 Modelar no Software ABAQUS o pilar de concreto convencional presente no trabalho de Huang et al (2015).</p> <p>1.2 Validar o modelo sob o carregamento lateral utilizado no experimento do autor.</p>
<p>2. Objetivo Específico 2: Simular numericamente o concreto reforçado com fibras (HFRC), da mesma forma que foi realizado no trabalho de Huang et al. (2015).</p>	<p>2.1 Implementar em planilhas eletrônicas as equações que representam o comportamento do HFRC à tração e calibrá-las com as amostras presentes no artigo de Xu et al. (2016).</p> <p>2.2 Implementar em planilhas eletrônicas as equações que representam o HFRC à compressão e calibrá-las com as amostras presentes no artigo de Chi et al. (2014a).</p> <p>2.3 Implementar as equações que adaptam os parâmetros contemplados no CDP.</p> <p>2.4 Modelar no Software ABAQUS o pilar de HFRC presente no trabalho de Huang et al. (2015).</p> <p>2.5 Validar o modelo sob o carregamento lateral utilizado no experimento do autor.</p>
<p>3. Ajustar a equação proposta para o ângulo de dilatação do concreto reforçado com fibras híbridas (HFRC) em função do teor de fibras e de sua relação de aspecto, de modo que ela se aproxime mais dos dados experimentais.</p>	<p>3.1 Pesquisar métodos numéricos para ajustar a expressão proposta para o ângulo de dilatação do HFRC.</p> <p>3.2 Verificar se a expressão apresenta fidelidade estatística para os dados experimentais.</p>

4. Objetivo Específico 4: Variar as curvas do material para diferentes frações volumétricas de fibras e diferentes relações de aspecto.

4.1 Partindo do modelo de dano adotado no objetivo específico anterior, variar as frações volumétricas do aço de 1,0% e 1,25% e para a fibra de polipropileno de 0,1% e 0,125% combinando-as entre si.

4.2 Variar as relações de aspecto das fibras de aço em 30, 60 e 80.

4.3 Comparação dos resultados com o pilar de concreto convencional simulado no objetivo específico número 1.

2. COMPORTAMENTO DO CONCRETO COMUM

O modelo constitutivo que será a base deste trabalho é o CDP (Concrete Damaged Plasticity), que será utilizado tanto para o concreto convencional quanto para o concreto reforçado com fibras. Destaca-se que os principais dados de entrada para esse modelo constitutivo são as curvas de tração e compressão uniaxiais do concreto. Sendo assim, este capítulo teórico tem como objetivo principal estudar o comportamento do concreto convencional, baseado nos trabalhos de Hordijk (1992) e Carreira e Chu (1985), onde abordam, respectivamente, o concreto à tração e o concreto à compressão.

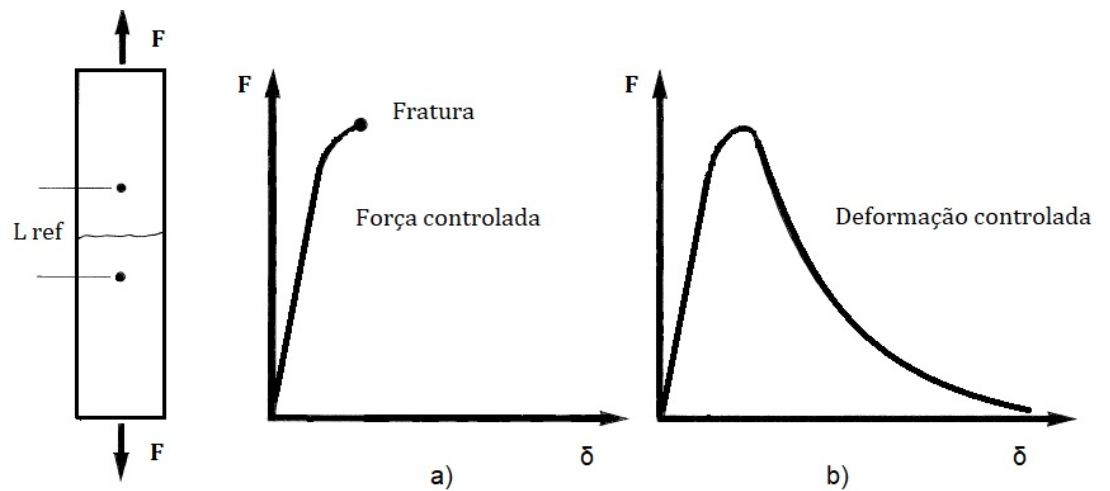
2.1 Resistência à Tração

No trabalho de Hordijk (1992) é apresentada a aplicação da mecânica da fratura ao concreto. Segundo o autor, até meados do século passado, essa abordagem já havia sido aplicada a vários materiais para representar o comportamento ao redor da ponta de uma fissura. No entanto, a mecânica da fratura da época ainda não correspondia ao comportamento do concreto. Somente a partir de 1976, Hillerborg, Modéer e Petersson (1976) apresentaram o *fictitious crack model* (modelo de fissura fictícia, em tradução livre), aplicando assim a mecânica da fratura ao concreto. Este modelo é, ainda hoje, utilizado como referência para representar o comportamento não-linear do concreto à tração, inclusive implementado em *softwares* comerciais como o ABAQUS®.

Com a possibilidade de estudar o comportamento não-linear do concreto, o estudo desse material sob tração aumentou consideravelmente, principalmente no que diz respeito ao comportamento pós-pico (ou amolecimento do material). Nesse sentido, o trabalho de Hordijk (1992) busca uma aproximação numérica que contemple os conceitos da mecânica da fratura para análise não-linear do concreto à tração.

Como considerações iniciais, o autor nos apresenta diferenças no comportamento do concreto quando o ele é ensaiado axialmente à tração. Por exemplo, considerando como parâmetro de controle a força aplicada pela prensa, ao submeter uma barra ao esforço de tração, o material se romperá assim que atingida sua capacidade máxima de carga, conforme está representado na Figura 1 a). Em contrapartida, se o parâmetro de controle do ensaio for a deformação de um certo comprimento de referência, o material apresenta um comportamento pós-pico, como mostra a Figura 1 b).

Figura 1 – Representação do comportamento do concreto para diferentes tipos de controle de ensaio

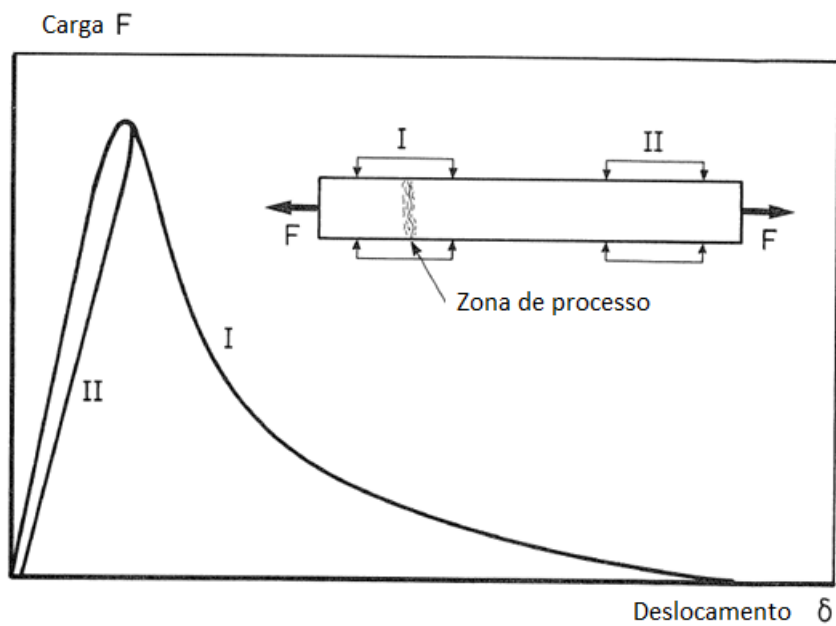


Fonte: Adaptado de Hordjik (1992).

Como consequência desse fenômeno, existe uma zona além da primeira fissura visível na qual a transferência de esforços e tensões está diretamente relacionada com a abertura de fissuras. Segundo o autor, assim é representado o princípio básico do *fictitious crack model*. Além disso, o autor exemplifica como fissura fictícia aquela que, mesmo existente, ainda é capaz de transmitir tensões, sendo possível seu fechamento em casos de carregamentos cíclicos.

Ao carregar uma barra à tração, nota-se que seu comportamento se manifesta elástico quase até alcançar o pico de tensão. Ao atingir esse pico, na região mais fraca do corpo de ensaio, inicia-se a formação de microfissuras (zona de processo ou zona de amolecimento) que, caso o carregamento da barra não seja interrompido, se tornarão microfissuras, como apresentado na Figura 2.

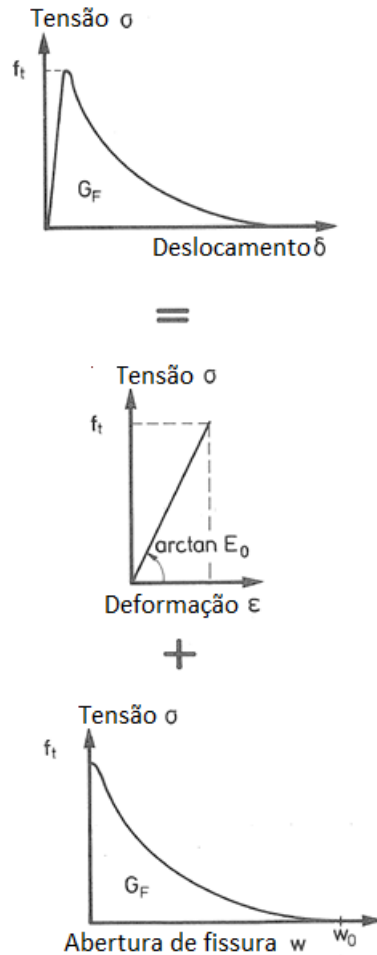
Figura 2 – Curva Força por Deslocamento do concreto para diferentes tipos de controle de ensaio



Fonte: Adaptado de Hordjik (1992).

Como a deformação da parte descendente do gráfico depende da abertura de fissuras, torna-se necessário separar os gráficos, como apresentado na Figura 3.

Figura 3 – Gráficos Tensão por Deformação e Tensão por Abertura de fissura



Fonte: Adaptado de Hordjik (1992).

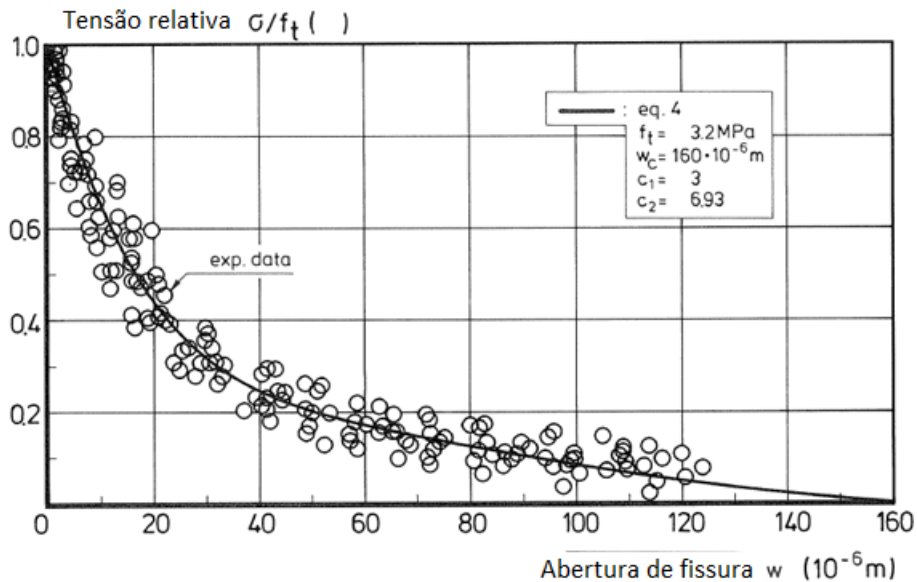
Observa-se da Figura 3 que ocorre a separação do resultado produzido pelo ensaio tensão x deslocamento. A primeira parte é totalmente convertida num gráfico tensão x deformação, podendo ser muito bem representada num trecho linear com inclinação equivalente ao módulo de elasticidade do concreto. A segunda parte dessa divisão representará o comportamento pós-pico (amolecimento ou *softening behavior*), onde essa tensão é dependente da abertura das fissuras do concreto.

Para calcular a parte descendente do concreto à tração, os autores utilizam um parâmetro muito importante, denominado energia de fratura. Esse parâmetro é definido como a energia necessária para criar uma unidade de área da superfície de fissura, sendo também calculado pela área sob a curva da relação entre tensão e a abertura de fissuras. Num primeiro momento, a

partir de dados experimentais, o autor buscou uma expressão numérica que representasse o comportamento do material à tração, A expressão que ajusta esse é comportamento é dada na Equação (1) e foi obtida através dos dados mostrados na Figura 4.

$$\frac{\sigma_t(w)}{f_t} = \left[1 + \left(C_1 \frac{w}{w_c} \right)^3 \right] e^{-C_2 \frac{w}{w_c}} - \frac{w}{w_c} (1 + C_1^3) e^{-C_2} \quad (1)$$

Figura 4 – Tensão relativa por abertura de fissuras



Fonte: Hordijk (1992).

Como indicado na Figura 4, o melhor ajuste se dá para C_1 e C_2 iguais à 3 e 6,93, respectivamente. Ao escolher uma tensão relativa igual à 0, encontra-se o w_c (abertura de fissura crítica), que representa uma fissura completamente separada. Na Equação (1), o parâmetro w_c será uma variável de ajuste da curva normalizada de tensão x abertura de fissuras. Calculando-se a área sob a curva e isolando-se o parâmetro de ajuste w_c , chega-se à Equação (2).

$$w_c = 5,14 \frac{G_f}{f_t} \quad (2)$$

Segundo Hordijk (1992), a partir de uma série de ensaios de deformação controlada presentes na literatura, foram observadas boas previsões das Equações 1e 2. Mesmo nas

situações em que a mistura de concreto era diferente, a forma do gráfico se apresentava muito semelhante àquela proposta pela relação constitutiva.

Ainda no trabalho de Hordijk (1992), o autor busca estimar a energia de fratura do concreto a partir de outros parâmetros, variando a classificação do concreto (normal ou *lightweight*), o tamanho máximo do agregado, a resistência à compressão, a relação de água e cimento etc. É registrado pelo autor que, na ausência de dados experimentais, estima-se a energia de fratura em função da resistência à compressão e do tamanho máximo do agregado segundo a Equação (3), retirada da norma CEB-FIP Model Code 1990 (1993):

$$G_f = \alpha f_{ck}^{0,7} \quad (3)$$

Nesse contexto, é demonstrado pelos autores que, para a época, essa expressão concordava muito bem com os dados experimentais em uma limitada faixa de tamanho de agregado. Essa equação já possui atualização pela norma CEB-FIP (2010), demonstrada na Equação (4):

$$G_f = 73 f_{cm}^{0,18} \quad (4)$$

Onde, ainda, calcula-se f_{cm} a partir da Equação (5):

$$f_{cm} = f_{ck} + 8 \quad (5)$$

A partir das equações dadas até o momento, é possível definir o comportamento da relação entre tensão e abertura de fissuras do material para um dado f_{ck} . Contudo, como será demonstrado posteriormente, os dados de entrada do modelo constitutivo utilizado não têm relação com a abertura de fissuras, já que o modelo em si não considera uma fissura típica, sendo um modelo de dano plástico isotrópico. Dessa forma, faz-se necessário converter a abscissa da Equação (1), de modo que coincida com a do modelo constitutivo que, no caso, é a deformação inelástica do concreto à tração.

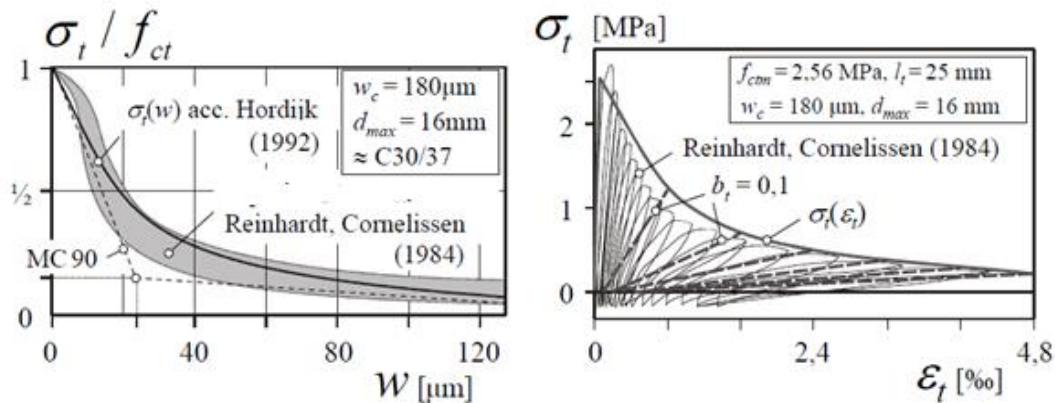
Essa conversão, segundo Birtel e Mark (2006), é realizada ao dividir a abertura crítica de fissura pelo comprimento característico do elemento finito. No caso de elementos hexaédricos que possuem todos os lados equivalentes, esse valor corresponderá à própria medida do lado.

Outra curva necessária como dado de entrada para o modelo é a relação entre o dano do material e a deformação inelástica. De acordo com Birtel e Mark (2006), o dano à tração depende diretamente da deformação plástica segundo a Equação (6):

$$d_t = 1 - \frac{\sigma_t E_c^{-1}}{\varepsilon_t^{pl} \left(\frac{1}{b_t} - 1 \right) + \sigma_t E_c^{-1}} \quad (6)$$

Ainda segundo os autores, a deformação plástica ε_t^{pl} é diretamente proporcional a deformação inelástica ε_t^{in} a partir da constante b_t . Essa constante de proporcionalidade é verificada a partir de dados experimentais realizados por Reinhardt e Cornelissen (1984), sendo equivalente à 0,1, como apresentado na Figura 5.

Figura 5 – Relações tensão por abertura de fissuras e tensão por deformação



Fonte: Birtel e Mark (2006).

Assim, tem-se como resultado final do raciocínio empregado as curvas de tensão por deformação inelástica e dano por deformação inelástica, que são necessárias para a utilização do modelo constitutivo adotado para o presente trabalho.

2.2 Resistência à Compressão

No trabalho desenvolvido por Carreira e Chu (1986) foi proposta uma equação geral que pudesse representar a relação entre tensão e deformação do concreto comum à compressão. Na pesquisa, os autores enumeram uma série de condições para o desenvolvimento da equação, quais sejam: apresentar boa comparação com resultados experimentais; possuir ramos ascendente e descendente; ser baseada em parâmetros físicos que podem ser determinados experimentalmente sendo que, na origem, a derivada da tensão em relação a deformação seja equivalente ao módulo de elasticidade tangente do concreto, e no pico de tensão, a mesma

derivada seja equivalente à zero. Outras condições que os autores citam como preferíveis são: formulação matemática simples; uma única equação para o ramo ascendente e descendente; integrais de fácil solução.

Para determinação da solução, os principais parâmetros físicos a serem utilizados são: tensão máxima de compressão; deformação correspondente à tensão máxima; módulo de elasticidade do concreto; módulo de elasticidade tangente do concreto e deformação última do concreto.

Já no início da pesquisa, Carreira e Chu (1986) propuseram duas equações que pudessem atender a todos os requisitos elencados anteriormente. Na Equação (7), tem-se a função normalizada da tensão em relação a deformação, enquanto na Equação (8) tem-se o cálculo de um parâmetro de ajuste utilizado para controlar a forma que a curva apresentada pela Equação (7) irá tomar:

$$\frac{\sigma}{f_c} = \frac{\beta_0 \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_c}\right)}{\beta_0 - 1 + \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_c}\right)^{\beta_0}} \quad (7)$$

$$\beta_0 = \frac{1}{1 - \frac{f_c}{\varepsilon_c E_c}} \quad (8)$$

Onde: σ representa a tensão de compressão; ε é a deformação do concreto; f_c representa a tensão máxima de compressão; ε_c é a deformação de pico; E_c é o módulo de elasticidade tangente do concreto; e β_0 é o parâmetro de ajuste do material.

A partir das duas equações propostas por Carreira e Chu (1986) é possível desenvolver a relação entre a tensão e a deformação na compressão. Novamente, como foi realizado com o modelo proposto por Hordijk (1992), as curvas precisam ser ajustadas para serem inseridas no modelo constitutivo utilizado neste trabalho. Tal reajuste tem como objetivo a conversão da deformação para deformação inelástica, visto que o CDP não necessita da fase elástica. Destaca-se que essa conversão da abscissa é relativamente mais simples no caso da compressão, já que somente será descontada a fase elástica da deformação, como apresentado na Equação (9).

$$\varepsilon^{in} = \varepsilon - \frac{\sigma}{E_0} \quad (9)$$

Onde: ε^{in} é a deformação inelástica do concreto; ε é a deformação total; σ é a tensão no concreto e E_0 é o módulo de elasticidade inicial.

Já a relação de dano à compressão por deformação inelástica será estimada novamente como sugerido por Birtel e Mark (2006), de maneira semelhante a que foi feita para à tração. A Equação (10) indica como calcular o dano à compressão:

$$d_c = 1 - \frac{\sigma_c E_c^{-1}}{\varepsilon_c^{pl} \left(\frac{1}{b_c} - 1 \right) + \sigma_c E_c^{-1}} \quad (10)$$

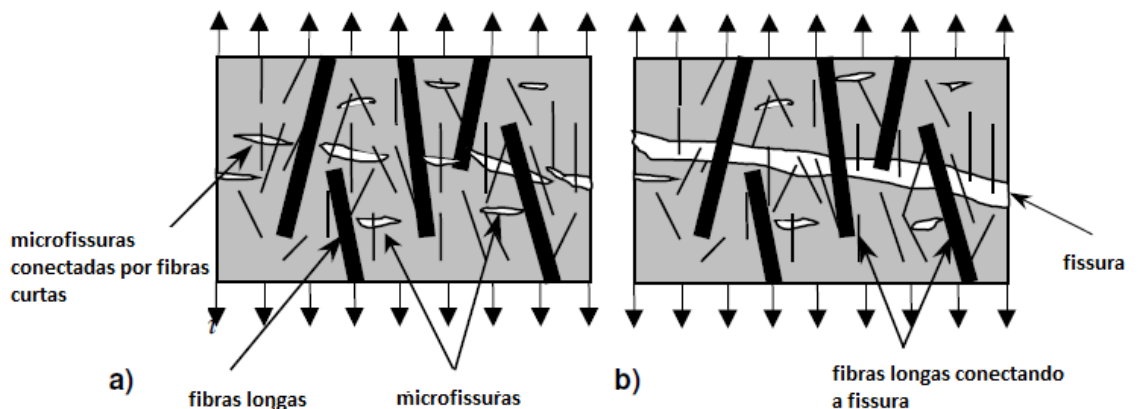
Ato contínuo, assim como foi realizado para a tração, essa relação foi comparada com resultados experimentais, de modo que o fator b_c foi ajustado no valor de 0,7. Mantiveram-se, dessa forma, boas correlações com dados experimentais.

3. COMPORTAMENTO DO CONCRETO REFORÇADO COM FIBRAS HÍBRIDAS

Tal como realizado no capítulo anterior, o presente capítulo abordará a relação entre tensão e a deformação do concreto quando submetido a esforços uniaxiais de tração e compressão. Contudo, as análises feitas a partir de agora serão fundamentadas em um concreto com a incorporação de fibras de aço e polipropileno.

