



## Cálculo I e II

### Lista 1

Data da lista:	11, 12 e 13/06/2024
Preceptora:	Larissa Baia Moretti
Cursos:	Matemática
Coordenadora:	Patrícia Hilário Tacuri Córdova

### Cálculo I

- Indique quais frases a seguir são verdadeiras.
  - Todo número real é racional.
  - Todo número natural é real.
  - Todo número inteiro é natural.
  - Todo número racional pode ser escrito como uma fração na qual o numerador e o denominador são naturais.
  - Todo número irracional é real.
  - Todo número natural é racional.
  - O conjunto dos números naturais é finito.
- Dentre os números reais a seguir, indique quais são: Naturais, inteiros, racionais ou irracionais.  
 $5,3$   $-2$   $10000000$   $\sqrt{5}$   $\frac{632}{75}$   $1$   $\frac{\sqrt{2}}{3}$   $-8,75$   $\sqrt{4}$   $125,666\dots$
- Forneça os conjuntos descritos ou descreva os conjuntos a seguir por meio de suas propriedades.
  - $\{x \in \mathbb{Z} \mid x \text{ é maior que } -6 \text{ e menor que } 6\}$
  - $\{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29\}$

4. Dados os conjuntos:

$A = \{b, c, d, f, g, h\}$ ,  $B = \{a, e, i, o, u\}$  e  $C = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j\}$ ,  
encontre os itens abaixo.

- (a)  $A \cup B$                       (c)  $C \setminus A$                       (e)  $C \setminus (A \cup B)$   
(b)  $B \cap C$                       (d)  $C \setminus B$                       (f)  $(C \setminus A) \cap B$

5. Determine  $A \cap B$  e  $A \cup B$ , sendo  $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 2 \leq x < 7\}$  e  
 $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 6\}$ .

6. Calcule as expressões a seguir, simplificando e fatorando sempre que possível.

- (a)  $[(38 - 6) \cdot 4 - 28] \div 2$                       (d)  $30 + 5x$   
(b)  $-4[(2 - 3x) + 3(x + 1)]$                       (e)  $\left(\frac{8x}{3} - \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{5}{-\frac{1}{4}}$   
(c)  $xy + 2zx - 5xv$

7. Escreva os itens a seguir das maneiras restantes: Intervalo, desigualdade, conjunto e na reta real.

- (a)  $(-5, -2]$   
(b)  $(-\infty, -2] \cup [3, \infty)$   
(c)  $\{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq x \leq 0\}$



8. Faça a representação gráfica (na reta real) dos seguintes intervalos.

- (a)  $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 2\}$                       (c)  $C = (-2, 4]$   
(b)  $B = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x \leq 3\}$                       (d)  $(-\infty, 2] \cap (-2, 0]$

9. Verifique se 3 e 2 são soluções da equação:  $x^2 - 7x + 12 = 0$ .

10. Somando a metade de um número à terça parte desse mesmo número, obtemos 30. Qual é esse número?

11. Resolva as equações a seguir.

(a)  $-3x + 5 = -7$

(b)  $11 = 36 - 5(1 - x)$

(c)  $3,5x + 2 = 2,9x - 1$

(d)  $2(y-4) = 2-3(y-5)+10(1-3y)$

(e)  $\frac{4x-5}{3} - \frac{7-3x}{2} = \frac{5-x}{6} + 3$

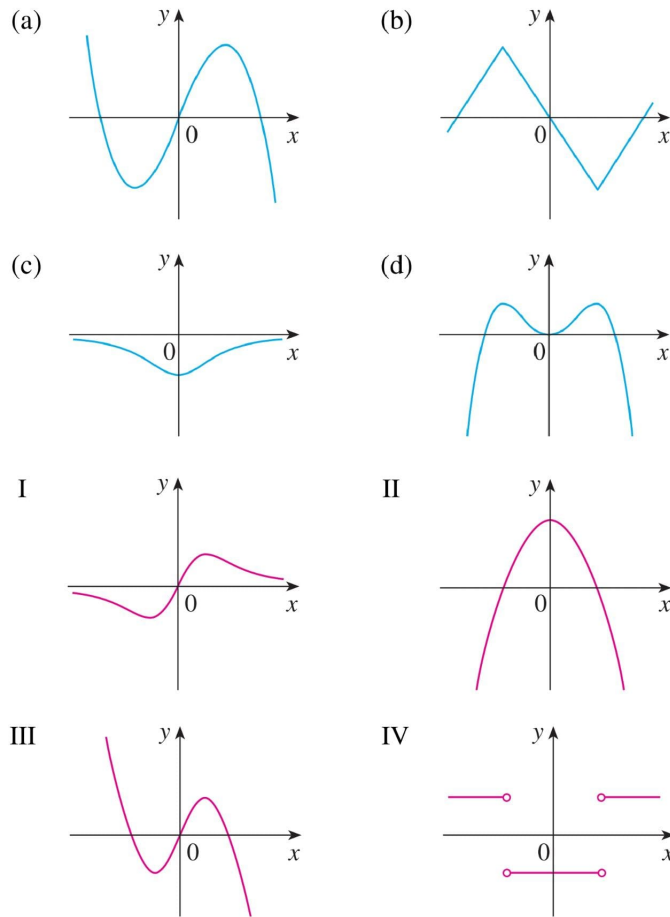
12. No ano passado, uma banca de 16 professores de Matemática corrigiu, em 9 dias úteis, as 48.000 provas de vestibular de uma universidade. Neste ano, é necessário corrigir 50.000 provas, mas a banca só terá 8 dias úteis para efetuar o trabalho. Quantos professores devem ser contratados para essa tarefa?

