



5ª Lista de Mecânica Clássica I

Horários e salas		
Quarta-Feira	17:15 - 19:15	Bloco C34 - Sala 105

Questão - 1 Um projétil é lançado próximo à superfície da terra de modo que seu movimento ocorra no plano xz , com o eixo z na direção vertical. Despreze a resistência do ar.

- Escreva as equações de movimento e obtenha $x(t)$ e $z(t)$;
- Suponha $x_0 = z_0 = 0$, com velocidade inicial v_{x0} e v_{z0} , e obtenha a equação da trajetória $z(x)$;
- Escreva $z(x)$ na forma

$$(x - h)^2 = 4p(z - k),$$

que corresponde à equação de uma parábola com vértice em (h, k) . Nessa equação, p é a distância entre o vértice e o foco.

- Comparando os resultados dos itens b e c, mostre que

$$h = \frac{x_m}{2}, \quad p = \frac{v_{x0}v_{z0}}{2g}, \quad k = y_m = \frac{v_{z0}^2}{2g}$$

em que x_m é o alcance horizontal e y_m é a altura máxima.

Questão - 2 Um projétil é lançado próximo à superfície da terra de modo que seu movimento ocorra no plano xz , com o eixo z na direção vertical. Suponha uma força de atrito proporcional à velocidade, $f_x = -bv_x$ e $f_z = -bv_z$. Obtenha $v_x(t)$, $x(t)$, $v_z(t)$ e $z(t)$.

Questão - 3 Para o projétil do problema 2,

- mostre que a equação da trajetória $z(x)$ é dada por

$$z = \left(\frac{mg}{bv_{x0}} + \frac{v_{z0}}{v_{x0}} \right) x - \frac{m^2g}{b^2} \ln \left(\frac{mv_{x0}}{mv_{x0} - bx} \right);$$

- Suponha que $bx/mv_{x0} \ll 1$. Para obter uma equação $z(x)$ aproximada, expanda o logaritmo da equação acima e mostre que

$$z = \frac{v_{z0}}{v_{x0}}x - \frac{g}{2v_{x0}^2}x^2 - \frac{bg}{3mv_{x0}^3}x^3 - \dots$$

- Para o caso $bx/mv_{x0} \ll 1$, use aproximações sucessivas para mostrar que

$$x_A \simeq \frac{2v_{z0}v_{x0}}{g} - \frac{8bv_{z0}^2v_{x0}}{3mg^2},$$

sendo x_A uma estimativa para o alcance do projétil.

Questão - 4 Partindo da equação da trajetória (eq. 3), mostre que o projétil alcançará sua altura máxima em

$$x_m = \frac{v_{x0}v_{z0}}{g + \frac{b}{m}v_{x0}}.$$

Dica: Faça $\frac{dz}{dx} \Big|_{x=x_m} = 0$.