Um trabalho que possui um marco no que tange o concreto reforçado com fibras híbridas é do de Marković (2006), onde o autor pesquisou alguns tipos de concreto com a incorporação de fibras de aço de dois tipos, fibras curtas e fibras longas. Foi observado na pesquisa que as fibras de diferentes comprimentos atuam em fases diferentes do material. Avaliando o comportamento a flexão em um ensaio de três pontos, e a partir desse escolher os melhores resultados para realizar um ensaio de tração. Observou-se que as fibras curtas, até por possuir um maior número de fibras pra uma mesma fração volumétrica, atuam melhor na microfissuração do concreto. Isso implica em uma maior resistência à tração para que aconteça a primeira fissura do concreto, resultando também em uma maior resistência máxima à tração. Após a primeira fissura, as fibras curtas vão ficando menos eficazes, visto que elas são arrancadas da matriz cimentícia. Em contrapartida as fibras longas são mais eficazes após a primeira fissura, fazendo com que a fase de “endurecimento” do concreto seja mais proeminente e mantenha uma boa ductilidade inclusive do material após o pico. Uma breve ilustração é apresentada na Figura 6.

Figura 6 – Ilustração da mecânica da fratura do concreto reforçado por fibras híbridas



Fonte: Adaptado de Marković (2006).

Identificado por Koniki e Prasad (2019), uma observação a combinação de fibras metálicas com não metálicas é mais eficiente, o que reforça estudar o comportamento do concreto híbrido com outros tipos de combinação, não apenas de fibras curtas e longas de aço. Para tanto, o desenvolvimento deste capítulo é baseado, principalmente, no trabalho de Xu et al. (2016), no que concerne ao concreto reforçado com fibras submetido à tração, bem como na pesquisa de Chi et al. (2014) para o material submetido à compressão. Ambos os trabalhos passaram por ajustes para que pudessem ser aplicados no trabalho de Chi et al. (2017), que adapta alguns parâmetros do *Concrete Damaged Plasticity*, a fim de que o modelo constitutivo se aproxime do comportamento do concreto quando reforçado por fibras híbridas de aço de polipropileno.

3.1 Comportamento do concreto reforçado com fibras híbridas de aço e polipropileno sob tração

Em um primeiro momento, Xu et al. (2016) realizaram um programa experimental para mensurar a tensão máxima de tração e a correspondente deformação de pico de uma série de corpos de prova. Nesse programa, variava-se o teor de fibras de polipropileno, o teor das fibras de aço e, inclusive, a relação de aspecto deste último. No total, foram ensaiados 34 corpos de prova, sendo que 27 foram ensaiados com concreto reforçado com fibras híbridas, 3 com concreto reforçado com fibras de aço, 3 com concreto reforçado com fibras de polipropileno e 1 com concreto normal de referência. A Tabela 2 apresenta todas as amostras em função de seu número, as variações dos teores de fibras para ambos os tipos, bem como a relação de aspecto da fibra de aço.

Tabela 2 – Relação das Amostras submetidas ao ensaio de tração

Nº Amostra	Vs (%)	Relação de Aspecto das fibras de aço	Vp (%)	Tensão de Tração (Mpa)	Deformação de pico (10e-6)
1	1,1	30	0,11	3,64	198,0
2	1,1	60	0,11	3,996	212,9
3	1,1	80	0,11	4,165	212,7
4	1,1	30	0,15	3,730	217,7
5	1,1	60	0,15	4,097	194,5
6	1,1	80	0,15	4,221	205,5
7	1,1	30	0,19	3,849	198,8
8	1,1	60	0,19	4,177	206,9
9	1,1	80	0,19	4,344	215,3
10	1,5	30	0,11	3,746	225,8
11	1,5	60	0,11	4,228	212,8
12	1,5	80	0,11	4,579	246,4
13	1,5	30	0,15	4,049	222,9
14	1,5	60	0,15	4,524	231,8
15	1,5	80	0,15	4,694	259,6
16	1,5	30	0,19	4,087	212,1
17	1,5	60	0,19	4,509	222,6
18	1,5	80	0,19	4,884	242,5
19	1,9	30	0,11	3,909	225,0
20	1,9	60	0,11	4,499	239,3
21	1,9	80	0,11	5,139	252,1
22	1,9	30	0,15	4,122	223,8
23	1,9	60	0,15	4,384	249,8
24	1,9	80	0,15	5,490	271,3
25	1,9	30	0,19	4,917	235,9
26	1,9	60	0,19	4,511	269,5
27	1,9	80	0,19	5,238	279,6
28	1,1	60	-	3,780	181,9
29	1,5	60	-	4,158	203,0
30	1,9	60	-	4,378	222,3
31	-	-	0,11	3,222	139,1
32	-	-	0,15	3,185	142,4
33	-	-	0,19	3,184	148,7
34	-	-	-	2,957	123,6

Fonte: Adaptado de Xu et al. (2016).

A partir dos dados gerados na Tabela 1 e nas curvas produzidas em cada um dos ensaios, os autores propuseram equações que pudessem determinar o aumento da tensão máxima de tração do HFRC e o aumento da deformação de pico do HFRC para o mesmo esforço. A

determinação desse aumento é fundamentada na tensão máxima de tração do concreto de referência, na deformação de pico do concreto de referência e nos índices de reforço de aço e de polipropileno. Na Equação (11), os autores propõem uma relação linear entre a resistência à tração e ao índice das fibras.

$$f_{ft} = f_t(1 + \beta_1\lambda_s + \beta_2\lambda_p) \quad (11)$$

Onde: f_{ft} é a resistência máxima de tração do concreto reforçado com fibras híbridas; f_{mt} é a resistência máxima de tração do concreto comum; λ_s é o índice de reforço de fibras de aço; λ_p é o índice de reforço de fibras de polipropileno; e β_1 e β_2 são coeficientes de peso para cada um dos índices de reforço.

Ainda, os índices de reforço λ_s e λ_p são calculados conforme a Equação (12).

$$\lambda_{s,p} = V_{s,p} \frac{l_{s,p}}{d_{s,p}} \quad (12)$$

Onde: V indica o teor de fibras; l indica o comprimento da fibra e d indica o diâmetro da fibra.

No artigo, os pesquisadores determinaram os coeficientes α e β em função dos resultados das amostras indicados na Tabela 1, de modo que $\beta_1 = 0,397$ e $\beta_2 = 0,02$.

Da mesma maneira, os autores propuseram uma relação semelhante que pudesse indicar qual seria a deformação de pico do concreto reforçado com fibras híbridas, como mostra a Equação (13).

$$\varepsilon_{ft} = \varepsilon_t(1 + 0,498\lambda_s + 0,697\lambda_p) \quad (13)$$

Sendo: ε_{ft} a deformação máxima de pico do concreto reforçado com fibras híbridas e ε_t a deformação máxima de pico do concreto comum.

Determinadas a tensão máxima e a deformação de pico para o concreto reforçado, os autores propuseram duas equações que formam os ramos ascendente e descendente das curvas de tração, sendo apresentadas nas Equações (14) e (15).

$$y_t = c_{t0}x + (1,5 - 1,25c_{t0})x^2 + (0,25c_{t0} - 0,5)x^6 \quad 0 \leq x \leq 1 \quad (14)$$

$$y_t = \frac{x}{c_{t1}(x-1)^{1,7+x}} \quad x > 1 \quad (15)$$

Nestas equações, y e x representam as tensões e as deformações normalizadas, respectivamente. Os parâmetros c_{t0} e c_{t1} também são dependentes do índice de reforço das fibras, como indicados nas Equações (16) e (17).

$$c_{t0} = 1,2(1 + 0,265\lambda_s + 0,277\lambda_p) \quad 1,2 \leq c_{t0} \leq 2 \quad (16)$$

$$c_{t1} = \frac{0,312f_t^2}{(1+3,366\lambda_s+3,858\lambda_p)} \quad 0 \leq c_{t1} \leq 1,5 \quad (17)$$

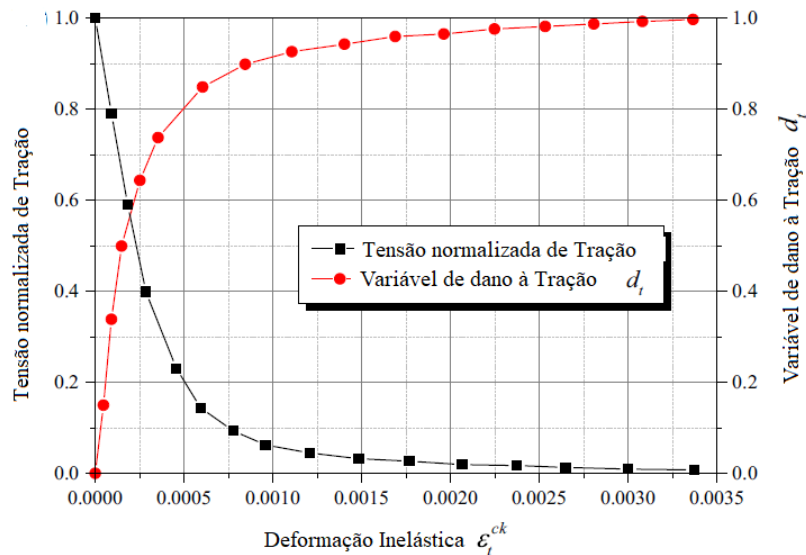
No caso do dano do concreto reforçado será utilizada a equação desenvolvida por Chi et al. (2017). Na formulação utilizada por estes autores, foi adaptada uma função de decaimento exponencial de primeira ordem, como segue na Equação (18), complementada pela Equação (19) e com representação gráfica apresentada na Figura 7.

$$d_t = \frac{1}{e^{-1/m_t}-1} \left(e^{-\varepsilon_{t,norm}^{in}/m_t} - 1 \right) \quad (18)$$

$$\varepsilon_{t,norm}^{in} = \frac{\varepsilon_t^{in}}{\varepsilon_{tu}^{in}} \quad (19)$$

Onde: d_t é o dano à tração; m_t é o parâmetro que controla a evolução do dano à tração; $\varepsilon_{t,norm}^{in}$ é a deformação inelástica à tração normalizada; ε_t^{in} é a deformação inelástica à tração; e ε_{tu}^{in} é a deformação inelástica última à tração.

Figura 7 – Evolução do dano à tração no concreto comum



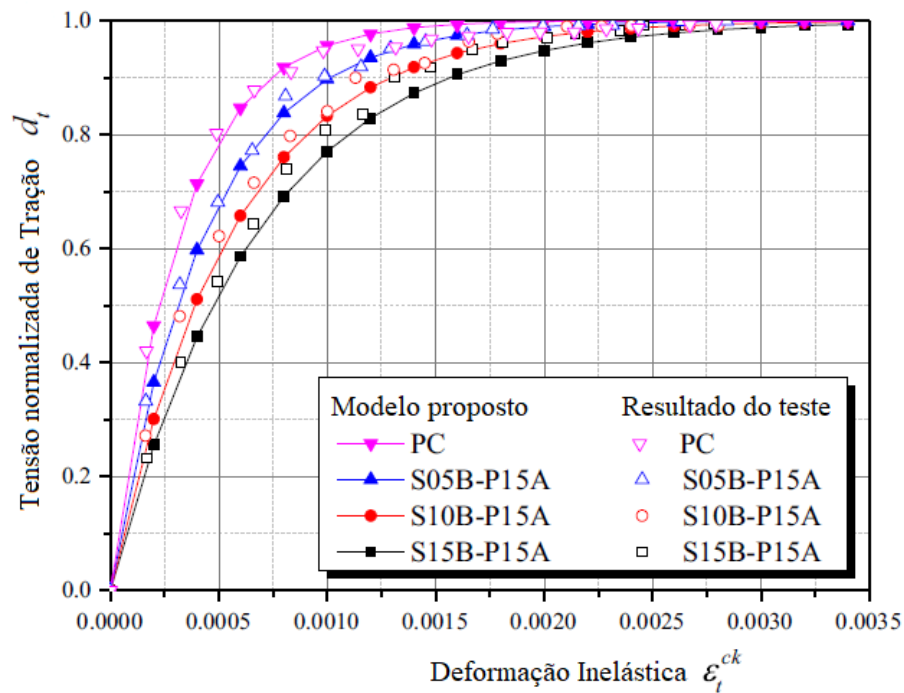
Fonte: Huang e Liew (2015)

Os autores Huang e Liew (2015) verificaram que, para o concreto comum, m_t é equivalente à 0,05, ao passo que a deformação inelástica última à tração ε_{tu}^{in} é equivalente à 0,0033. Na pesquisa de Chi et al. (2017), os autores adaptam o parâmetro m_t para m_t^{hf} , de modo que este seja o parâmetro que controle a evolução do dano no concreto reforçado com fibras híbridas. Esta adaptação tem a forma apresentada na Equação (20).

$$m_t^{hf} = m_t(1 + 0,628\lambda_s + 0,156\lambda_p) \quad (20)$$

A Figura 8 ilustra como essas equações se comportam para o concreto reforçado por diferentes teores de fibras, também comparando-as com um concreto comum de referência.

Figura 8 – Comparação das curvas de dano do concreto comum e do concreto reforçado



Fonte: Chi et al. (2017).

3.2 Comportamento do concreto reforçado com fibras híbridas de aço e polipropileno sob compressão

No trabalho de Chi et al. (2014), assim como explicado no capítulo referente à tração, os autores realizaram um programa experimental para mensurar a tensão máxima de compressão e a correspondente deformação de pico de uma série de corpos de prova, por intermédio da variação do teor de fibras de polipropileno, do teor das fibras de aço e de suas respectivas relações de aspecto. Registra-se que, para essa nova análise, foram ensaiados, ao

todo, 30 corpos de prova, sendo 27 correspondentes ao concreto reforçado com fibras híbridas, 1 correspondente ao concreto reforçado com fibras de aço, 1 correspondente ao concreto reforçado com fibras de polipropileno e, por fim, 1 com o concreto normal de referência. A Tabela 3 apresenta todas as amostras em função de seu número, as variações dos teores de fibras, bem como as relações de aspecto para ambos os tipos.

Tabela 3 – Relação das Amostras submetidas ao ensaio de compressão

Nº Amostra	Vs (%)	Relação de Aspecto das fibras de aço	Vp (%)	Relação de Aspecto das fibras de PP	Tensão de Compressão (Mpa)	Deformação de pico (10e-6)
1	0,5	30	0,05	167	33,90	1265
2	0,5	60	0,05	396	33,56	1370
3	0,5	80	0,05	396	35,52	1556
4	0,5	30	0,1	396	31,55	1157
5	0,5	60	0,1	396	37,27	1552
6	0,5	80	0,1	167	40,62	1927
7	0,5	30	0,15	396	35,55	1387
8	0,5	60	0,15	167	35,35	1832
9	0,5	80	0,15	396	43,63	1398
10	1,0	30	0,05	396	32,30	1900
11	1,0	60	0,05	396	32,11	1608
12	1,0	80	0,05	167	35,93	1525
13	1,0	30	0,1	396	35,12	1461
14	1,0	60	0,1	167	38,99	1807
15	1,0	80	0,1	396	34,27	1559
16	1,0	30	0,15	167	33,99	1513
17	1,0	60	0,15	396	37,26	1352
18	1,0	80	0,15	396	33,76	1416
19	1,5	30	0,05	396	34,77	1548
20	1,5	60	0,05	167	38,79	1701
21	1,5	80	0,05	396	35,07	1575
22	1,5	30	0,1	167	40,08	1714
23	1,5	60	0,1	396	39,84	1309
24	1,5	80	0,1	396	33,67	1975
25	1,5	30	0,15	396	37,93	1604
26	1,5	60	0,15	396	40,73	1628
27	1,5	80	0,15	167	38,73	1999
28	1,5	60	-	-	38,99	1119
29	-	-	0,1	396	30,26	1302
30	-	-	-	-	28,64	1050

Fonte: adaptado de Chi et al. (2014).

Semelhante ao que foi apresentado na seção referente ao material submetido a esforços de tração, a partir dos dados gerados na Tabela 3 e suas respectivas curvas de tensão em função da deformação, os autores propuseram equações que pudessem determinar o aumento da tensão máxima de compressão e da deformação de pico a partir da tensão máxima do concreto de referência, da deformação de pico do concreto de referência e dos índices de reforço de fibras de aço e de polipropileno. Na Equação (21), os autores propõem uma relação linear entre a resistência à tração e ao índice das fibras.

$$f_{fc} = f_c(1 + 0,206\lambda_s + 0,388\lambda_p) \quad (21)$$

Onde: f_{fc} é a resistência máxima de compressão do concreto reforçado com fibras híbridas; f_c é a resistência máxima de compressão do concreto comum.

Da mesma maneira, os autores propuseram uma relação semelhante que pudesse indicar qual seria a deformação de pico do concreto reforçado com fibras híbridas, como mostra a Equação (22).

$$\varepsilon_{fc} = \varepsilon_c(1 + 0,705\lambda_s + 0,364\lambda_p) \quad (22)$$

Sendo: ε_{fc} a deformação máxima de pico do concreto reforçado com fibras híbridas e ε_{mc} a deformação máxima de pico do concreto comum, ambos no caso de esforços de compressão.

Determinadas a tensão máxima e a deformação de pico para o concreto reforçado, os autores propuseram duas equações que formam os ramos ascendente e descendente das curvas de compressão, sendo apresentadas nas Equações (23) e (24).

$$y_c = c_{c0}x + (3 - 2c_{c0})x^2 + (c_{c0} - 2)x^3 \quad 0 \leq x \leq 1 \quad (23)$$

$$y_c = \frac{x}{c_{c1}(x-1)^2+x} \quad x > 1 \quad (24)$$

Nestas equações, y e x representam as tensões e as deformações normalizadas, respectivamente. Os parâmetros c_{c0} e c_{c1} , assim como no caso da tração, também são dependentes do índice de reforço das fibras, sendo calculados nas Equações (25) e (26).

$$c_{c0} = 28,2283 - 23,2771f_{fc}^{0,0374} + 0,4772\lambda_s - 0,4917\lambda_p \quad 1,5 \leq c_{c0} \leq 3 \quad (25)$$

$$c_{c1} = 1 + 0,3688f_{fc}^{-0,2846} - 0,101\lambda_s - \lambda_p \quad (26)$$

Assim como foi utilizado para a tração, o dano do concreto reforçado com fibras sob esforços de compressão será o mesmo utilizado por Chi et al. (2017), como será mostrado na Equação (27).

$$d_c = \frac{1}{e^{-1/m_c} - 1} \left(e^{-\varepsilon_{c,norm}^{in}/m_c} - 1 \right) \quad (27)$$

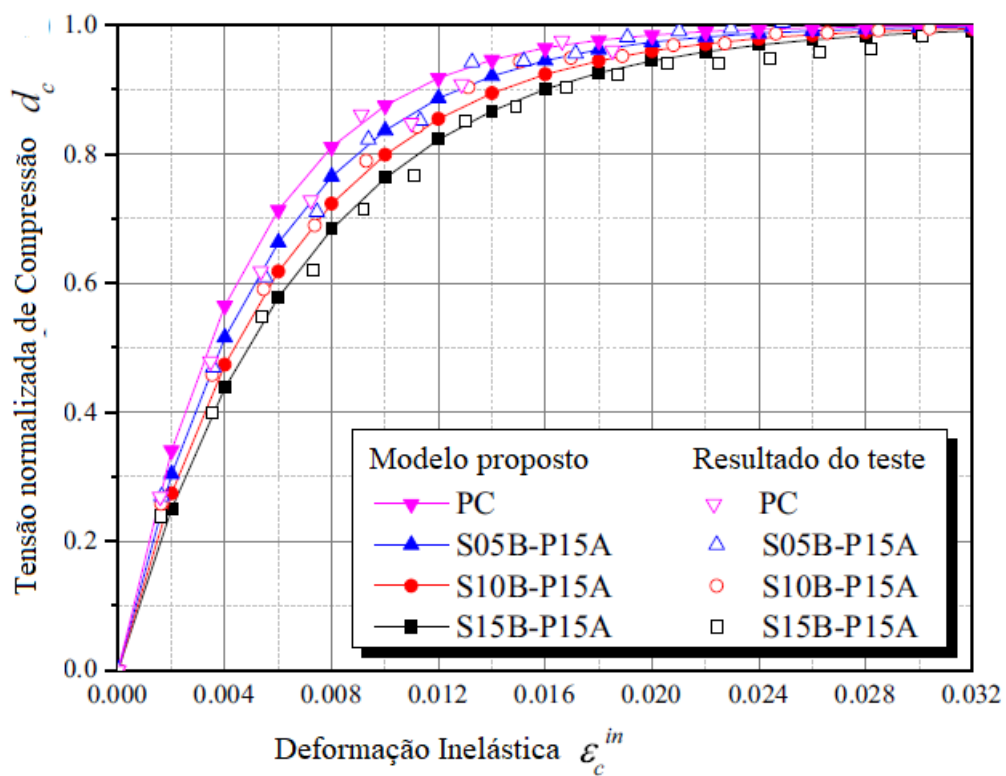
Onde: d_c é o dano à compressão; m_c é o parâmetro que controla a evolução do dano à compressão; $\varepsilon_{c,norm}^{in}$ é a deformação inelástica à compressão normalizada; ε_c^{in} é a deformação inelástica à compressão e ε_{cu}^{in} é a deformação inelástica última à compressão.

Verificado também por Huang e Liew (2015), o concreto comum possui m_c equivalente à 0,1, enquanto que a deformação inelástica última à compressão ε_{cu}^{in} é equivalente à 0,033. Quando adaptado por Chi et al. (2017), da mesma forma como foi realizado na tração, o parâmetro m_c se tornou m_c^{hf} , de modo que este seja o parâmetro que controle a evolução do dano no concreto reforçado com fibras híbridas. Esta adaptação tem a forma apresentada na Equação (28).

$$m_c^{hf} = m_c(1 + 0,452\lambda_s + 0,054\lambda_p) \quad (28)$$

Finalmente, a Figura 8 ilustra como essas equações se comportam para o concreto reforçado por diferentes teores de fibras, comparando-as, ainda, a um concreto comum de referência, semelhante ao apresentado na Figura 8 – porém, a Figura 9 representará as equações relativas aos esforços de compressão.

Figura 9 – Comparação das curvas de dano do concreto comum e do concreto reforçado à compressão



Fonte: Chi et al. (2017).

Assim, finaliza-se o tratamento do comportamento do concreto reforçado com fibras híbridas para esforços uniaxiais de tração e compressão.

4. CONCRETE DAMAGED PLASTICITY

O presente capítulo abordará as características principais do modelo constitutivo adotado para representar o concreto. Com o objetivo de representar as características não-lineares do concreto, Lubliner et al. (1989) desenvolveram, a partir da teoria da plasticidade, o modelo de dano plástico do concreto (Concrete damaged plasticity), que trata o material como um material coesivo que, a partir do dano, pode perder a coesão, conforme é solicitado. Em uma visão geral do modelo constitutivo, tem-se 4 principais componentes, a saber: a evolução do dano; o critério de escoamento; a regra de endurecimento e amolecimento do material; e a regra de escoamento.

Conforme apresentado nos capítulos referentes ao comportamento do concreto, tanto na compressão quanto na tração, o material possui uma perda de rigidez quando ultrapassado seu pico da resistência. Nesse sentido, destaca-se que o comportamento que surge após o pico somente é observável em ensaios onde o parâmetro de controle seja a deformação. Na Figura 10 são apresentados dois diagramas que transmitem esse comportamento apresentado pelo material. Pode-se observar que, em ambos os casos, existe uma fase elástica. Neste intervalo, todas as deformações são reversíveis, de forma que não causam dano algum ao material. O modelo constitutivo entende que a deformação total é causada por duas fases distintas, uma elástica e uma inelástica (irreversível), como apresentado pela Equação (29).