13. No pátio do Instituto de Matemática há dois relógios. Um deles adianta 5 segundos por dia, enquanto o outro atrasa 3 segundos por dia. Se os dois relógios foram acertados no mesmo instante, quanto tempo deverá transcorrer, desde este instante, até que a diferença entre eles seja de 1 minuto?

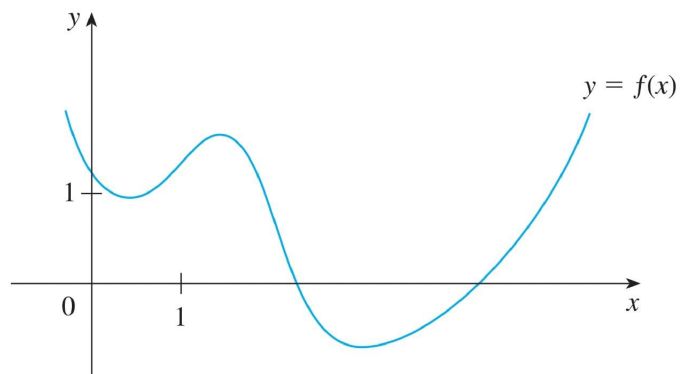
## Cálculo II

- O ponto  $P(0, 5; 0)$  está sobre a curva  $y = \cos(\pi x)$ . Ache uma equação da reta tangente à curva em  $P(0, 5; 0)$  considerando a inclinação dessa reta como sendo  $-\pi$ .
- Uma curva tem por equação  $y = f(x)$ .
  - Escreva uma expressão para a inclinação da reta secante pelos pontos  $P(3, f(3))$  e  $Q(x, f(x))$ .
  - Escreva uma expressão para a inclinação da reta tangente em  $P$ .
- Resolva os itens abaixo.
  - Encontre a inclinação da reta tangente à parábola  $y = 4x - x^2$  no ponto  $(1, 3)$ .
    - Usando a Definição:  $m = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$ .
    - Usando a Equação:  $m = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a + h) - f(a)}{h}$ .
  - Encontre a equação da reta tangente da parte (a).
- Encontre uma equação da reta tangente à curva no ponto dado.
  - $y = x^2$ ,  $(1, 1)$ .
  - $y = 4x - 3x^2$ ,  $(2, -4)$ .
  - $y = \frac{2x + 1}{x + 2}$ ,  $(1, 1)$ .
- Cada limite representa a derivada de certa função  $f$  em certo número  $a$ . Diga o que são  $f$  e  $a$  em cada caso.
  - $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(1 + h)^{10} - 1}{h}$
  - $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{2^x - 32}{x - 5}$
  - $\lim_{t \rightarrow 1} \frac{t^4 + t - 2}{t - 1}$
- Suponha que uma bola foi deixada cair do posto de observação de uma torre, 450 m acima do solo. Considere a equação de movimento  $s = f(t) = 4,9t^2$ .
  - Qual a velocidade da bola após 5 segundos?
  - Com qual velocidade a bola chega ao solo?

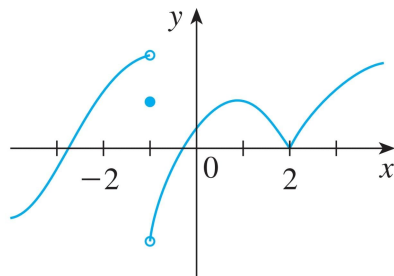
7. Associe o gráfico de cada função em (a)-(d) com o gráfico de sua derivada em I-IV. Dê razões para suas escolhas.



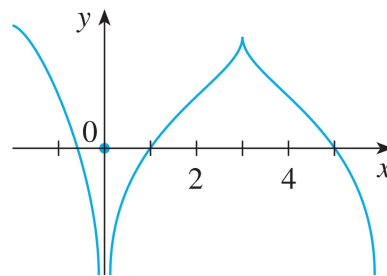
8. O gráfico de uma função  $f$  é ilustrado na Figura abaixo. Use-o para esboçar o gráfico da derivada  $f'$ .



9. Se  $f(x) = x^3 - x$ , encontre uma expressão para  $f'(x)$ . Ilustre, comparando os gráficos de  $f$  e  $f'$ .
10. Se  $f(x) = \sqrt{x}$ , encontre a derivada de  $f$ . Diga qual é o domínio de  $f'$ .
11. O gráfico de  $f$  é dado. Indique os números nos quais  $f$  não é diferenciável.



(a)



(b)

12. Onde a função  $f(x) = |x|$  é diferenciável?