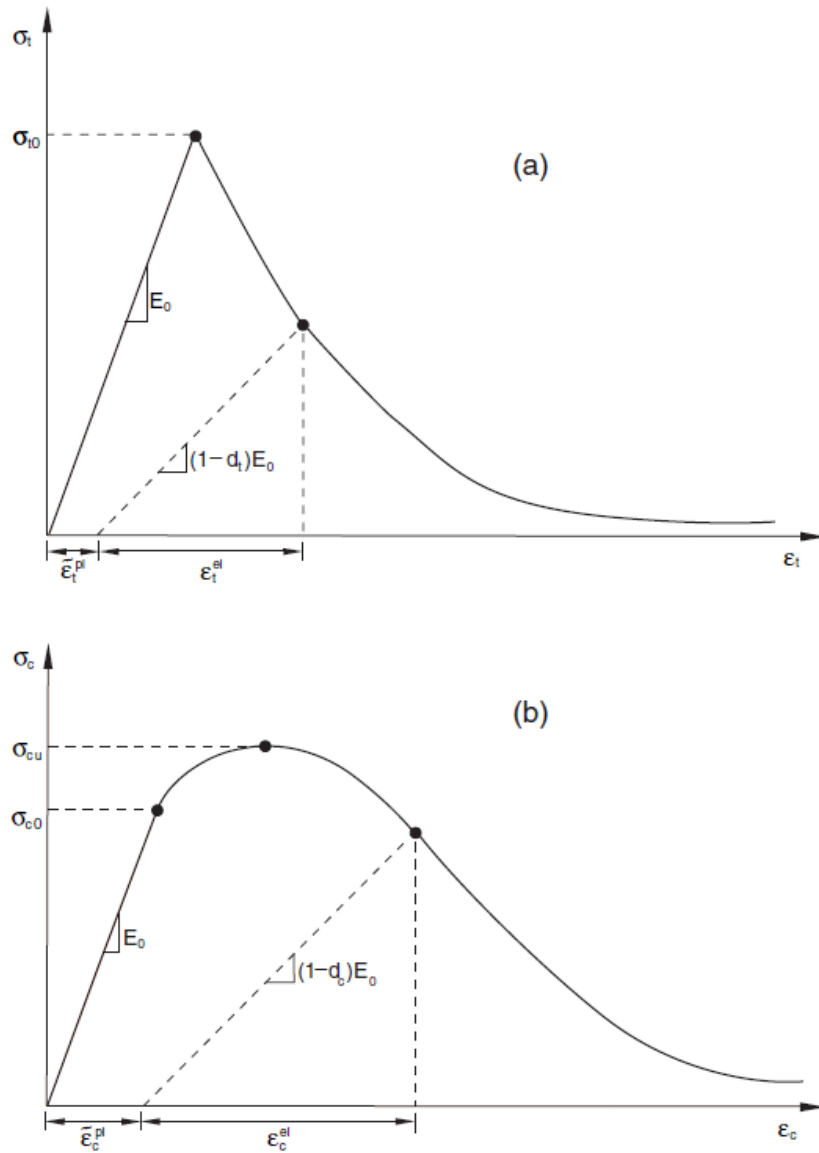
$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^{in} \quad (29)$$

Entretanto, estudos indicam que a não linearidade do concreto pode ser atribuída ao dano ou à plasticidade individualmente, podendo ser, inclusive, uma combinação de ambos. Em contrapartida, a degradação da rigidez é associada principalmente à evolução do dano, de modo que é desejável isolar os efeitos um do outro em simulações numéricas (CHI et al., 2017). No modelo de dano plástico, é introduzida a variável de dano d (já apresentada nos capítulos anteriores), que é responsável pela degradação do material. Quando especificada em condições uniaxiais, a variável é presente, conforme demonstrado nas Equações (30) e (31).

$$\sigma_t = (1 - d_t)E_0(\varepsilon_t - \varepsilon_t^{pl}) \quad (30)$$

$$\sigma_c = (1 - d_c)E_0(\varepsilon_c - \varepsilon_c^{pl}) \quad (31)$$

Figura 10 – Comportamento do Concreto sob a) Tração uniaxial e b) Compressão Uniaxial



Fonte: Abaqus Users Guide (2014).

O critério de escoamento, segundo componente do modelo constitutivo mencionado ao início do tópico, é aquele responsável por determinar o estado crítico de tensão onde dá-se início à plastificação do concreto. No trabalho de Lubliner et al. (1989), os critérios de Mohr-Coulomb e Drucker-Prager são adaptados e utilizados para propor a superfície de escoamento do concreto. Assim, a função que determina a superfície de falha é indicada pelas Equações (32), (33), (34) e (35).

$$F = \frac{1}{1-\alpha} (\bar{q} - 3\alpha\bar{p} + \beta\langle\bar{\sigma}_{max}\rangle - \gamma\langle-\bar{\sigma}_{max}\rangle) = 0 \quad (32)$$

$$\alpha = \frac{(\sigma_{b0}/\sigma_{c0})^{-1}}{2(\sigma_{b0}/\sigma_{c0})^{-1}-1} \quad (33)$$

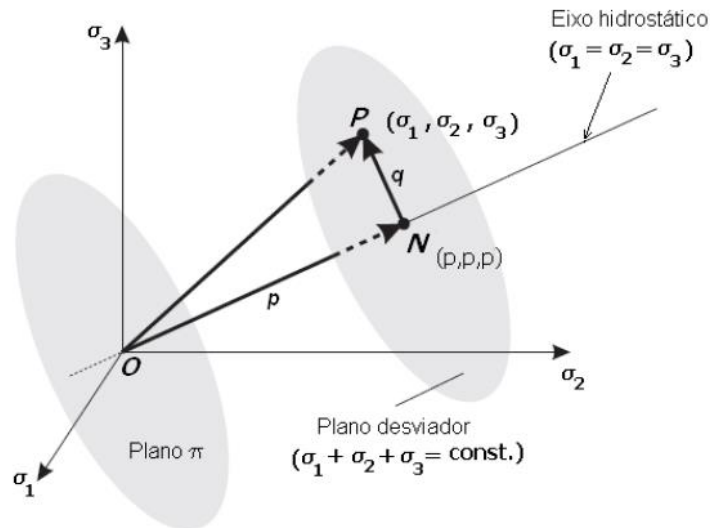
$$\beta = \frac{\sigma_{c0}(\varepsilon_c^{pl})}{\sigma_{t0}(\varepsilon_t^{pl})} (1 - \alpha) - (1 + \alpha) \quad (34)$$

$$\gamma = \frac{3(1-K_c)}{2K_c-1} \quad (35)$$

Onde: \bar{q} é a tensão equivalente de Von mises; \bar{p} é a tensão hidrostática; $\bar{\sigma}_{max}$ é a tensão principal máxima; $\langle \cdot \rangle$ é o operador de Macauley; σ_{b0}/σ_{c0} é a relação entre a compressão biaxial de escoamento e a tensão uniaxial de escoamento; e K_c é a relação do segundo invariante de tensão no meridiano de tração pelo meridiano de compressão.

De maneira simplificada, analisar um estado de tensão no qual ocorrerá o escoamento a partir do tensor de tensões real, ou tensor de Cauchy, é um desafio, já que este possui seis componentes independentes e, graficamente, seria representado por espaço hexa-dimensional. Assim, o modelo trabalha considerando tensões principais, onde graficamente temos o espaço tridimensional de tensões, ou espaço de tensões de Haigh-Westergaard, representado pelo Figura 11.

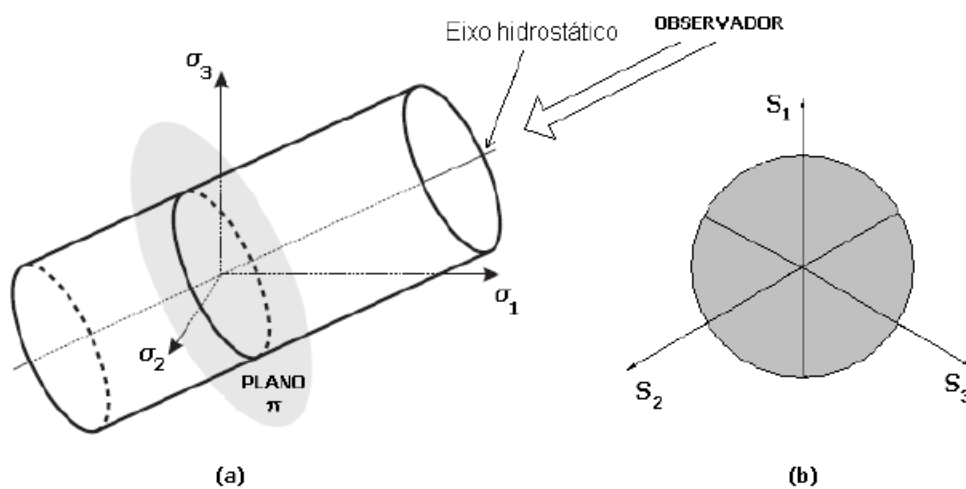
Figura 11 – Espaço de Tensões de Haigh-Westergaard



Fonte: Sarturi (2014).

Ao observar este espaço a partir do eixo hidrostático (eixo onde todas as tensões principais são equivalentes), tem-se a configuração indicada pela Figura 12.

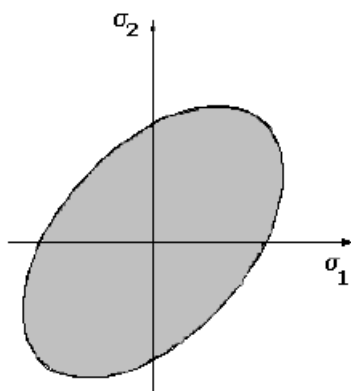
Figura 12 – Exemplo de superfície de escoamento através do eixo hidrostático



Fonte: Sarturi (2014).

Em casos de estado plano de tensões, também pode-se determinar a superfície de escoamento como apresentada na Figura 13.

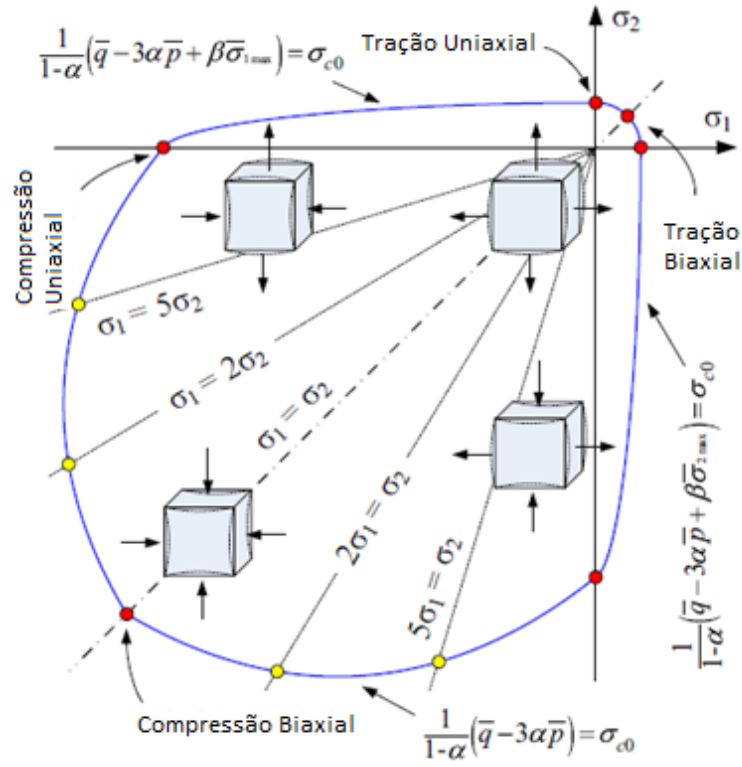
Figura 13 – Superfície de escoamento em estado plano de tensão



Fonte: Sarturi (2014).

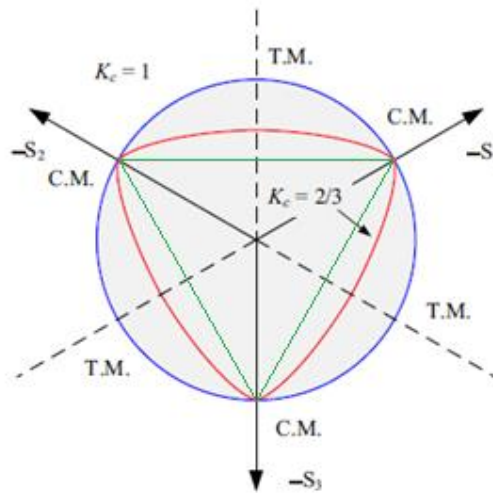
Compreendendo as diversas maneiras de se observar uma superfície de falha em função das tensões principais, o critério de escoamento proposto por Lubliner et al. (1989) indica as seguintes configurações, apresentadas nas Figuras 14 e 15.

Figura 14 – Superfície de escoamento do concreto sob tensão biaxial



Fonte: Chi et al. (2017).

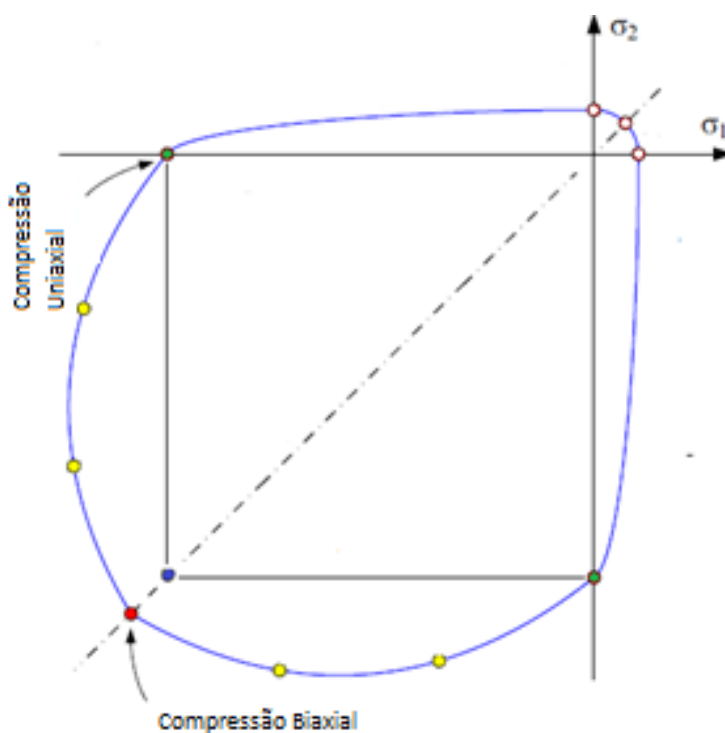
Figura 15: Superfície de escoamento do concreto em estado multiaxial de tensão



Fonte: adaptado de Chi et al. (2017).

As Figuras 14 e 15 são essenciais para auxiliar na compreensão de alguns dos parâmetros comentados a respeito da superfície de escoamento, parâmetros esses que correspondem à parte dos dados de entrada que o modelo de dano plástico solicita. Os parâmetros a serem determinados para formar a superfície de escoamento são α , β e γ . Quando o concreto está sob estado de compressão biaxial, segundo resultados experimentais, a tensão de escoamento do material é maior. Esses valores variam entre 1,10 e 1,16 e podem ser observados de acordo com a Figura 16.

Figura 16 – Traçado das tensões de compressão uniaxial em relação a biaxial no escoamento



Fonte: elaborado pelo autor (2019).

O ponto azul indicado na Figura 16 seria o ponto de escoamento do material caso não houvesse um aumento da tensão de plastificação quando submetido a tensões biaxiais. Assim, sabendo a relação entre a tensão de escoamento biaxial e a tensão de escoamento uniaxial, juntamente com as curvas uniaxiais de tração e compressão, os parâmetros α e β são determinados pelas Equações 33 e 34, sendo σ_{b0}/σ_{c0} um dos primeiros dados de entrada necessários para a aplicação do modelo constitutivo. O parâmetro γ é definido a partir do ensaio triaxial do concreto e ele indica o formato da superfície de escoamento no plano desviador, conforme observa-se na Figura 14. Para um K_c igual à 1, a superfície seria circular (em azul), como no critério de Drucker-Prager; adotando-se o valor de 0,5, a superfície de escoamento

tomaria um formato triangular, como apresentado no traçado verde da Figura 14; enquanto o valor mais usual, segundo Lubliner et al. (1989), irá variar em torno de 0,64 e 0,66, apresentado pelo formato triangular mais arredondado, representado pela cor vermelha. Ressalta-se que o valor do parâmetro pode chegar próximo de 0,8.

Para a regra de escoamento, os autores escolheram uma função potencial plástica de formato hiperbólico. Para chegar a esta regra, é utilizada a função linear de Drucker-Prager juntamente com uma correção por um parâmetro de excentricidade, de modo que seja atingido o formato hiperbólico. A função potencial é dada pela Equação (36).

$$G = \sqrt{(e\sigma_{t0}\tan\psi)^2 + \bar{q}^2} - \bar{p}\tan\psi = 0 \quad (36)$$

Onde: e é o valor da excentricidade que irá corrigir a função de Drucker-Prager, em outras palavras, ela define a taxa com que a função se aproxima da assíntota da função de Drucker-Prager, e ψ é o ângulo de dilatação medido no plano p-q. Ambos os valores são os últimos dados de entrada para definir todo o modelo constitutivo, além das curvas do material de tensão por deformação inelástica e dano por deformação inelástica para tração e compressão. Segundo Lubliner et al. (1989), valores usuais do ângulo de dilatação variam entre 30° e 40°, enquanto a excentricidade é por padrão definida como 0,1. Na Figura 16, temos uma representação gráfica da superfície potencial plástica no plano meridional:

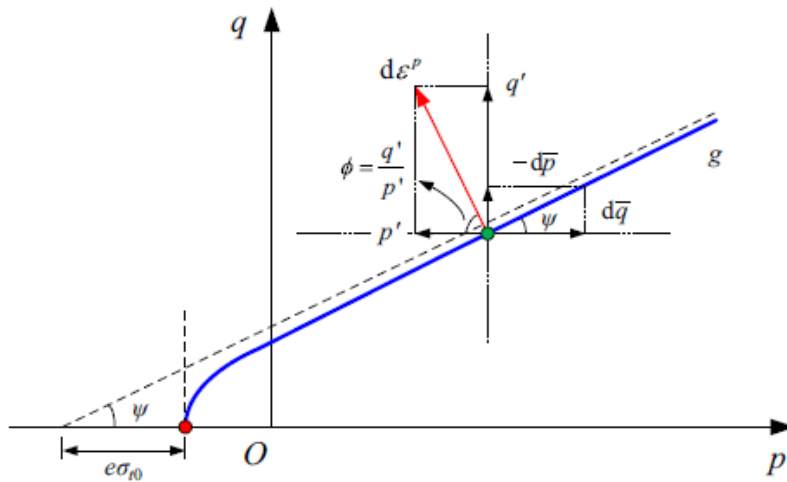
Onde: e é o valor da excentricidade; e ψ é o ângulo de dilatação medido no plano p-q.

Importante destacar que a excentricidade é o parâmetro que irá corrigir a função de Drucker-Prager, em outras palavras, ela define a taxa com que a função se aproxima da assíntota da função de Drucker-Prager, ao passo que o ângulo de dilatação é o parâmetro que define o quanto a superfície de escoamento aumenta em função da tensão hidrostática. Valores maiores para o ângulo de dilatação indicam que a superfície de escoamento aumenta para situações de grande confinamento (tensões hidrostáticas altas), já ângulos menores de dilatação, de certa forma, fazem com que o concreto plastifique com mais facilidade para situações de grande confinamento.

Ambos os valores são os últimos dados de entrada para definir todo o modelo constitutivo, além das curvas do material de tensão por deformação inelástica e dano por deformação inelástica para tração e compressão. Segundo Lubliner et al. (1989), valores usuais do ângulo de dilatação variam entre 30° e 40°, enquanto a excentricidade é definida de forma

padronizada como 0,1. Na Figura 17, temos uma representação gráfica da superfície potencial plástica no plano meridional.

Figura 17 – Superfície potencial plástica no plano p-q

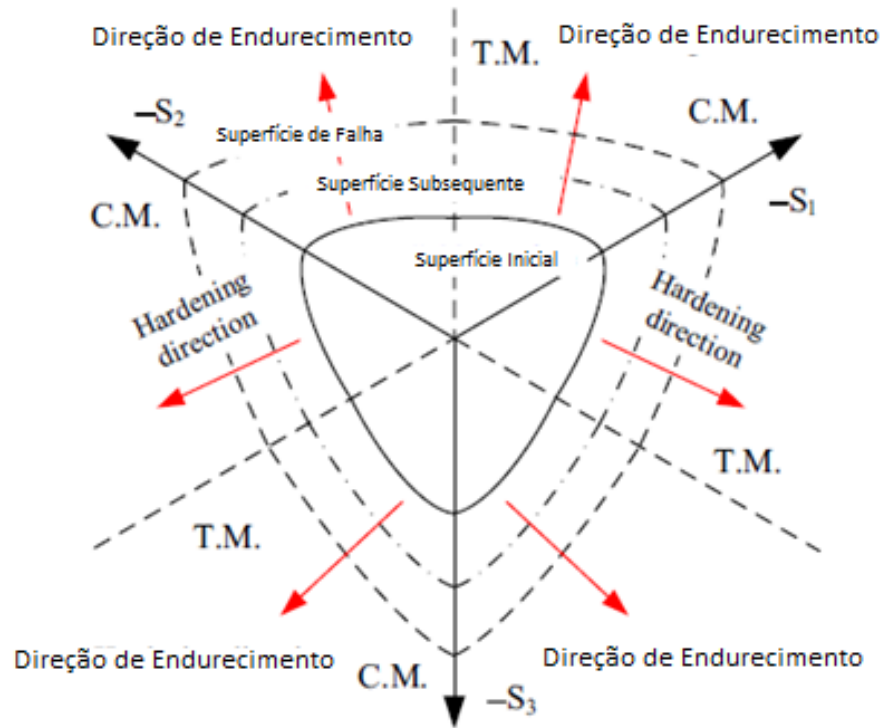


Fonte: Chi et al. (2017).

Observa-se na Figura 17 a correção que a excentricidade faz no início da função, que diminui ao longo do eixo hidrostático (a linha azul se aproximando da assíntota representada pela linha tracejada). Outro ponto a ser observado é o ângulo de dilatação: de modo físico, é possível notar que ângulos de dilatação menores irão produzir superfícies de escoamento menores que, conseqüentemente, também produzirão deformações plásticas menores (CHI et al., 2017).

O desenvolvimento da superfície de escoamento no estado multiaxial é considerado isotrópico, logo, ao atingir o escoamento, a evolução da superfície acontece em todas as direções, como apresentada na Figura 18.

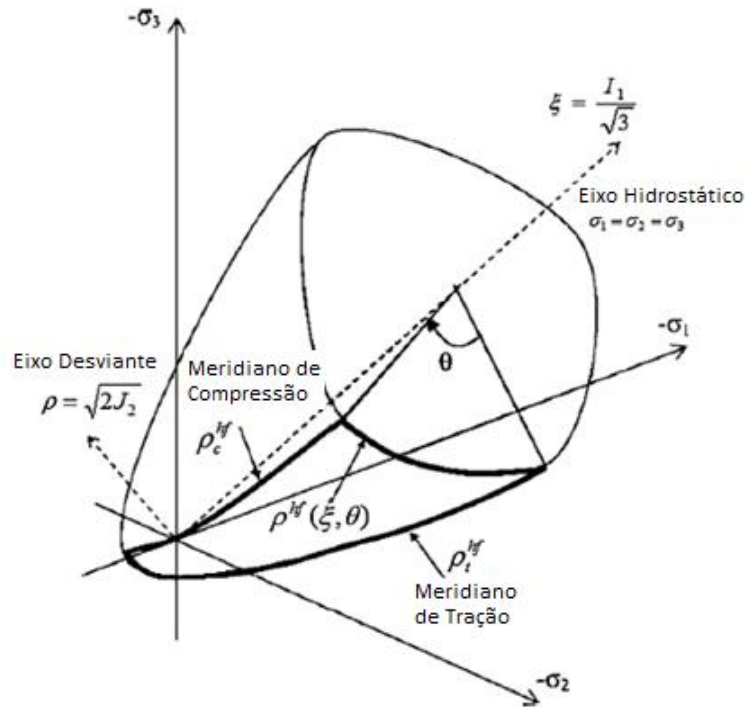
Figura 18 – Evolução da superfície de escoamento no plano desviante



Fonte: Chi et al. (2017).

A partir da Equação (36) e dos parâmetros já apresentados, é possível observar a superfície de plastificação do concreto, também composta por meio das Figuras 16 e 17, que apresentam a superfície de falha no plano formado pelos eixos p e q e com um corte transversal ao longo do eixo hidrostático. A representação da superfície de plastificação do material em coordenadas de Haigh-Westergaard pode ser observada através da Figura 19.

Figura 19 – Superfície de plastificação em coordenadas de Haigh-Westergaard.



Fonte: Chi; Xu; Yu (2014).

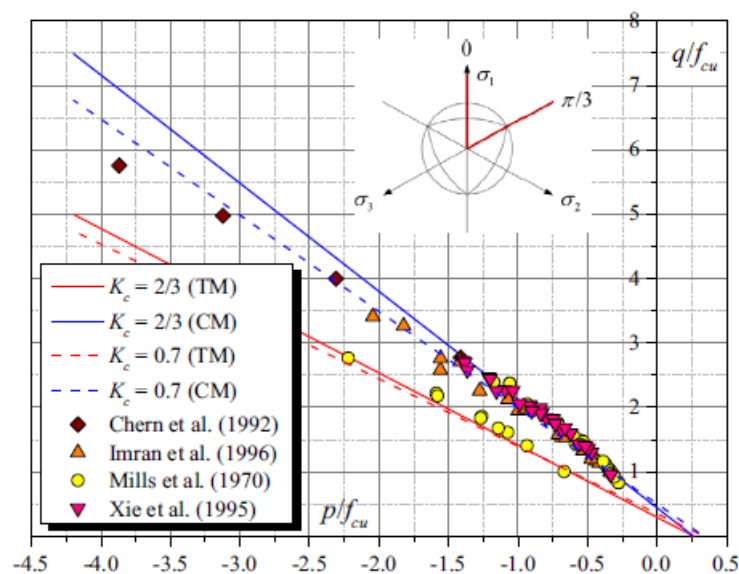
Um parâmetro adicional utilizado no Abaqus nas análises que envolvem o CDP é a viscosidade μ . Nos materiais que envolvem o comportamento de amolecimento (degradação da rigidez), são frequentes os problemas de convergência. A utilização da regularização viscoplástica é uma técnica comum para superar alguns desses problemas. De maneira simplificada, a utilização da técnica permite que alguns pontos do modelo fiquem fora da superfície de plastificação por tempo suficiente para atingir a convergência quando estão submetidos a incrementos muito pequenos da análise.

5. CONCRETE DAMAGED PLASTICITY MODIFIED

No trabalho elaborado por Chi et al. (2017) foram realizadas adaptações em todos os principais parâmetros de entrada. Os parâmetros referentes ao dano do concreto reforçado, tanto na tração quanto na compressão, já foram abordados nos capítulos que dissertam acerca dos comportamentos uniaxiais do material. Resta, ainda, o desenvolvimento dos parâmetros que influenciam na superfície de escoamento e na regra de escoamento.

Conforme já mencionado no capítulo anterior, o comportamento da superfície de escoamento é governado por dois parâmetros, quais sejam: a relação da tensão equibiaxial de escoamento pela tensão de compressão de escoamento uniaxial e pelo parâmetro K_c . A partir destes dois, são definidos através das Equações 33, 34 e 35 os parâmetros α , β e γ . Dentro das adaptações feitas para a superfície de escoamento, o primeiro parâmetro abordado por Chi et al. (2017) é o K_c que, quando feitas as alterações para o concreto reforçado, será chamado de K_c^{hf} . Segundo os autores, resultados experimentais conduzidos por diversos autores indicam que, no caso de baixas pressões hidrostáticas, o valor de K_c sugerido é de $2/3$, enquanto que, para pressões hidrostáticas mais elevadas, o valor de $0,7$ se torna mais apropriado, como pode-se observar na Figura 20.

Figura 20 – Resultados experimentais para determinação do K_c em concreto comum



Fonte: Chi et al. (2017).

Segundo Chi et al. (2017), conforme o valor de k_c diminui, a superfície de escoamento se expande. Foram conduzidos por Chi et al. (2014)b uma nova série de estudos experimentais onde foram inseridas as fibras no concreto. A partir desse estudo, os autores propuseram uma relação entre K_c e K_c^{hf} conforme a Equação (37).

$$K_c^{hf} = K_c \frac{k_t}{k_c} \quad (37)$$

Sendo k_t e k_c o ajuste que as fibras realizam nos meridianos de tração e compressão, respectivamente.

Para calcular este ajuste, os autores propuseram as Equações (38) e (39).

$$k_t = 1 + 0,08\lambda_s + 0,132\lambda_p \quad (38)$$

$$k_c = 1 + 0,056\lambda_s \quad (39)$$

Como as fibras são mais eficazes em inibir a abertura e propagação de fissuras, entende-se que elas são mais benéficas para o meridiano de tração, fazendo com que a relação $\frac{k_t}{k_c}$ seja sempre maior ou igual à 1 e, conseqüentemente, fazendo com que K_c^{hf} seja maior que K_c .

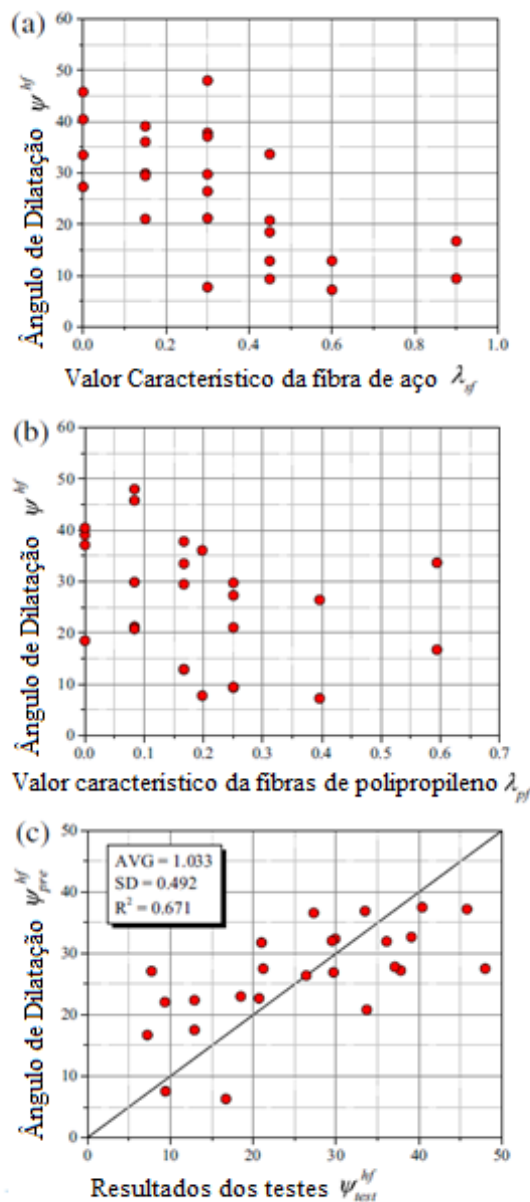
Na sequência, é adaptada a relação entre a tensão equibiaxial de escoamento e a tensão de compressão uniaxial de escoamento, σ_{b0}/σ_{c0} , sendo a relação adaptada para o concreto reforçado escrita como $\sigma_{b0}^{hf}/\sigma_{c0}^{hf}$. Segundo Chi et al. (2017), o ponto onde ocorre o escoamento equibiaxial de compressão se localiza no meridiano de tração. Sendo assim, esse ponto pode ser expressado como $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = (0, -\sigma_{b0}^{hf}, -\sigma_{b0}^{hf})$. Como há um ajuste nos meridianos de tração e compressão, e a tensão de escoamento equibiaxial se localiza sobre um dos meridianos, o ponto sofre um deslocamento. Após o desenvolvimento dos autores, tendo o referido ponto como premissa, chega-se à relação adaptada dada pela Equação (40).

$$\frac{\sigma_{b0}^{hf}}{\sigma_{c0}^{hf}} = \frac{k_t^2}{0,132k_c} \left[\left(0,728 - \frac{0,749}{k_t} \right) + \sqrt{\left(0,728 - \frac{0,749}{k_t} \right)^2 + \frac{0,03}{k_t^2}} \right] \quad (40)$$

Por último, os autores fizeram a adaptação do ângulo de dilatação que, segundo eles, é essencial para determinar a forma como o material irá plastificar. Para tornar a adaptação deste

parâmetro mais conveniente, são assumidas duas suposições: o ângulo de fluxo plástico não é associado com o ângulo de Lode, e a direção do escoamento plástico é a mesma do incremento de deformação plástica. Em ensaios experimentais do concreto reforçado com fibras híbridas, os autores observaram que o ângulo de dilatação do compósito fibroso é muito menor do que o ângulo de dilatação do concreto convencional e que ele diminui cada vez mais quando é aumentado o teor de fibras, principalmente no caso de fibras de aço. Na Figura 21, pode-se observar o comportamento que o ângulo de dilatação apresenta em função das fibras.

Figura 21 – Ângulo de dilatação para diversas frações de fibras



Fonte: Chi et al. (2017).

Segundo Chi et al. (2017), a redução do ângulo de dilatação produzirá uma redução na deformação volumétrica plástica do material, o que pode ser atribuído, principalmente, pelo confinamento provocado pelas fibras. Com o intuito de representar essa redução no ângulo de dilatação, os autores propõem a Equação (41), onde supõe-se que a redução do ângulo de dilatação acontece de forma bilinear e calibrada pelo método dos mínimos quadrados, a partir de dados experimentais apresentados na Tabela 4.

$$\psi^{hf} = \psi_0(1 - 0,861\lambda_s - 0,097\lambda_p) \quad (41)$$

Onde: ψ^{hf} é o ângulo de dilatação do concreto reforçado com fibras híbridas e ψ_0 é o ângulo de dilatação do concreto convencional.

O ângulo de dilatação do concreto convencional é intimamente relacionado com o confinamento e a resistência do concreto (CHI et al., 2017), de modo que Rousakis et al. (2008) propuseram a Equação (42), para estimar o ângulo de dilatação em função da sua resistência.

$$\psi_0 = 36^\circ + 1^\circ \left(\frac{\sigma_{co}}{35} \right) \quad (42)$$

As predições da Equação (41) para o ângulo de dilatação do concreto reforçado são plotadas na Figura 19 c) e comparadas com os resultados obtidos experimentalmente. Observa-se que a relação entre o ângulo de dilatação e o teor de fibras não está representada de maneira adequada.

Tabela 4 – Ângulo de dilatação do Concreto em função das fibras de Aço e Polipropileno

Nº	λ_s	λ_p	ψ
1	0,15	0,0835	29,9
2	0,15	0,198	36,1
3	0,3	0,0835	21,2
4	0,3	0,198	7,73
5	0,15	0,167	29,5
6	0,15	0,2505	21
7	0,3	0,0835	48
8	0,3	0,167	37,8
9	0,3	0,396	26,4
10	0,6	0,167	12,9
11	0,6	0,396	7,21
12	0,3	0,2505	29,7
13	0,45	0,0835	20,7
14	0,45	0,167	12,9
15	0,45	0,2505	9,34
16	0,45	0,594	33,7
17	0,9	0,2505	9,41
18	0,9	0,594	16,7
19	0,15	0	39,1
20	0,3	0	37,1
21	0,45	0	18,5
22	0	0,0835	45,8
23	0	0,167	33,5
24	0	0,2505	27,3
25	0	0	40,4

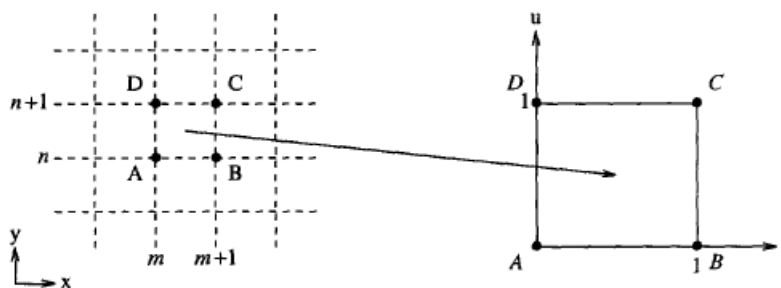
Fonte: Adaptado de Chi et al. (2017).

6. INTERPOLAÇÃO BICÚBICA

A partir de métodos numéricos de interpolação, pode-se definir novas funções aproximadas que consigam representar o comportamento de funções desconhecidas. No artigo de Russell (1995), o autor nos apresenta algumas metodologias para funções de interpolação com duas variáveis independentes. Dentre elas, destacam-se: a interpolação bilinear (linear em ambas as direções), interpolação biquadrática (quadrática em ambas as direções), interpolação cúbica-linear (cúbica em uma direção e linear na outra), interpolação biquintica (interpolações de quinta ordem em ambas as direções) e interpolação quintica-cúbica (de quinta ordem em uma direção e cúbica na outra). Ao observar a relação proposta no capítulo anterior para o ângulo de dilatação, é possível notar que ela se enquadra como uma equação bilinear e, além disso, nota-se que ela não apresentou um comportamento adequado para a representação do ângulo de dilatação. Sendo assim, esse capítulo tem como objetivo apresentar uma breve revisão da interpolação bicúbica, que seria a que possui maior grau de aproximação dentro do limite de dados experimentais apresentado no artigo de Chi, Xu e Yu (2014).

O espaço onde a função de interpolação atuará deve ser definido por 4 pontos no plano das variáveis independentes, como apresentado na Figura 22.

Figura 22 – Pontos para definir a região de interpolação:



Fonte: Russell (1995).

Considerando esses 4 pontos, definem-se as condições que a função interpoladora deve admitir, respeitando a Equação (43).

$$f(x, y) = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 c_{ij} x^{i-1} y^{j-1} \quad (43)$$

A partir dessa equação e dos pontos determinados para representar os limites da zona de interpolação, tem-se definido os seguintes pontos: $f(0,0) = f^A$; $f(1,0) = f^B$; $f(0,1) = f^C$ e $f(1,1) = f^D$. Além desses 4 pontos, é necessário determinar com qual inclinação esses pontos se aproximam uns dos outros em cada direção, fornecidos através das derivadas normais e da derivada tangencial em cada um dos pontos. As funções das derivadas são representadas pelas Equações (44), (45) e (46).

$$f_x(x, y) = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 (i-1)c_{ij}x^{i-2}y^{j-1} \quad (44)$$

$$f_y(x, y) = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 (j-1)c_{ij}x^{i-1}y^{j-2} \quad (45)$$

$$f_{xy}(x, y) = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 (i-1)(j-1)c_{ij}x^{i-2}y^{j-2} \quad (46)$$

A partir dessas 3 equações, definem-se as derivadas dos pontos: $f_x(0,0) = f_x^A$, $f_y(0,0) = f_y^A$ e $f_{xy}(0,0) = f_{xy}^A$, assim como para os demais.

Com todos esses pontos, é possível formar um sistema de equações que pode ser descrito pela matriz da forma $\mathbf{Bc} = \mathbf{f}$, conforme apresentado pela Equação (47).

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 & 2 & 2 & 2 & 3 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 0 & 1 & 2 & 3 & 0 & 1 & 2 & 3 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 3 & 0 & 2 & 4 & 6 & 0 & 3 & 6 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} c_{11} \\ c_{12} \\ c_{13} \\ c_{14} \\ c_{21} \\ c_{22} \\ c_{23} \\ c_{24} \\ c_{31} \\ c_{32} \\ c_{33} \\ c_{34} \\ c_{41} \\ c_{42} \\ c_{43} \\ c_{44} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f^A \\ f^B \\ f^C \\ f^D \\ f_x^A \\ f_x^B \\ f_x^C \\ f_x^D \\ f_y^A \\ f_y^B \\ f_y^C \\ f_y^D \\ f_{xy}^A \\ f_{xy}^B \\ f_{xy}^C \\ f_{xy}^D \end{bmatrix} \quad (47)$$

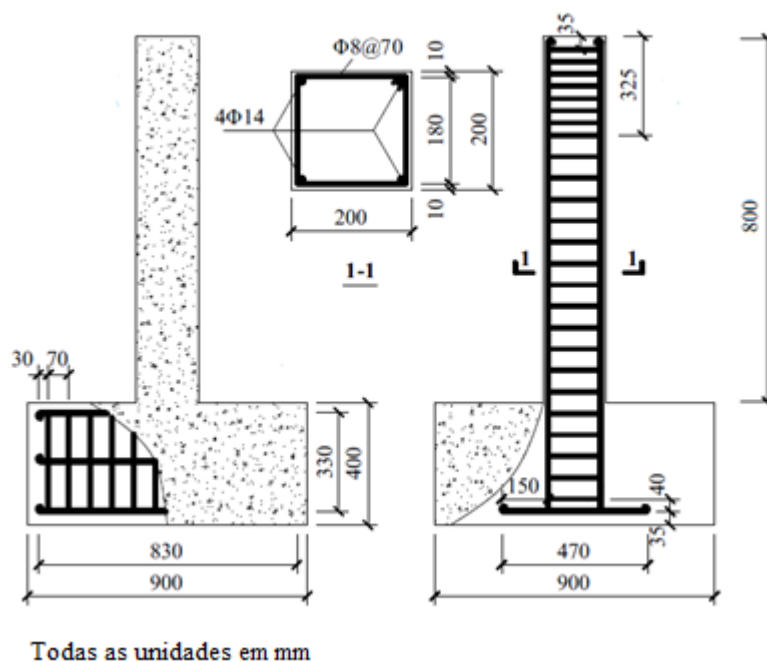
7. METODOLOGIA

Neste capítulo serão detalhadas as ações necessárias para atingir os objetivos específicos que compõem a presente pesquisa. Assim, para fins de organização textual, cada um dos objetivos específicos será abordado em subcapítulo próprio, de forma a detalhar as ações necessárias para lográ-los de forma separada.

7.1 Simular numericamente o concreto comum em pilares, tal como realizado no trabalho de Huang et al. (2015).

Em um primeiro momento, a fim de garantir que as comparações futuras sejam válidas, serão simulados os pilares de concreto de Huang et al. (2015), utilizando-se o concreto convencional e comparando-o ao Pilar de número 1 do respectivo trabalho. As especificações do espécime são indicadas na Figura 23.

Figura 23 – Pilar de Huang et al. (2015)



Fonte: Adaptado de Huang et al. (2015).

Destaca-se que todos os pilares simulados irão possuir as características indicadas no projeto acima, variando-se tão somente os materiais envolvidos.

No caso do espécime de número 1, a resistência à compressão fornecida pelo autor é equivalente à 53,2 MPa, não sendo fornecida a respectiva resistência à compressão. Sendo assim, a estimativa da respectiva resistência será realizada a partir do código da FIB de 2010.

As características do aço utilizado nas armaduras são dadas na Tabela 5.

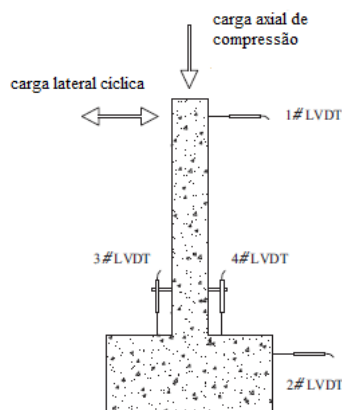
Tabela 5 – Características do aço utilizado no projeto

	Tipo	Dn (mm)	Dm (mm)	Fy (MPa)	ϵ_y ($\mu\epsilon$)	Fu (MPa)	ϵ_u ($\mu\epsilon$)
Transversal	$\Phi 8$	8	7,4	320,9	1500	495,6	9000
Longitudinal	$\Phi 12$	12	11,6	476,3	2350	636,2	8000
	$\Phi 14$	14	12,85	553,9	2500	670,3	6000

Fonte: Adaptado de Huang et al. (2015).

O ensaio realizado pelos autores consistia em simular uma carga sísmica sobre os pilares na prensa. Para tanto, era aplicada sobre os pilares uma carga vertical constante ao longo de todo o ensaio, enquanto, simultaneamente, aplicava-se uma carga lateral cíclica. A demonstração do ensaio no esquema da Figura 24:

Figura 24 – Esquema experimental do ensaio de Huang et al. (2015)



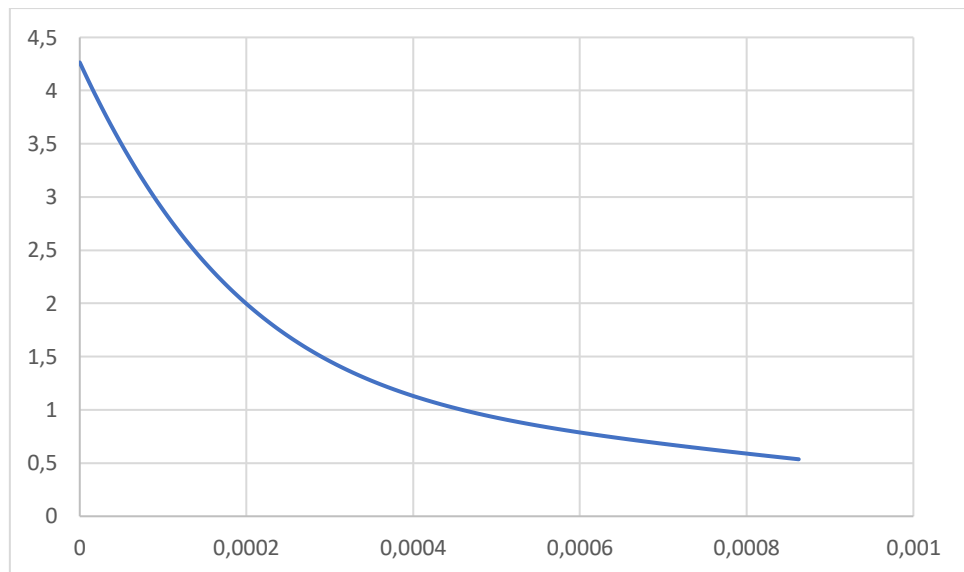
Fonte: Adaptado de Huang et al. (2015).

A carga lateral aplicada foi controlada por um parâmetro de deslocamento e foi variada para cada um dos espécimes. No caso do espécime número 1, que será o alvo de estudo desse primeiro objetivo específico, foi aplicado inicialmente um deslocamento de 7 mm, sendo a carga axial equivalente a 442,5 kN. Durante o ensaio, o deslocamento foi repetido e variado, a fim de representar de maneira adequada o carregamento sísmico. No entanto, nesse trabalho será aplicado um deslocamento monotônico, em apenas um sentido e sem ciclos, retirando-se a análise cíclica do alvo de estudo. Essa medida foi tomada visto que não há o objetivo de verificar o comportamento sísmico, podendo então aplicar um deslocamento único e reduzido para diminuir o tempo de simulação.

Durante a modelagem no Software ABAQUS®, o desenvolvimento do modelo é realizado em várias etapas, sendo a primeira delas a composição das geometrias. Não serão utilizadas condições de simetria no modelo, dessa forma, devem ser desenhadas integralmente as geometrias utilizadas. As geometrias do modelo serão divididas em 5 partes, sendo elas: o bloco de fundação que terá o pilar extrudado a partir do mesmo, o aço longitudinal do bloco, o aço longitudinal do pilar, os estribos do bloco e os estribos do pilar. Todas essas geometrias serão desenvolvidas no espaço tridimensional, sendo que o bloco de fundação será composto por uma geometria sólida, ao passo que as demais serão compostas por geometrias de linha.

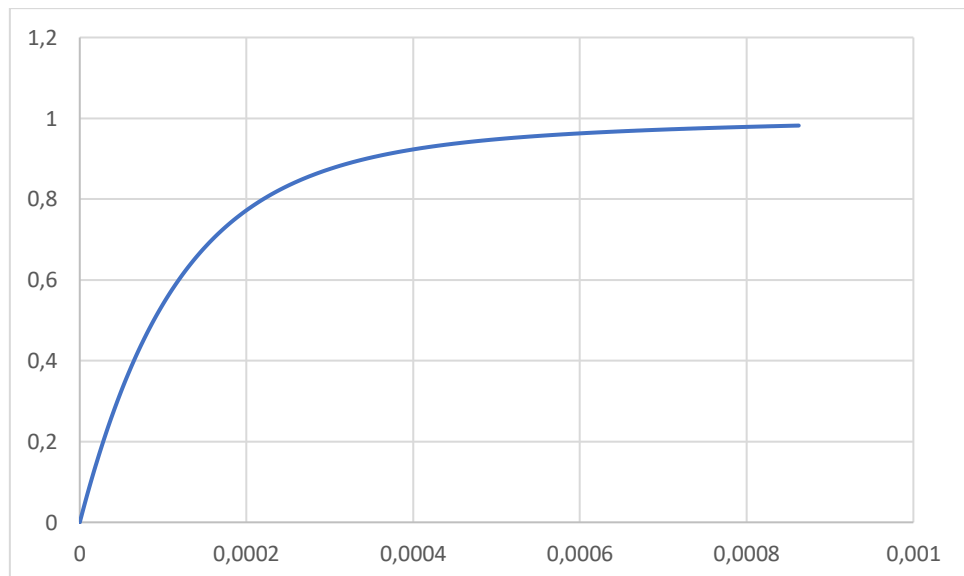
Na sequência, criam-se os materiais que irão compor o modelo. No caso desse subcapítulo, serão empregados o concreto convencional e os três tipos de aço. Para o concreto, será utilizado o modelo constitutivo *Concrete Damaged Plasticity*, que exige como dados de entrada, tanto para tração quanto para compressão, as curvas de tensão por deformação inelástica e de dano por deformação inelástica, além de outros parâmetros, como ângulo de dilatação, relação da tensão de escoamento equibiaxial pela tensão de escoamento à compressão e excentricidade do concreto (todos explicados nos capítulos 2 e 4). Para o concreto convencional, serão utilizados os valores usuais de 40°, 0,1, 1,16, 0,667 e 0,0005, correspondentes a, respectivamente, ângulo de dilatação, excentricidade, relação da tensão de escoamento equibiaxial pela tensão de escoamento à compressão, parâmetro triaxial e a viscosidade. Este último parâmetro é um artifício numérico utilizado para acelerar a simulação, cujo valor adotado será, a princípio, 0,002. As curvas do concreto serão apresentadas nas Figuras 25, 26, 27 e 28, com o auxílio das Equações (1), (2), (6), (7), (8) e (10).

Figura 25 – Relação Tensão x Deformação Inelástica do Concreto convencional à Tração



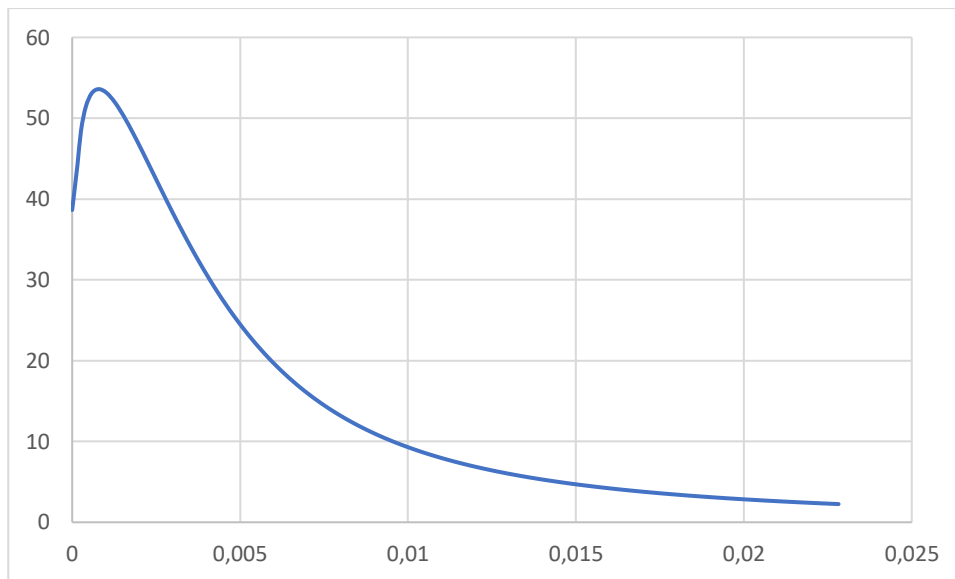
Fonte: elaborado pelo autor (2020).

Figura 26 – Relação Dano x Deformação Inelástica do Concreto convencional à Tração



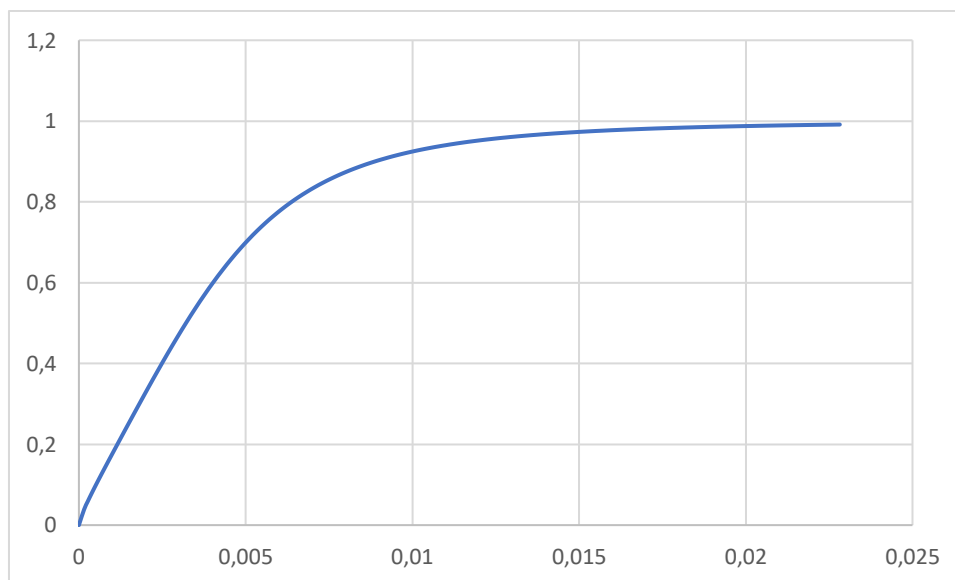
Fonte: elaborado pelo autor (2020).

Figura 27 – Relação Tensão x Deformação Inelástica do Concreto convencional à Compressão



Fonte: elaborado pelo autor (2020).

Figura 28 – Relação Dano x Deformação Inelástica do Concreto convencional à Compressão

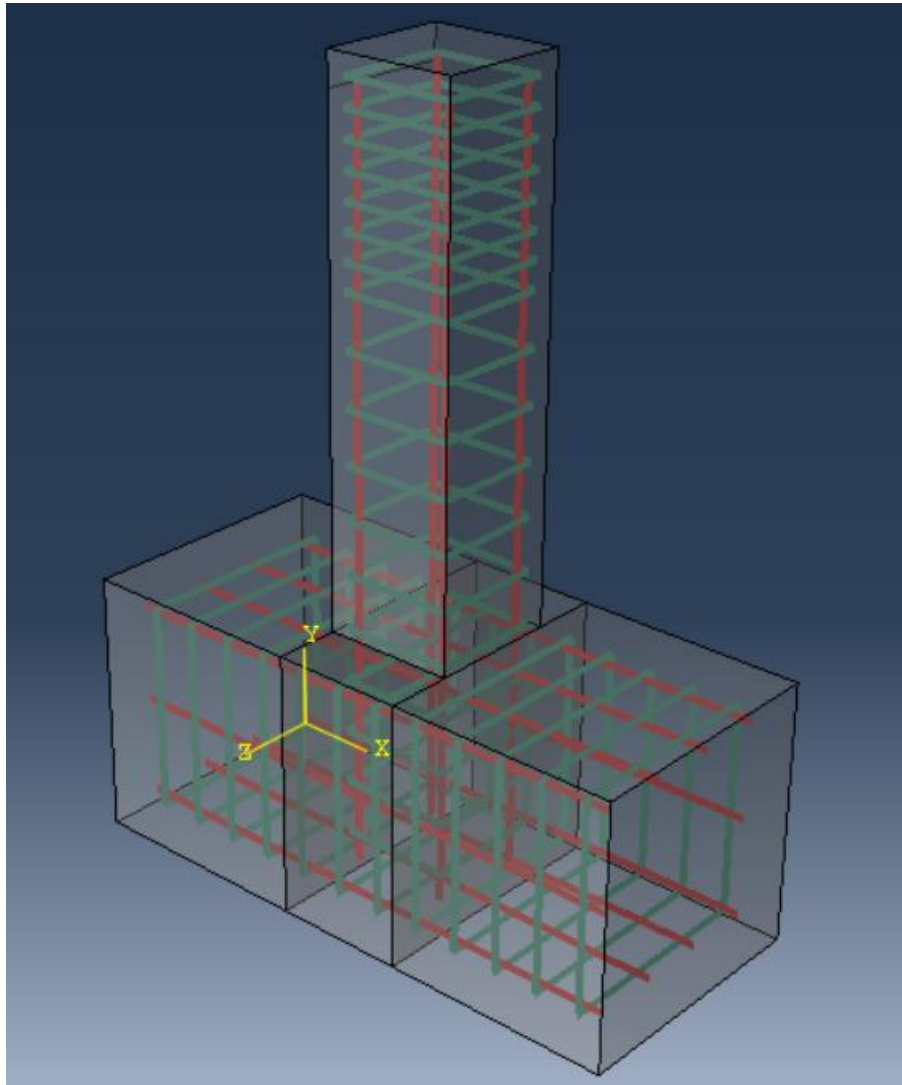


Fonte: elaborado pelo autor (2020).

Para os aços, serão utilizados encruamento linear em função dos dados fornecidos na Tabela 3.

O próximo passo da modelagem é a montagem da estrutura, de acordo com o projeto da Figura 23. Uma vez montada, a modelagem apresentará a configuração demonstrada na Figura 29.

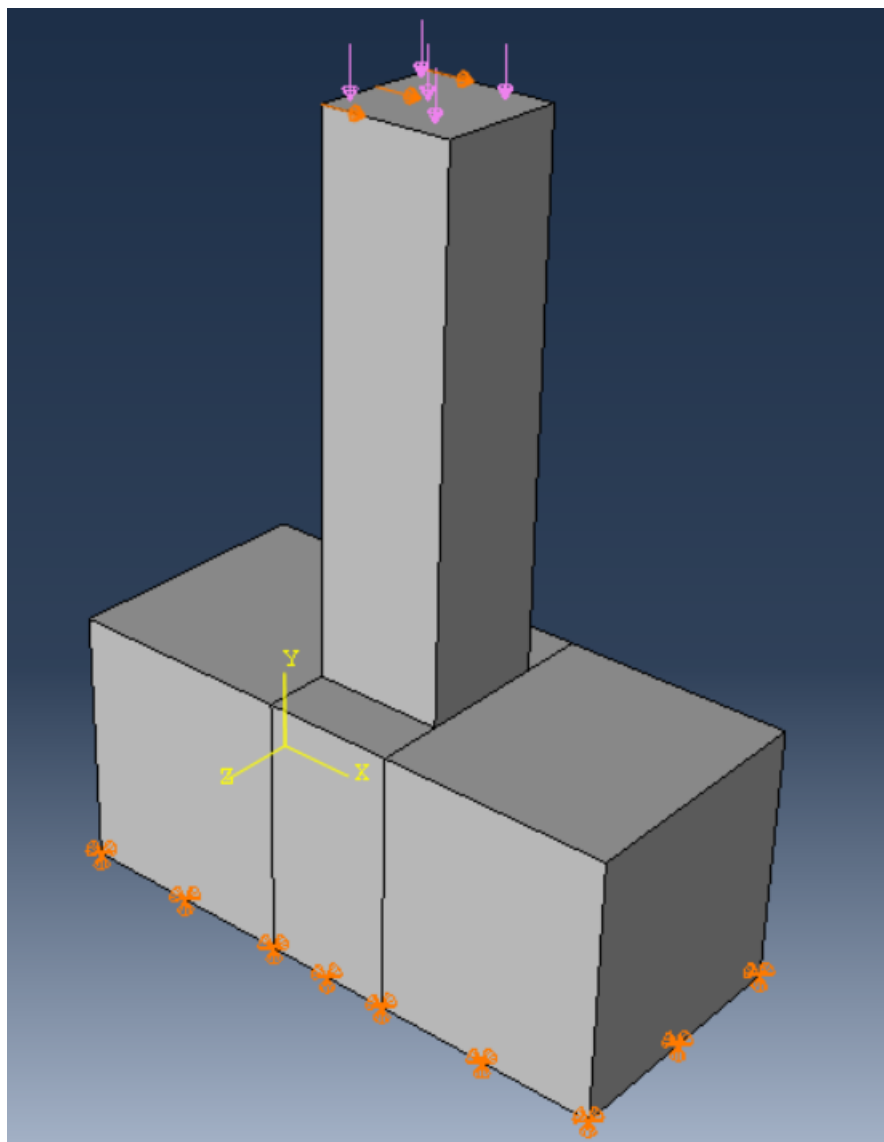
Figura 29 – Montagem da estrutura no Software ABAQUS®



Fonte: elaborado pelo autor (2019).

Na sequência, é estabelecida a interação entre as armaduras por meio da restrição de região embebida, onde o *software* considerará que toda a armadura está embebida pelo concreto. Juntamente com essa restrição, são colocadas as condições de contorno através dos passos da análise. Esses passos irão determinar qual a ordem dos carregamentos, sendo que, no primeiro, são definidas as condições de apoio. Na sequência, é aplicada a carga axial que será constante em toda a simulação e, por último, o carregamento lateral. Após aplicadas as condições de contorno, a apresentação do modelo se dará conforme a Figura 30.

Figura 30 – Aplicação das Condições de contorno

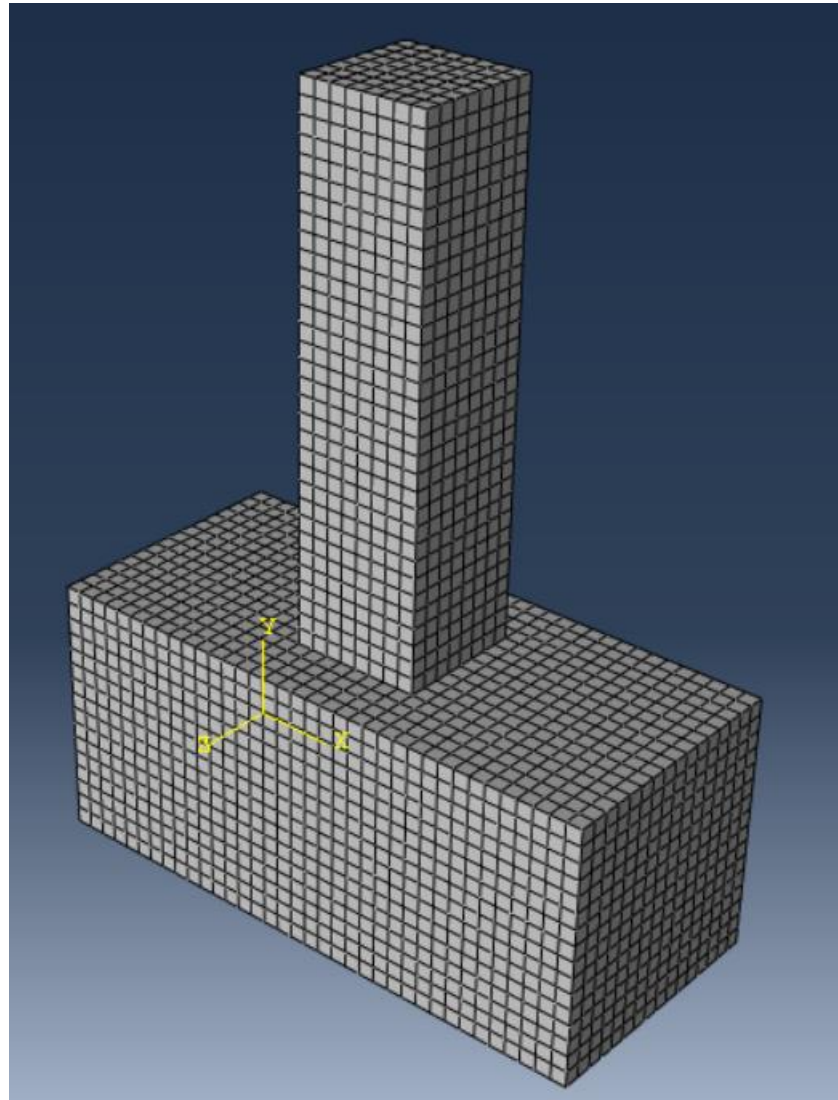


Fonte: elaborado pelo autor (2019).

Por último, antes de iniciar a análise, é determinada a malha de elementos finitos do modelo. Para esta análise, serão especificados dois tipos de elementos finitos, um para as armaduras, o T3D2, e outro para o concreto, o C3D8. Adotam-se elementos finitos distintos devido ao fato de que são tipos de geometrias diferentes, apesar de todas terem sido desenhadas em um espaço tridimensional. Além disso, o elemento T3D2 não é escolhido de maneira automática pelo *software*, de modo que o usuário deve estabelecer que os elementos de barra (armaduras) irão funcionar como uma treliça e não como pórtico. Por conta dessa definição, o elemento T3D2 é adotado. A dimensão da aresta dos elementos sólidos é aproximadamente 50 mm e 10 mm para os elementos de barra. A malha de elementos finitos é apresentada na Figura

31. Estes valores iniciais para a malha levaram em consideração um outro estudo prévio das mesmas estruturas, mas ainda assim foi realizado um estudo de convergência da malha para garantir os resultados.

Figura 31 – Malha de elementos finitos



Fonte: elaborado pelo autor (2019).

A técnica de controle de incremento padrão utilizado pelo Abaqus é feita com base no incremento inicial. Para cada etapa de carregamento (definido pelos passos de carga), adota-se uma porcentagem da carga total como primeiro incremento. Após esse, para cada incremento que é atingida a convergência, o Abaqus aumenta o tamanho desse passo de carga em 50%, até que esse incremento atinja o valor máximo definido pelo usuário na aba “Steps”. Na escolha da técnica de solução, utiliza-se a “*Static general*” do programa, que utiliza o Método de Newton Raphson para a resolução do sistema de equações. Caso algum incremento não atinja a

convergência, o *software* refaz as equações de equilíbrio para esse incremento com $\frac{1}{4}$ do tamanho em que não houve convergência, adotando também dois critérios de parada, se o incremento for menor do que um tamanho mínimo, também definido para cada Step, e um segundo critério baseado em número de falhas consecutivas. Por padrão, o *software* aborta a análise caso um único incremento atinja 6 falhas consecutivas. Todos esses valores podem ser ajustados conforme a necessidade do usuário.

7.2 Simular numericamente o concreto reforçado com fibras híbridas (HFRC) em pilares, da mesma forma que foi realizado no trabalho de Huang et al. (2015).

A modelagem do HFRC será realizada na mesma estrutura que foi desenvolvida na seção 7.1, alternando somente o material, do concreto convencional para o concreto reforçado com fibras híbridas. Para se obter essa alteração, é necessário o desenvolvimento das respectivas curvas e, conseqüentemente, os parâmetros que representem o material, exigidos pelo modelo constitutivo, como apresentado nos capítulos 3 e 5. A respectiva estrutura será comparada com o espécime de número 10 do trabalho de Huang et al. (2015). Nesta estrutura, foram incorporados ao concreto as frações volumétricas de 1,5% e 0,15% de fibras de aço e polipropileno, respectivamente.

7.3 Propor uma nova equação para o cálculo do ângulo de dilatação utilizando o método da interpolação Bicúbica

Com o método de interpolação apresentado no capítulo 6 e juntamente com os dados dos ângulos de dilatação apresentados no artigo de Chi, Xu e Yu (2014) apresentados na Tabela 6.

Tabela 6 – Ângulo de dilatação do HFRC em função do λ_s e λ_p

ψ^{hf}		λ_p						
		0	0,0835	0,167	0,198	0,2505	0,396	0,594
λ_s	0	40,4	45,8	33,5	-	27,3	-	-
	0,15	39,1	29,9	29,5	36,1	21	-	-
	0,3	37,1	21,2	37,8	7,73	29,7	26,4	
	0,45	18,5	20,7	12,9	-	9,34	-	33,7
	0,6	-	-	12,9	-	-	7,21	-
	0,9	-	-	-	-	9,41	-	16,7

Fonte: Elaborado pelo Autor (2020).

7.4 Variar as curvas do material para diferentes frações volumétricas de fibras, a fim de avaliar a sensibilidade o CDPM.

O último objetivo a ser atingido com o trabalho vai ser a avaliação do pilar escolhido para no segundo objetivo específico, no entanto sendo variadas as curvas e os parâmetros

exigidos pelo CDP em função das fibras de aço e de polipropileno. Para variar estes parâmetros, as frações adotadas serão de 1,0%, e 1,25% para as fibras de aço e 0,1% e 0,125% para as fibras de polipropileno. Não havendo variação das relações de aspecto das fibras, sendo 30 para as fibras de aço e 396 para as fibras de polipropileno. A resistência do concreto de referência será a mesma determinada no objetivo específico anterior, de forma que serão avaliadas 7 de simulações, além da de referência, como apresentado da Tabela 6.

Tabela 7 – Relação de simulações

Nº Simulação	Vs (%)	Vp (%)
1	1	0
2	1,25	0
3	1,75	0
4	1	0,1
5	1,25	0,125
6	0	0,1
7	0	0,1,25

Fonte: elaborado pelo autor (2020).

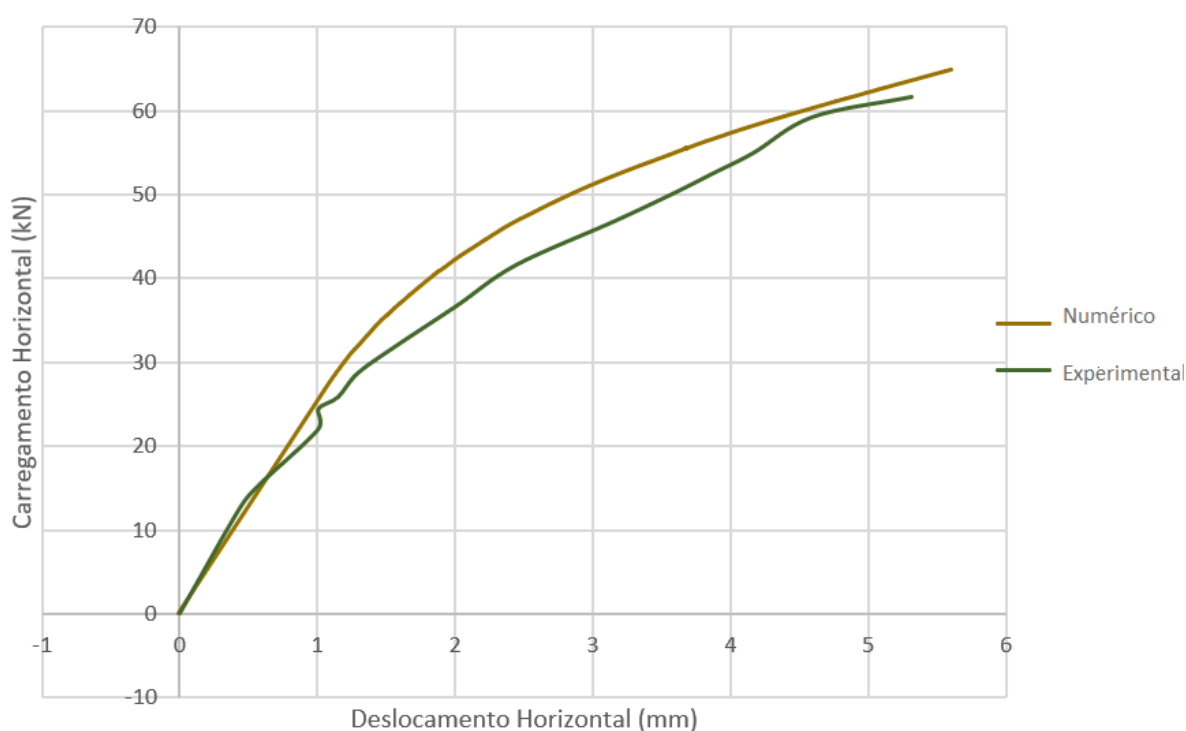
Com o propósito de possibilitar a observação de uma maior influência do ângulo de dilatação, será realizada uma flexão oblíqua do pilar, no qual será aplicado o mesmo deslocamento na Direção X e na Direção Z.

8 RESULTADOS NUMÉRICOS E DISCUSSÃO

8.1 Resultados para o pilar de concreto convencional

Ao realizar a simulação do pilar de concreto convencional, observa-se o seguinte resultado em relação a carga horizontal aplicada no topo em função do deslocamento lateral aplicado, como mostra a Figura 32.

Figura 32 – Relação Carga x Deslocamento do concreto convencional



Fonte: elaborado pelo autor (2020).

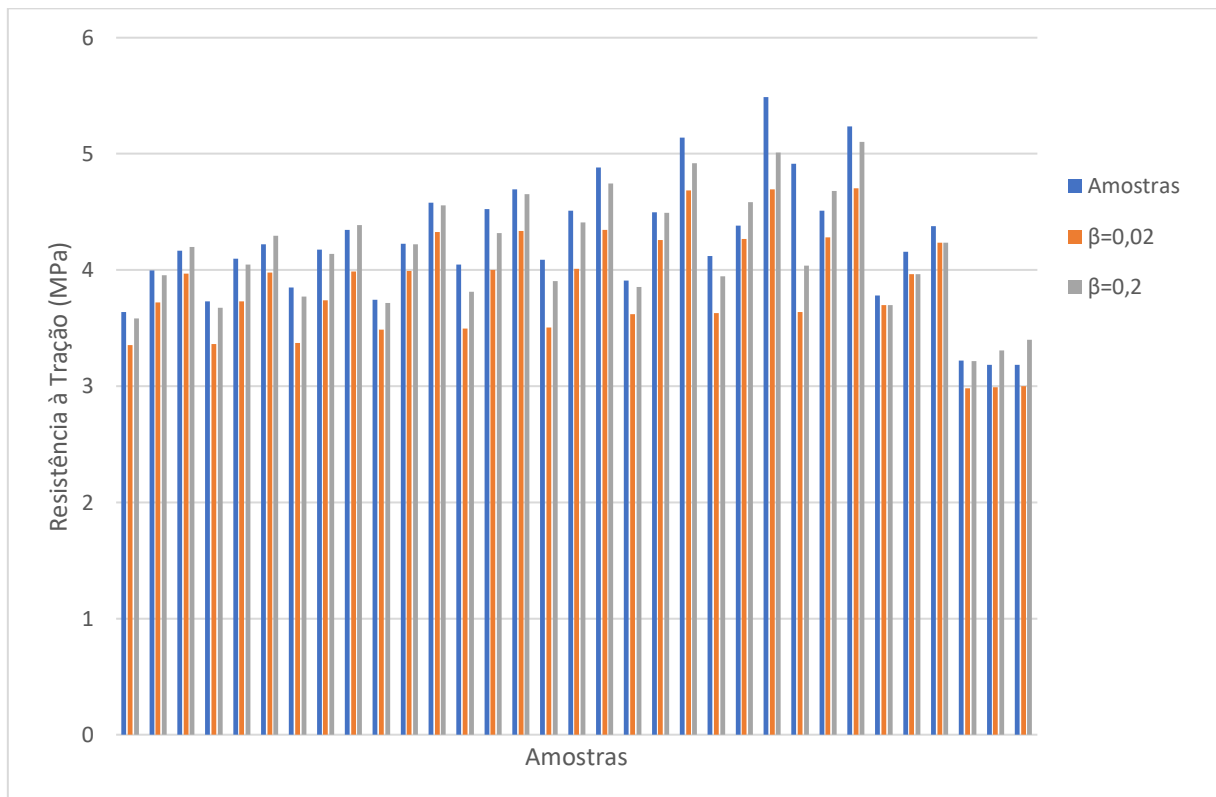
É possível observar uma boa concordância entre as duas curvas. A comparação entre fissuras nesse caso não é possível devido ao fato de a análise ser encerrada pouco depois dos 5 mm de deslocamento, enquanto as imagens de fissuras para comparação consideram todo o processo cíclico. Em relação aos outros parâmetros utilizados, o material se comporta muito bem, já que, quando o deslocamento se agrava, o concreto à compressão passa a ser mais solicitado (devido à danificação e conseqüente perda de resistência do concreto à tração), as curvas passam a coincidir, inclusive quanto a sua inclinação, indicando uma concordância entre

as duas. A partir destes valores, pode-se validar a modelagem para o concreto convencional, tendo em vista que, quando forem realizadas comparações futuras, as estimativas de resistência do concreto à tração serão feitas a partir da mesma norma.

8.2 Resultados para o pilar de concreto reforçado com fibras híbridas

Para simular o concreto reforçado, foi necessário a implementação das alterações que as fibras promovem no concreto, conforme foi abordado nos capítulos 3 e 5. Após a implementação, verificou-se que para o HFRC submetido à tração, os parâmetros calibrados por Xu et al. (2016) não concordavam de maneira satisfatória com os resultados experimentais, e após diversas análises, verificou-se que o parâmetro β_2 utilizado na Equação (11) é melhor ajustado para 0,2, conforme pode-se perceber na Figura 33.

Figura 33 – Comparação entre os parâmetros β confrontados pelos valores amostrais



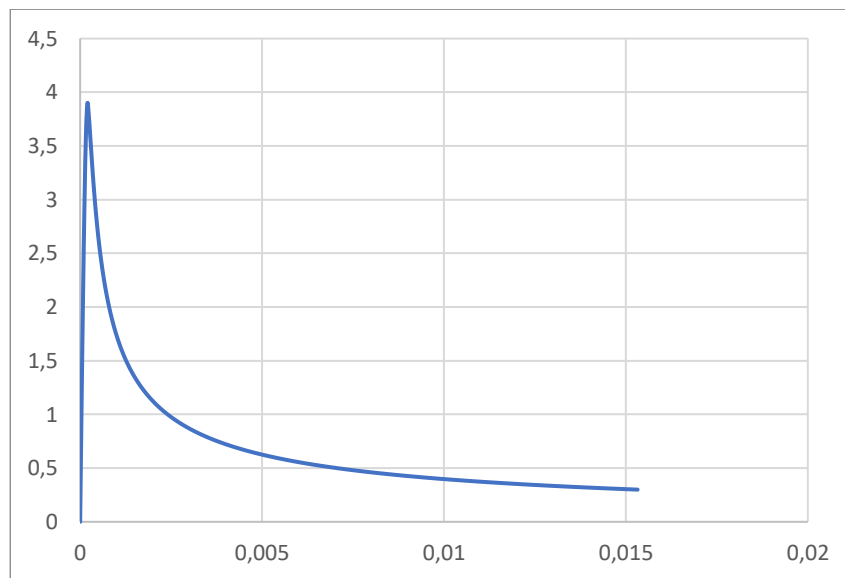
Fonte: elaborado pelo autor (2019)

O valor de β_2 igual a 0,02 sugerido pelos autores, minimizava demais a influência das fibras de polipropileno na resistência à tração, como indicado na Figura 33. Utilizando este valor, nenhuma das estimativas atingia a resistência das amostras, apresentando inclusive um

erro considerável nas amostras que continham fibras de polipropileno. Ao ajustar esse valor para 0,2, as estimativas apresentam uma maior concordância com os resultados das amostras.

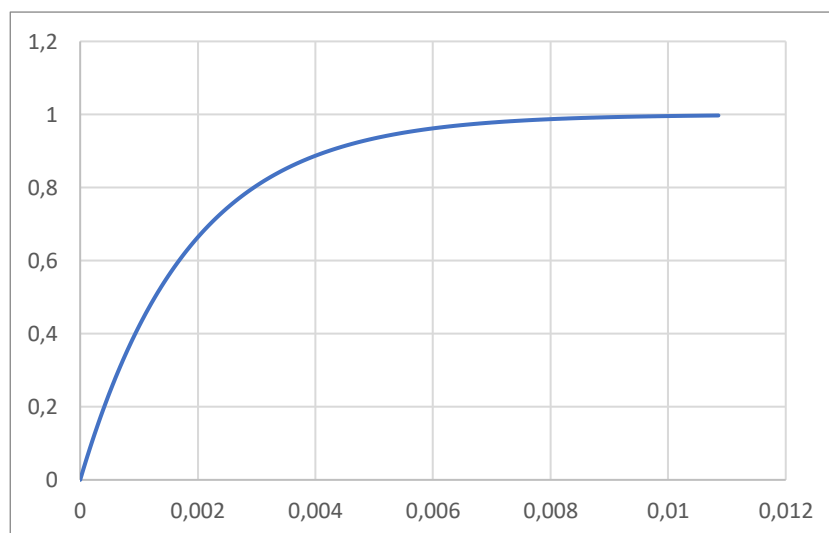
Partindo deste ajuste, foi possível gerar as curvas exigidas pelo CDP, sendo as curvas de tensão por deformação inelástica e dano por deformação inelástica para tração e compressão, utilizando as Equações (11), (13), (14), (15), (16), (17), (18), (20), (21), (22), (23), (24), (25), (26) e (27). Apresentam-se nas Figuras 34, 35, 36 e 37 as curvas já mencionadas.

Figura 34 – Relação Tensão por Deformação do HFRC à Tração



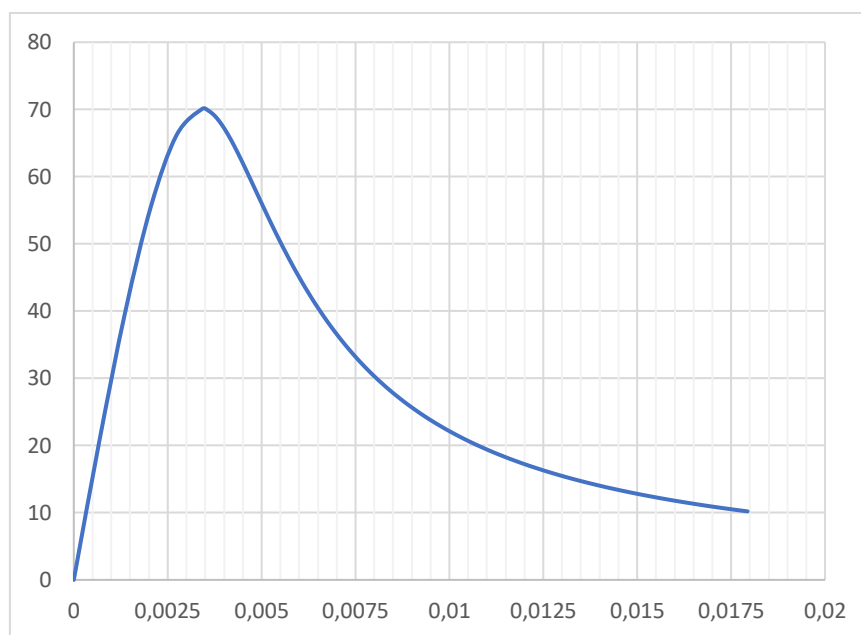
Fonte: elaborado pelo autor (2019).

Figura 35 – Relação Dano por Deformação Inelástica do HFRC à Tração



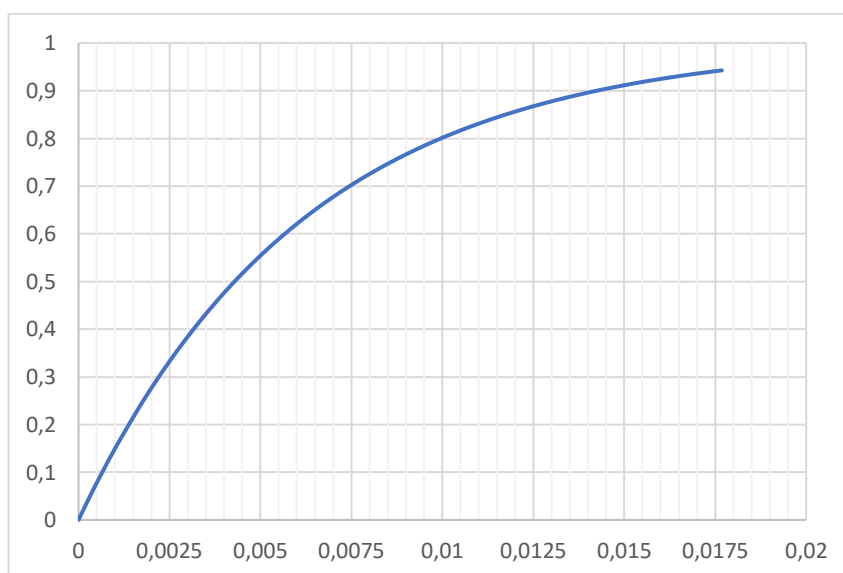
Fonte: elaborado pelo autor (2019).

Figura 36 – Relação Tensão por Deformação do HFRC à Compressão



Fonte: elaborado pelo autor (2020).

Figura 37 – Relação Dano por Deformação Inelástica do HFRC à Compressão



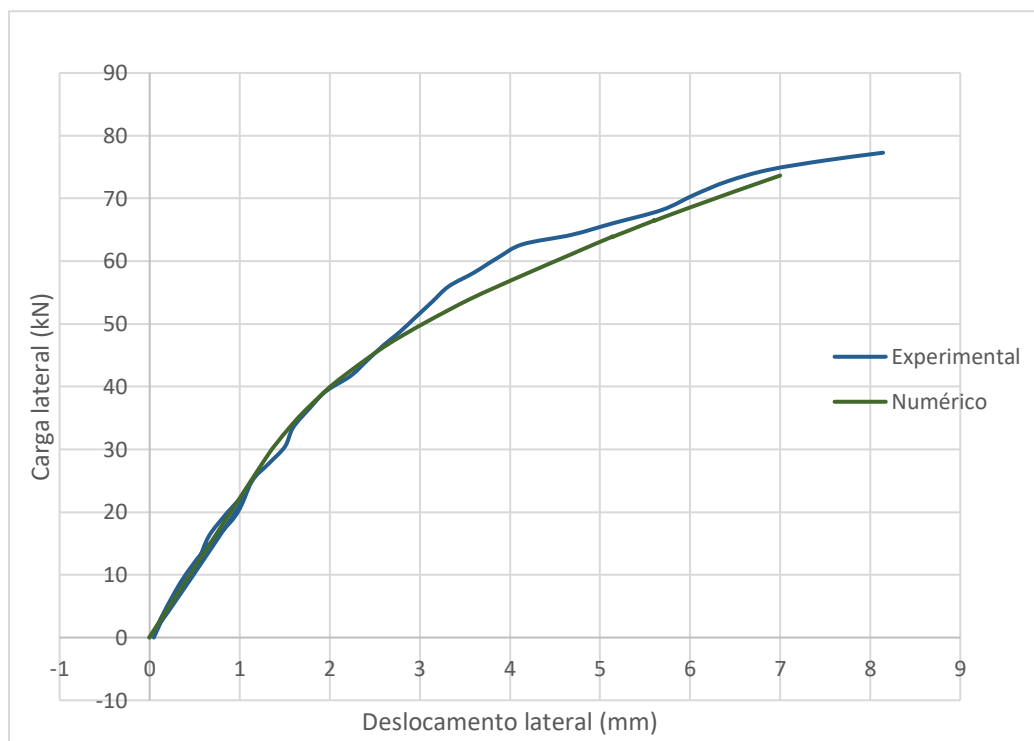
Fonte: elaborado pelo autor (2020).

Desta forma, também foram recalculados os parâmetros restantes referentes ao HFRC, a partir das Equações (37), (38), (39), (41) e (42), sendo utilizado 0,7215, 1,98 e 26,92 para o

K_c^{hf} , $\sigma_{b0}^{hf} / \sigma_{c0}^{hf}$ e ψ^{hf} , respectivamente. Os parâmetros restantes não sofreram alteração.

Partindo destes valores, gerou-se os resultados apresentados na Figura 38.

Figura 38 – Comparação dos resultados para o pilar de HFRC



Fonte: elaborado pelo autor (2019).

Assim, com estes resultados, pode-se validar de maneira adequada o método que envolve a formulação proposta por Chi et al. (2017).

8.3 Proposta de equação para o ângulo de dilatação do HFRC

A partir da Tabela 6, escolheu-se o intervalo de pontos para o cálculo da nova função de interpolação utilizando os pontos da seguinte forma: $f(x; y) = \psi^{hf}(\lambda_s; \lambda_p)$, assim obteve-se $f^A = \psi^{hf}(0; 0)$; $f^B = \psi^{hf}(0; 45,0)$; $f^C = \psi^{hf}(0; 0,2505)$ e $f^D = \psi^{hf}(0,45; 0,2505)$. Com o auxílio dos pontos intermediários é possível calcular a derivada desses pontos por meio da inclinação da reta linear entre eles, fazendo com que o vetor f seja igual a Equação (48):

$$f = \begin{bmatrix} 40,4 \\ 18,5 \\ 27,3 \\ 9,34 \\ -8,67 \\ -42 \\ -124 \\ -135,73 \\ 64,67 \\ -74,25 \\ 26,35 \\ 20,76 \\ -1165,6 \\ -183,63 \\ 1445,11 \\ 362,51 \end{bmatrix} \quad (48)$$

Utilizando esse vetor para resolver a Equação (47), chega-se a um vetor para os coeficientes dado pela Equação (49).

$$c = \begin{bmatrix} 40,4 \\ 64,67 \\ -242,28 \\ 82,88 \\ -8,67 \\ -1165,6 \\ 1587,57 \\ -549 \\ -6,36 \\ 2098,13 \\ -675,8 \\ -966,63 \\ -6,87 \\ -1071,4 \\ -519,94 \\ 1320,58 \end{bmatrix} \quad (49)$$

Aplicando esses coeficientes na Equação (43), tem-se a função interpoladora bicúbica para o ângulo de dilatação, no formato da Equação (50).

$$\begin{aligned}
f(x, y) = & 40,4 + 64,67y - 242,28y^2 + 82,88y^3 \\
& - 8,67x - 1165,6xy + 1587,57xy^2 \\
& - 549xy^3 - 6,36x^2 + 2098,13x^2y \\
& - 675,8x^2y^2 - 966,63x^2y^3 - 6,87x^3 \\
& - 1071,4x^3y - 519,94x^3y^2 \\
& + 1320,58x^3y^3
\end{aligned}
\tag{50}$$

É importante ressaltar que se trata de uma função de interpolação e não de extrapolação, o que não permite a utilização de valores de x e y fora dos pré-determinados pela amostra.

8.4 Resultados das simulações para o HFRC variando as frações volumétricas na flexão oblíqua.

A partir das equações apresentadas nos capítulos 3 e 5, e da equação de interpolação desenvolvida para o cálculo do ângulo de dilatação, observa-se na Tabela 8 os seguintes parâmetros para as simulações do HFRC:

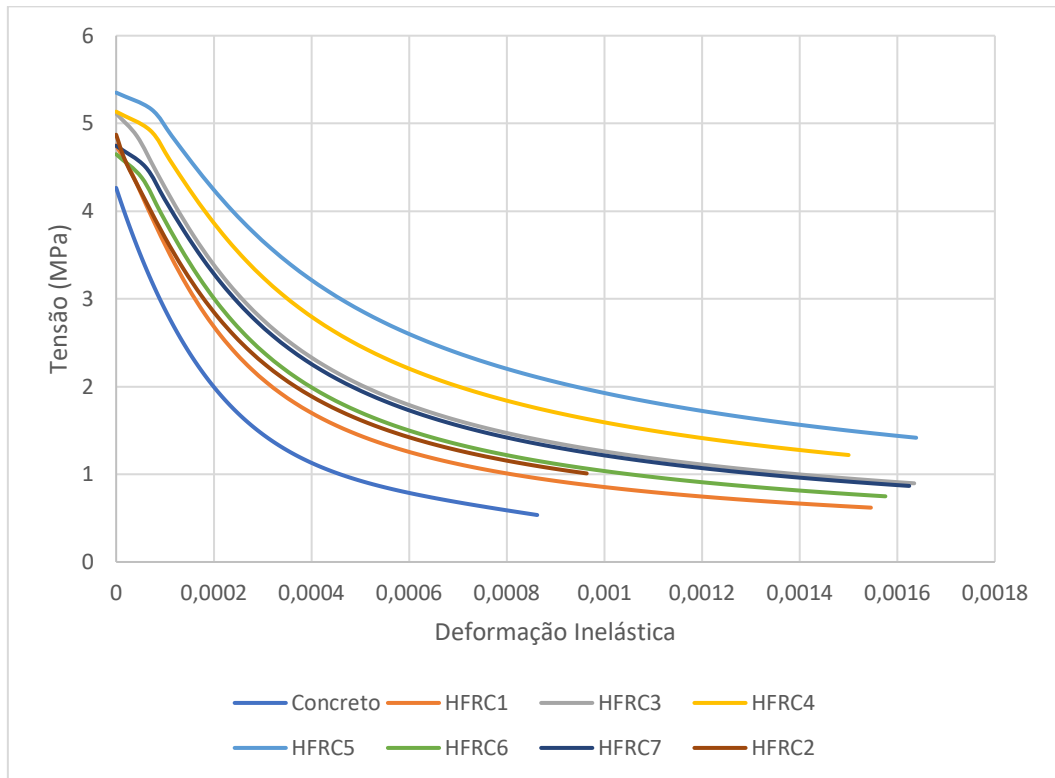
Tabela 8 – Parâmetros para o HFRC das simulações

Nº Simulação	Vs (%)	Vp (%)	Resist. C	Resist. T	Kc	σ_{b0}/σ_{c0}	ψ
Referência	-	-	53.6	4.26	0.667	1.08	30
1	1	0	56.48	4.75	0.672	1.29	37.04
2	1,25	0	57.31	4.86	0.673	1.33	35.89
3	1,75	0	58.95	5.11	0.675	1.4	33.1
4	1	0,1	64.1	5.13	0.704	1.66	10.92
5	1,25	0,125	66.83	5.35	0.713	1.81	15.2
6	0	0,1	60.82	4.64	0.699	1.49	35.3
7	0	0,125	62.72	4.74	0.708	1.59	26.6

Fonte: Elaborado pelo Autor (2020).

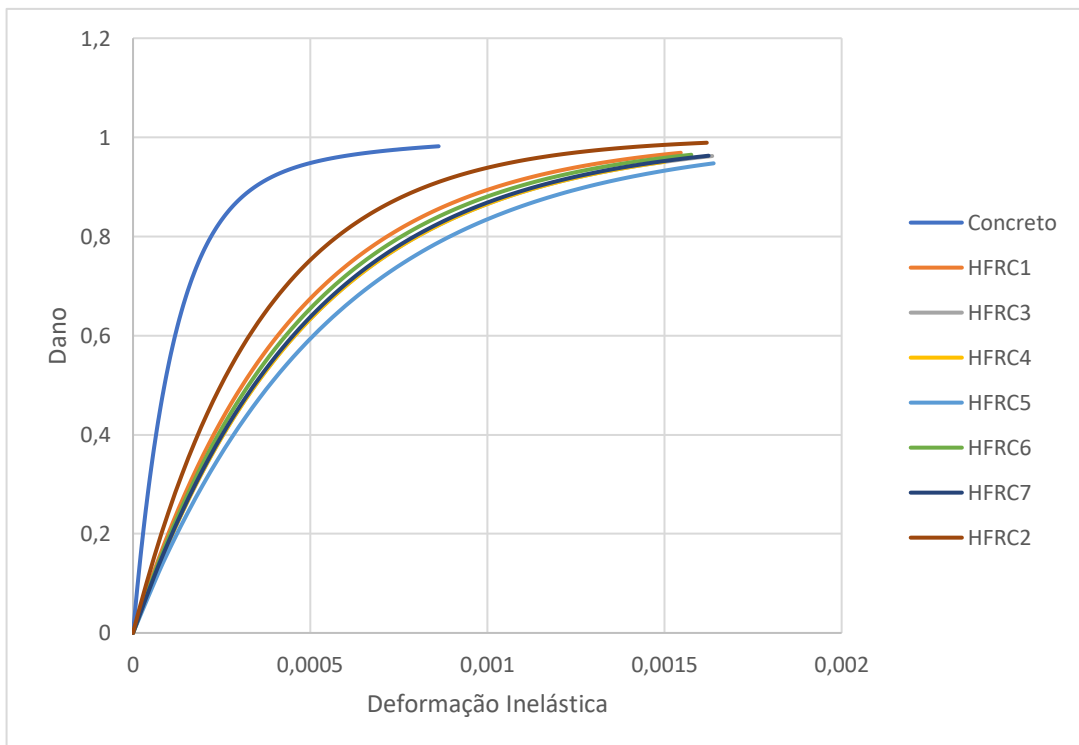
As curvas de tensão por deformação inelástica e de dano por deformação inelástica são apresentadas nas Figuras 39, 40, 41 e 42, respectivamente.

Figura 39 – Tensão por Deformação Inelástica – Tração



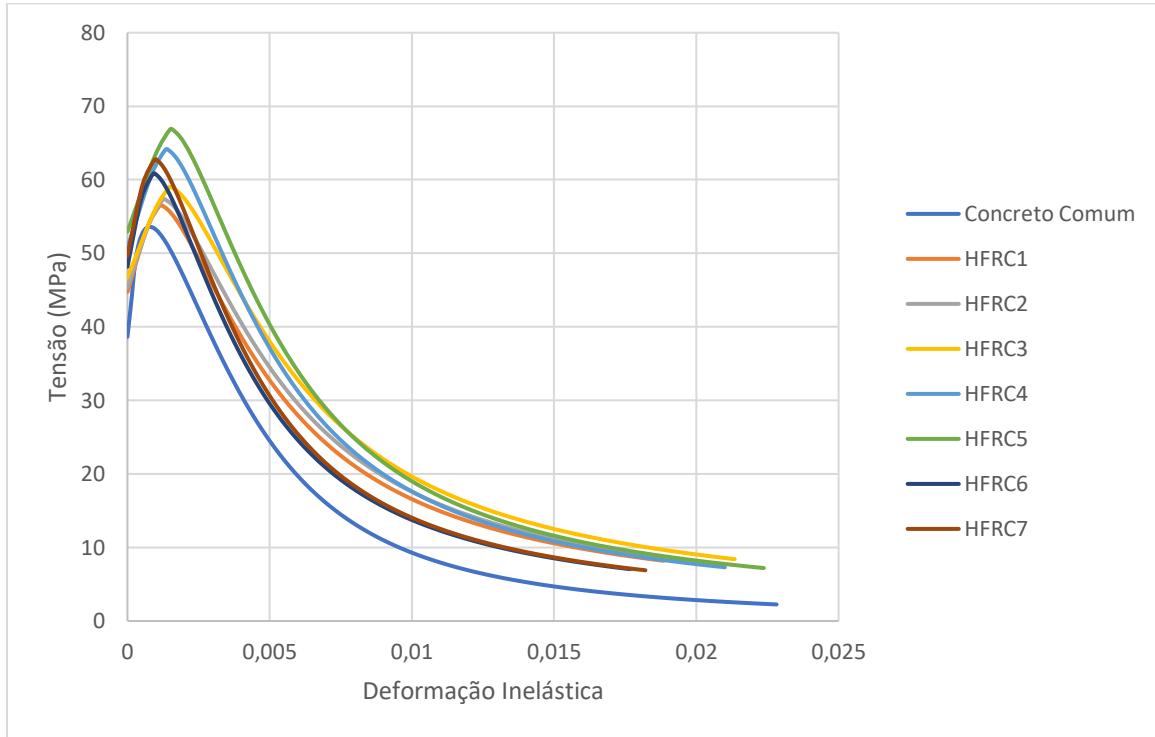
Fonte: Elaborado pelo Autor (2020).

Figura 40 – Dano por Deformação Inelástica – Tração



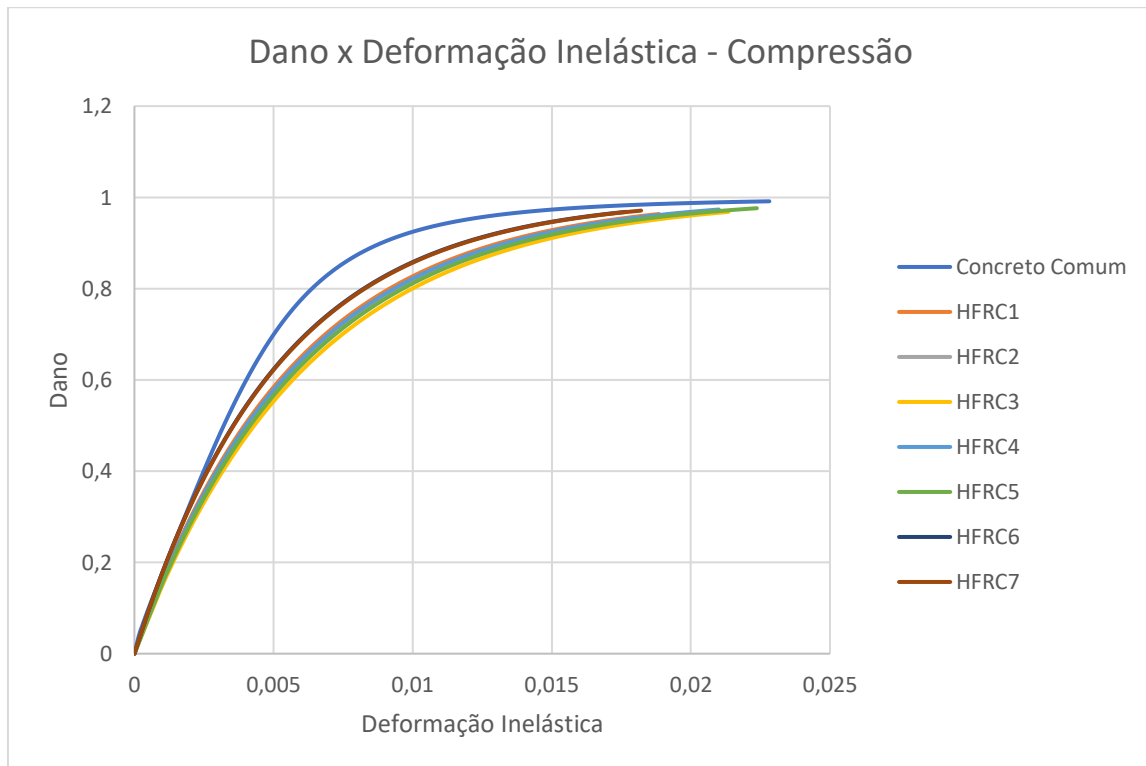
Fonte: Elaborado pelo Autor (2020).

Figura 41 – Tensão por Deformação Inelástica – Compressão



Fonte: Elaborado pelo Autor (2020).

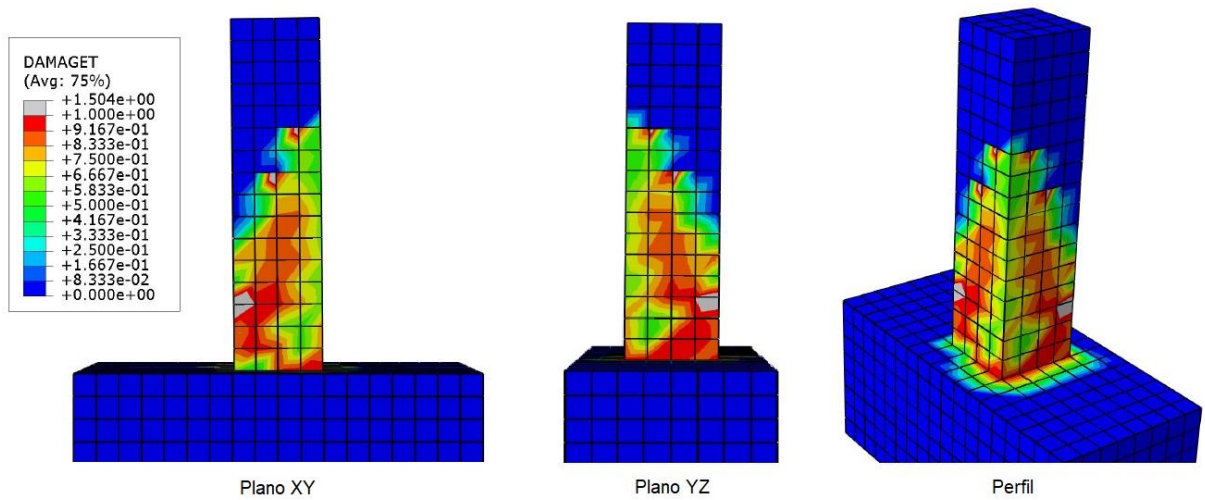
Figura 42 – Dano por Deformação Inelástica – Compressão



Fonte: Elaborado pelo Autor (2020).

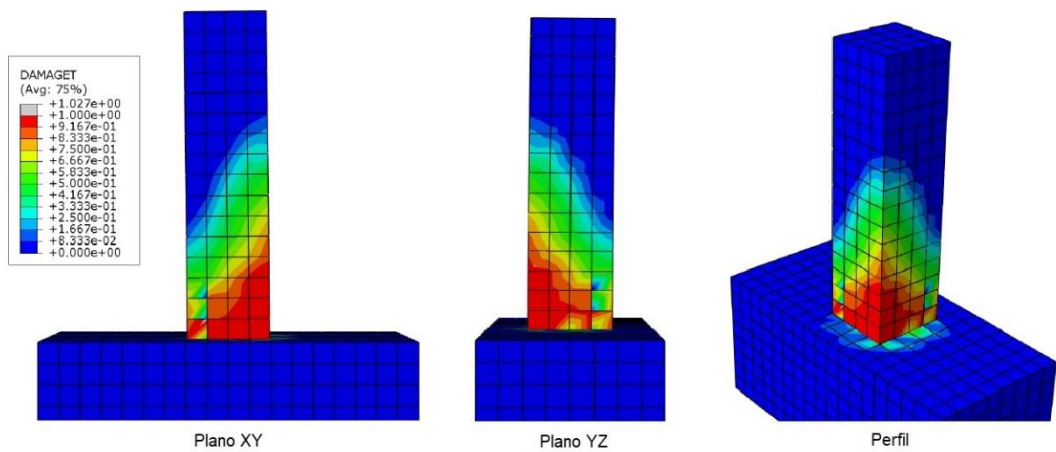
Segue nas Figuras 43 a 50 os padrões de dano à tração nos pilares quando submetidos à flexão oblíqua.

Figura 43 – Padrão de Dano do Concreto Comum



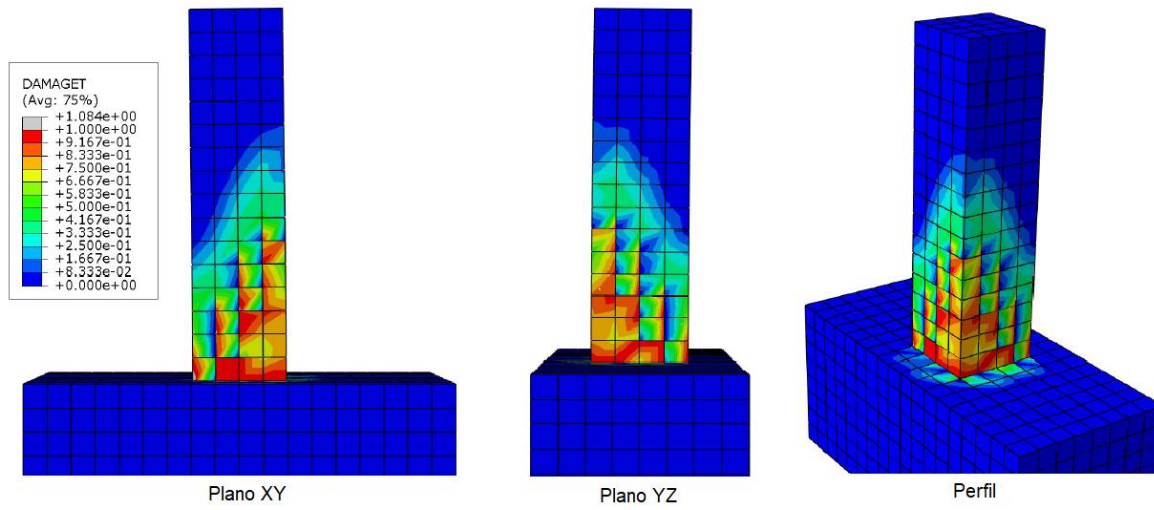
Fonte: Elaborado pelo Autor (2020).

Figura 44 – Padrão de Dano do HFRC1



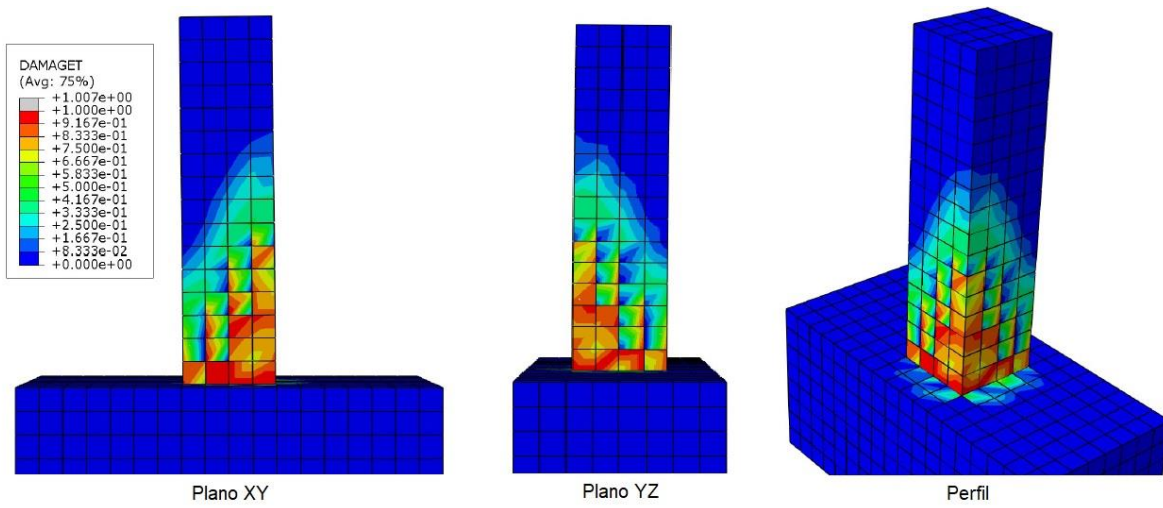
Fonte: Elaborado pelo Autor (2020).

Figura 45 – Padrão de Dano do HFRC2



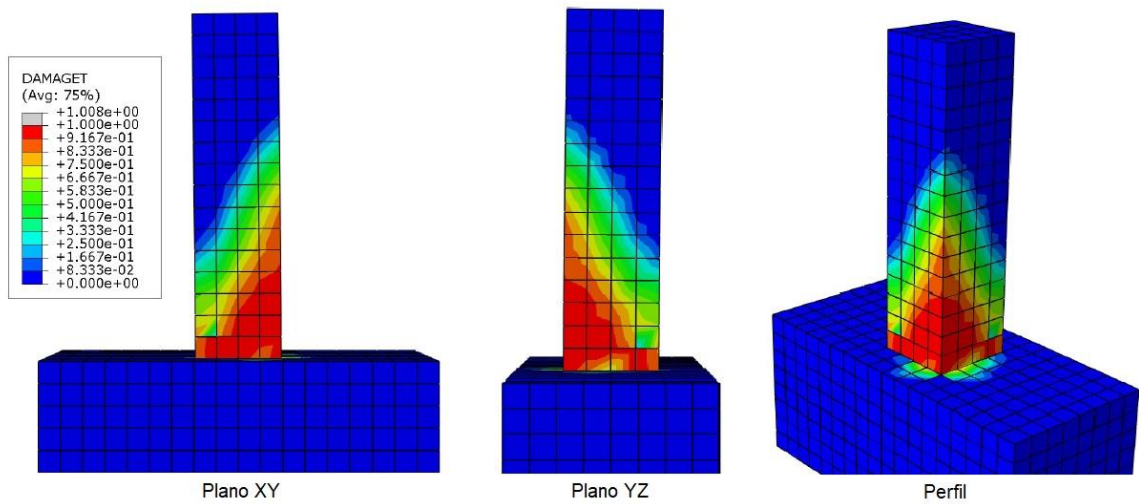
Fonte: Elaborado pelo Autor (2020).

Figura 46 – Padrão de Dano do HFRC3



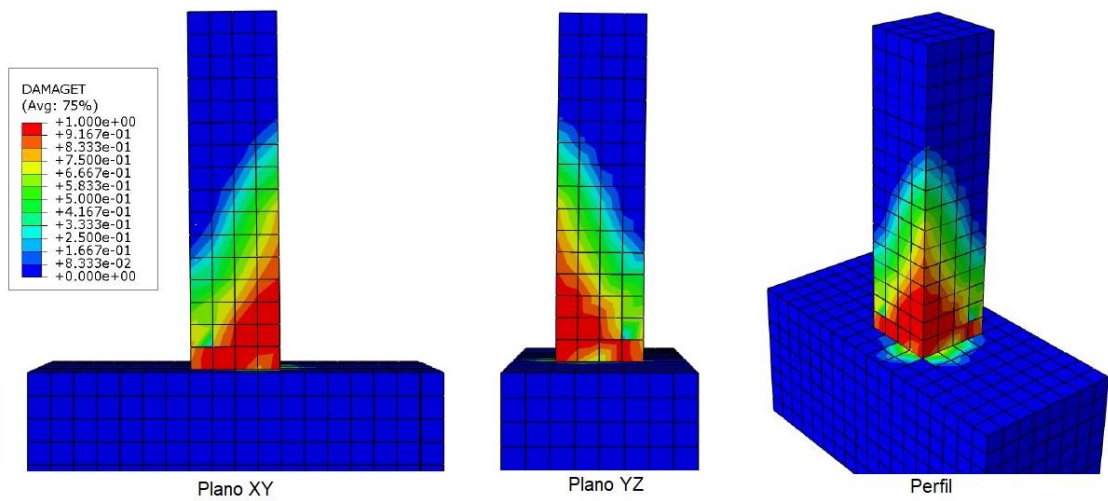
Fonte: Elaborado pelo Autor (2020).

Figura 47 – Padrão de Dano do HFRC4



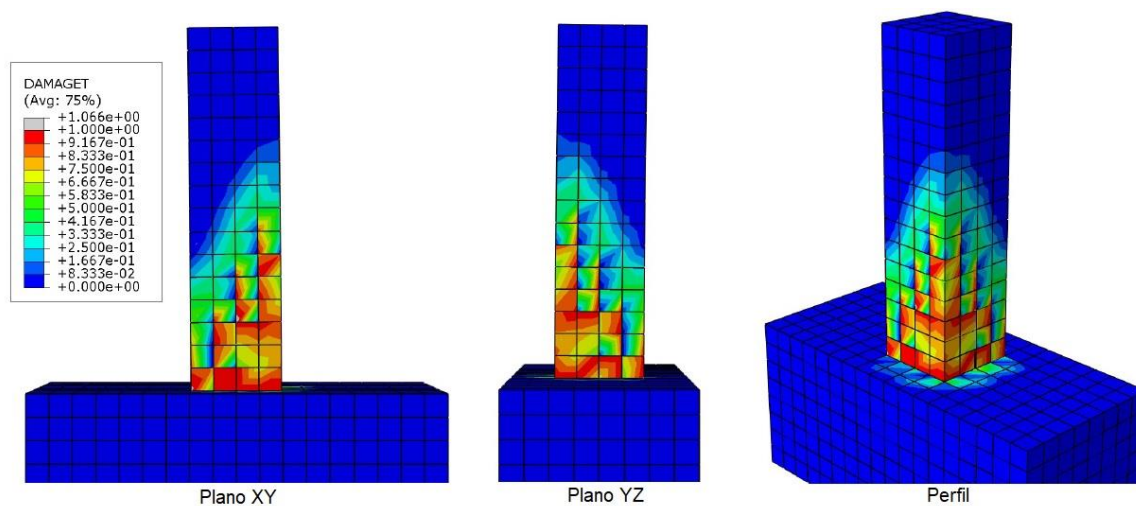
Fonte: Elaborado pelo Autor (2020).

Figura 48 – Padrão de Dano do HFRC5



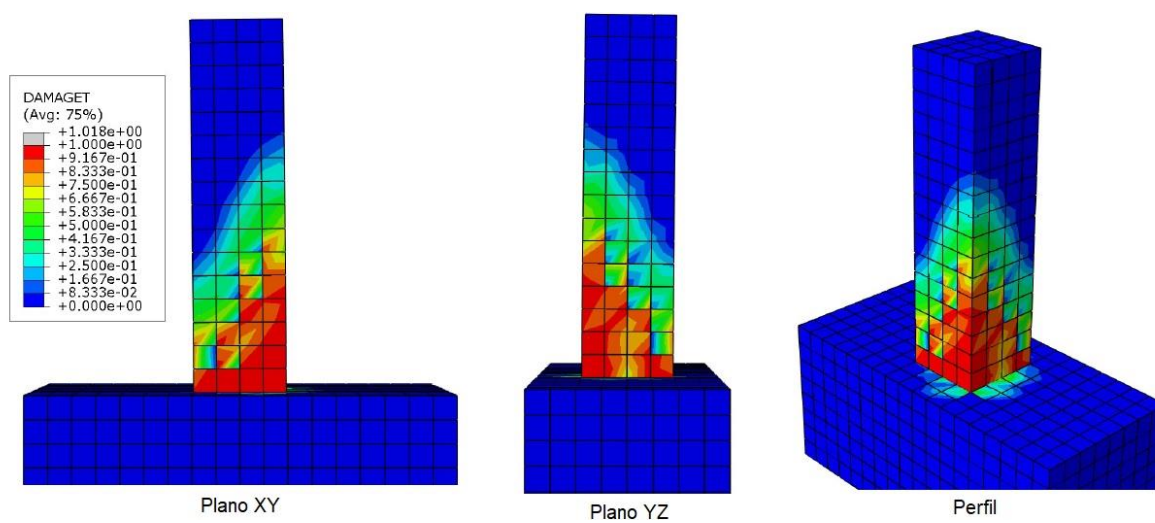
Fonte: Elaborado pelo Autor (2020).

Figura 49 – Padrão de Dano do HFRC6



Fonte: Elaborado pelo Autor (2020).

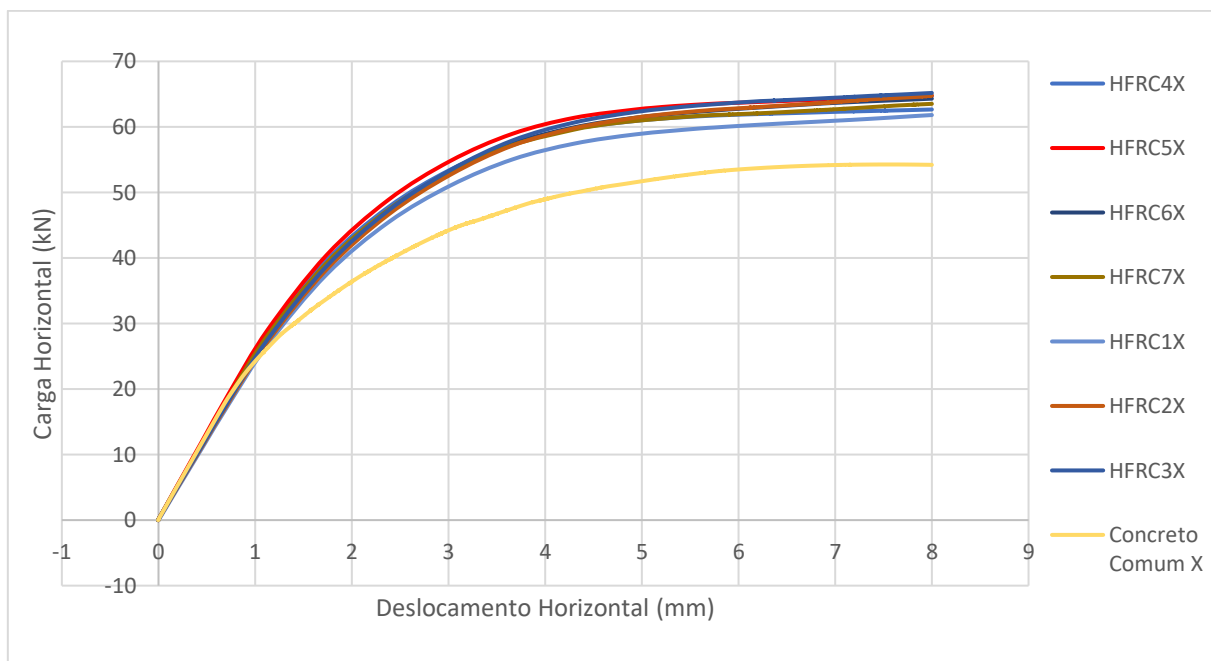
Figura 50 – Padrão de Dano do HFRC7



Fonte: Elaborado pelo Autor (2020).

Todas as simulações de HFRC apresentaram padrões de danificação bem semelhantes. Na sequência, apresentam-se nas Figuras 51, 52 e 53, as relações de carga horizontal por deslocamento para as direções X, Z e na resultante das mesmas.

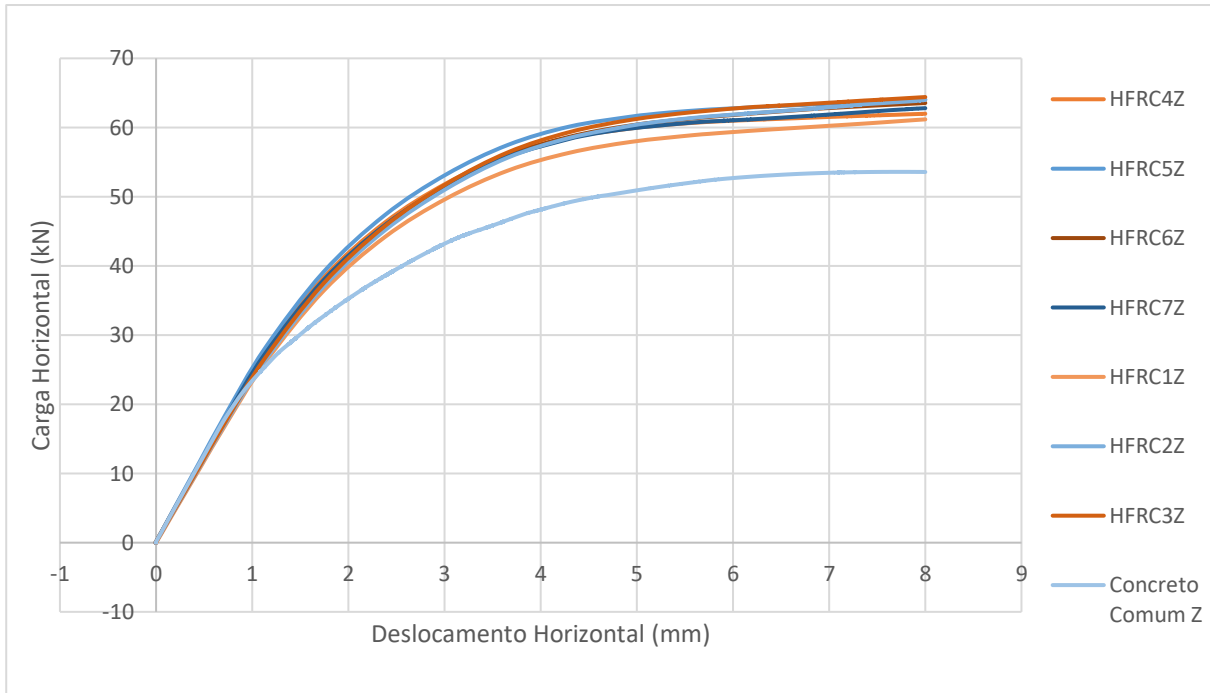
Figura 51 – Relação Carga Horizontal x Deslocamento na Direção X



Fonte: Elaborado pelo Autor (2020).

Ao observar o gráfico apresentado na Figura 51, pode-se notar que a curva que apresenta maior rigidez até o deslocamento de 6 mm é a curva vermelha, referente ao HFRC5 (sendo o material que apresenta maior resistência à tração e à compressão). No entanto, após o deslocamento de 6 mm, o material perde mais rigidez do que a maioria dos materiais, sendo superado pelo HFRC3 e HFRC6, que possuem resistências menores, mas ângulos de dilatação maiores. Essas relações se repetem na direção Z, onde o HFRC5 continua possuindo maior rigidez até o deslocamento de 6 mm, mas é posteriormente superado pelos HFRC3 e HFRC6.

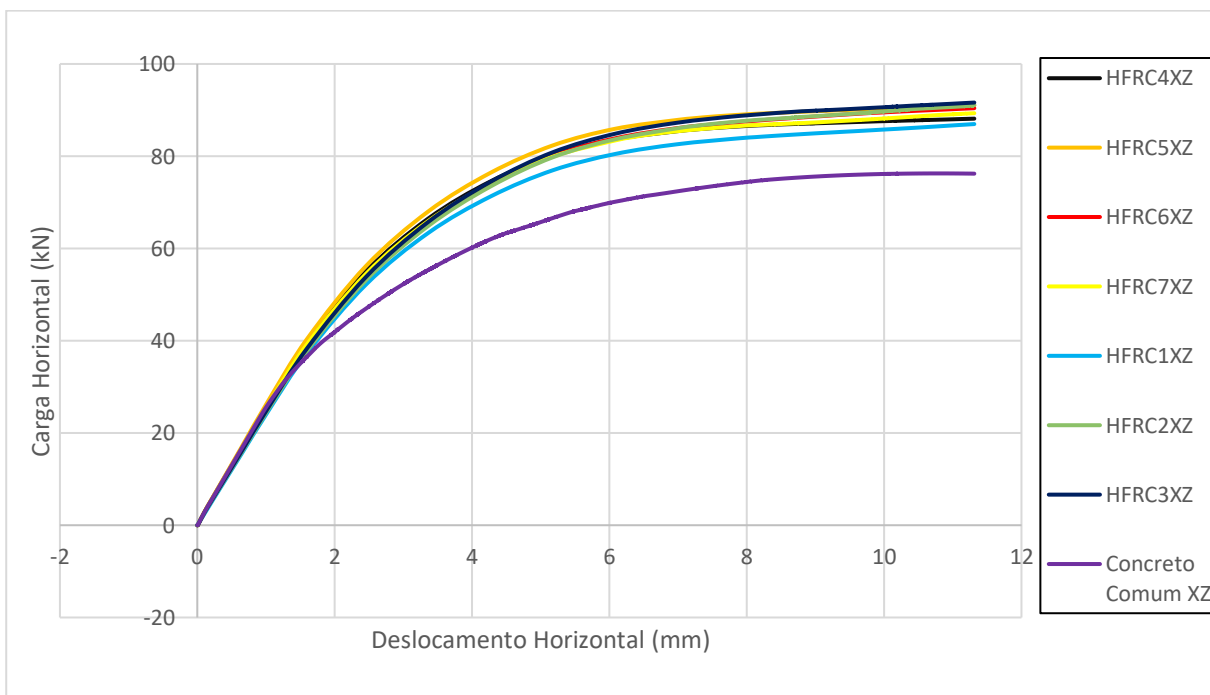
Figura 52 – Relação Carga Horizontal x Deslocamento na Direção Z



Fonte: Elaborado pelo Autor (2020).

Fazendo a resultante das Reações Horizontais e dos Deslocamentos Horizontais, tem-se a Figura 53.

Figura 53 – Relação Carga Horizontal x Deslocamento na Diagonal

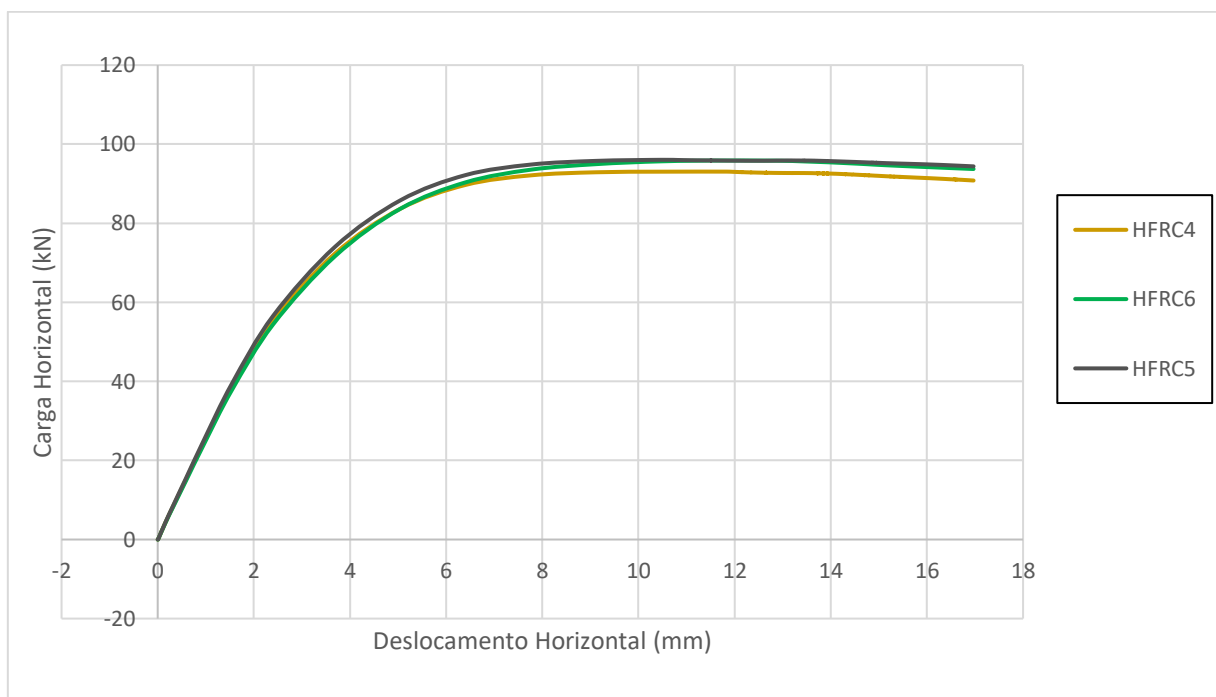


Fonte: Elaborado pelo Autor (2020).

Na Figura 53 observa-se comportamento semelhante aos já descritos nas direções X e Z.

Com o objetivo de observar com mais clareza a perda de rigidez devido à plasticidade induzida pelo ângulo de dilatação, foram realizadas três novas simulação com o HFRC4, HFRC5 e HFRC6, utilizando deslocamentos maiores, dessa vez de 12 mm em cada direção. De modo que sua representação se encontra na Figura 54.

Figura 54 – Segunda simulação de Carga Horizontal x Deslocamento na Diagonal



Fonte: Elaborado pelo Autor (2020).

É possível observar na Figura 54 que o HFRC6, sendo a curva que possui menor resistência à tração e à compressão, ainda é a que apresenta a maior rigidez final, pois é a curva que apresenta maior ângulo de dilatação ($35,3^\circ$), enquanto o HFRC5, que possui as maiores resistências, mas um ângulo de dilatação intermediário ($15,2^\circ$), por fim o HFRC4, que possui o menor ângulo de dilatação ($10,92^\circ$), após o deslocamento de 6 mm, passa a ter a menor rigidez dos 3, mesmo que ainda possua resistências à compressão e à tração maiores que o HFRC6. Apesar de que a situação não promova uma boa observação desse acontecimento, sabe-se através das Figuras 16 e 18, o que acontece com a superfície de plastificação do concreto quando esta é formada por um ângulo de dilatação muito baixo. Sua superfície fica mais estreita e

consequentemente necessita-se de tensões desviantes menores para o que material se plastifique. A partir dessa observação, nota-se que o reforço do concreto com taxas volumétricas muito altas pode comprometer a estrutura, visto que em estados uniaxiais de compressão e tração, o concreto que possui mais reforço por fibras apresenta um desempenho melhor que não é acompanhado, necessariamente, de um desempenho melhor em estados multiaxiais de tensão. Marković (2006) observou que para estado uniaxial de tração, a resistência à tração é beneficiada para altas frações volumétricas de fibras de aço, em seu estudo, a partir da tendência das curvas, estimou-se que o aumento de resistência promovido pelas fibras poderia ser ainda maior do que 150% em relação ao concreto convencional de referência. Em seu estudo, ele não utilizou reforços maiores do que 3% de fração volumétrica, porque a partir deste a falha acontecia na cola utilizada no ensaio. Mas conclui-se que com maiores frações volumétricas seria possível encontrar aumentos de resistência ainda maiores. O problema de altos reforços foi evidenciado por Chi et al. (2017), observando que um alto volume de fibras criava uma restrição na deformação plástica volumétrica do concreto, de modo que para suprir o deslocamento provocado pelo ensaio, fosse necessária a plastificação de uma porção maior do material.

9. CONCLUSÃO

Através das análises numéricas foi possível observar a influência dos ângulos de dilatação quando a estrutura está sujeita a um estado multiaxial de tensões. Apesar de as cargas envolvidas não apresentarem um estado multiaxial significativo, o aumento da plasticidade do material pode apresentar variações maiores quando as tensões desviantes forem mais proeminentes. Para o concreto convencional, o intervalo de variação dos ângulos de dilatação é menor, e conseqüentemente menos influente quando se trata desses estados de tensão. Já no HFRC, como se observa nos estudos experimentais, os ângulos de dilatação chegam a variar de 7° até 45° em concretos com maiores taxas de reforço de fibra.

A restrição de deformação plástica volumétrica, fez com que o material precisasse que uma maior porção de concreto fosse plastificada para que houvesse a deformação total imposta pelo carregamento. Esse comportamento ficou evidente para o HFRC4, que por possuir o ângulo de dilatação mais baixo da análise (10,92°), apresentou um bom comportamento na primeira fase de carregamento, devido ao seu ótimo desempenho apresentado nas curvas uniaxiais de compressão e tração, só que menos eficiente ao final do mesmo, quando as cargas laterais começam a promover um estado de tensão multiaxial no mesmo. Para o HFRC5, com o um ângulo de dilatação mais próximo do usual (15,2°), essa perda de eficiência não foi observada. A relação que o ângulo de dilatação terá com o resultado final da análise é totalmente dependente do estado de tensão do material, conseqüentemente, também será intimamente dependente do tipo de carregamento aplicado a estrutura.

Visto isso é importante ressaltar o estudo do comportamento do ângulo de dilatação em concretos reforçados com fibras híbridas. Apesar da equação proposta aproximar de modo significativo o ângulo de dilatação em função dos índices de reforço (R^2 em torno de 0,83), trata-se de uma função de interpolação, não sendo indicada para extrapolar valores.

Sabendo disso, abre-se um novo âmbito de pesquisa, de modo que seja possível variar de forma mais abrangente os índices de reforço. Se apresenta como uma alternativa para propor uma equação que estime esse ângulo de dilatação.

Além desse ponto de vista, há de se observar que mesmo uma função de interpolação mais poderosa não foi capaz de representar com precisão o ângulo de dilatação, fazendo-se questionar se tomar os índices de reforço (λ_s e λ_p) como variáveis adequadas para propor uma equação precisa. Dessa forma, levantam-se outras questões como: se a fração volumétrica é

mais influente do que a relação de aspecto da fibra; se o tipo de fibra (com relação ao seu formato, corrugada, com ganchos e etc.) são influentes; e qual a influência da resistência do concreto. Essas questões não foram abordadas nos estudos experimentais recentes.

Assim, sabendo que a equação para o ângulo de dilatação proposta, serviu para o estudo dentro das combinações escolhidas, faz-se necessário um estudo experimental mais aprofundado a respeito do comportamento do ângulo de dilatação do HFRC considerando essas variáveis citadas, já que se observou uma certa sensibilidade do HFRC a essas variações de ângulos de dilatação. Bem como a análise de outros tipos de estruturas e carregamentos para se observar qual faixa de ângulos de dilatação é mais influente para cada tipo de situação.

Outras pesquisas podem ser desenvolvidas com o intuito de repetir os ensaios e as considerações feitas para o CDPM e concretos com uma combinação de fibras diferentes. Como por exemplo fibras de nylon, vidro, celulose etc., já que para a maioria dos parâmetros a metodologia utilizada para o desenvolvimento do CDPM foi satisfatória, podendo servir de ponto de partida inicial para se desenvolver mais pesquisas em simulação numérica de concreto reforçado com fibras.

REFERÊNCIAS

BIRTEL, V.; MARK, P. Parameterised Finite Element Modelling of RC Beam Shear Failure. **Abaqus User's Conference**, p. 95–108, 2006.

CEB-FIP. CEB-FIP model code 2010. 2010.

CEB-FIP MODEL CODE 1990. Thomas Telford Publishing, 1993.

CHI, Y. et al. A unified failure envelope for hybrid fibre reinforced concrete subjected to true triaxial compression. **Composite Structures**, v. 109, p. 31–40, 2014.

CHI, Y. et al. Finite element modeling of steel-polypropylene hybrid fiber reinforced concrete using modified concrete damaged plasticity. **Engineering Structures**, v. 148, p. 23–35, 2017.

CHI, Y.; XU, L.; YU, H. SUI. Constitutive modeling of steel-polypropylene hybrid fiber reinforced concrete using a non-associated plasticity and its numerical implementation. **Composite Structures**, v. 111, n. 1, p. 497–509, 2014.

CHI, Y.; XU, L.; ZHANG, Y. Experimental Study on Hybrid Fiber–Reinforced Concrete Subjected to Uniaxial Compression. **Journal of Materials in Civil Engineering**, v. 26, n. 2, p. 211–218, 2014.

EARIJ, A. et al. Nonlinear three – dimensional finite – element modelling of reinforced – concrete beams : Computational challenges and experimental validation. **Engineering Failure Analysis**, v. 82, n. March, p. 92–115, 2017.

FIGUEIREDO, A. D. DE. **Concreto reforçado com fibras**. Dissertação (mestrado) - Universidade de São Paulo, 2011.

GROSSI, B. F. **UMA CONTRIBUIÇÃO PARA A MODELAGEM NUMÉRICA DO CONCRETO COM FIBRAS CURTAS DE AÇO**. Tese (doutorado) - Universidade Federal de Minas Gerais, 2006.

HILLERBORG, A.; MODÉER, M.; PETERSSON, P. E. Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements. **Cement and Concrete Research**, v. 6, n. 6, p. 773–781, 1976.

HORDIJK, D. A. Tensile and tensile fatigue behaviour of concrete; experiments, modelling and analyses. **Heron**, v. 37, n. 1, p. 1–79, 1992.

HUANG, Z.; LIEW, J. Y. R. Nonlinear finite element modelling and parametric study of curved steel-concrete-steel double skin composite panels infilled with ultra-lightweight cement composite. **Construction and Building Materials**, v. 95, p. 922–938, 2015.

KONIKI, S.; PRASAD, D. R. Influence of hybrid fibres on strength and stress-strain behaviour of concrete under uni-axial stresses. **Construction and Building Materials**, v. 207, p. 238–248, 2019.

LEE, J.-Y. et al. Structural response of steel-fiber-reinforced concrete beams under various loading rates. **Engineering Structures**, v. 156, p. 271–283, 2018.

LI, B. et al. Experimental investigation on the stress-strain behavior of steel fiber reinforced concrete subjected to uniaxial cyclic compression. **Construction and Building Materials**, v. 140, p. 109–118, 2017a.

LI, B. et al. Experimental investigation on the flexural behavior of steel-polypropylene hybrid fiber reinforced concrete. **Construction and Building Materials**, v. 191, p. 80–94, dez. 2018.

LI, Z. X. et al. Experimental investigation on mechanical properties of Hybrid Fibre Reinforced Concrete. **Construction and Building Materials**, v. 157, p. 930–942, 2017b.

LOPES, M. M. **Substituição parcial da armadura de flexão por fibras de aço em vigas de concreto**. Tese (doutorado) - Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2005.

LU, X. et al. Experimental study on seismic performance of steel fiber reinforced high strength concrete composite shear walls with different steel fiber volume fractions. **Engineering Structures**, v. 171, p. 247–259, 2018.

LUBLINER, J. et al. A plastic-damage model for concrete. **International Journal of Solids and Structures**, v. 25, n. 3, p. 299–326, 1989.

MARINHO, R. **Cisalhamento em vigas de concreto de alta resistencia com adição de fibras de aço submetidas**. Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Campinas. 2002.

MARKOVIĆ, I. **High-performance hybrid-fibre concrete: development and utilisation**. Thesis, IOS Press, 2006.

REINHARDT, H. W.; CORNELISSEN, H. A. W. Post-peak cyclic behaviour of concrete in uniaxial tensile and alternating tensile and compressive loading. **Cement and Concrete**

Research, v. 14, n. 2, p. 263–270, 1984.

ROUSAKIS, T. C. et al. Analytical modelling of plastic behaviour of uniformly FRP confined concrete members. **Composites Part B: Engineering**, v. 39, n. 7–8, p. 1104–1113, 2008.

RUSSELL, W. S. Polynomial interpolation schemes for internal derivative distributions on structured grids. **Applied Numerical Mathematics**, v. 17, n. 2, p. 129–171, 1995.

SANT'ANA, M. V. P. **Modelo Numérico para o concreto reforçado com fibras**. [s.l.] Universidade Estadual do Norte Fluminense, 2005.

SARTURI, F. D. M. **Simulação computacional de estruturas de concreto reforçadas com aço e compósitos de fibra de carbono**. Dissertação (mestrado) - Universidade Federal do Paraná, 2014.

STARODUBSKY, S.; BLECHMAN, I.; LIVNEH, M. Stress-strain relationship for asphalt concrete in compression. **Materials and Structures**, v. 27, n. 8, p. 474–482, 1994a.

STARODUBSKY, S.; BLECHMAN, I.; LIVNEH, M. Stress-strain relationship for asphalt concrete in compression. **Materials and Structures**, v. 27, n. 8, p. 474–482, 1994b.

TYSMANS, T. et al. Finite element modelling of the biaxial behaviour of high-performance fibre-reinforced cement composites (HFRCC) using Concrete Damaged Plasticity. **Finite Elements in Analysis and Design**, v. 100, p. 47–53, 2015.

XU, L. et al. Tensile behavior of steel-polypropylene hybrid fiber-reinforced concrete. **ACI Materials Journal**, v. 113, n. 2, p. 219–229, 2016.