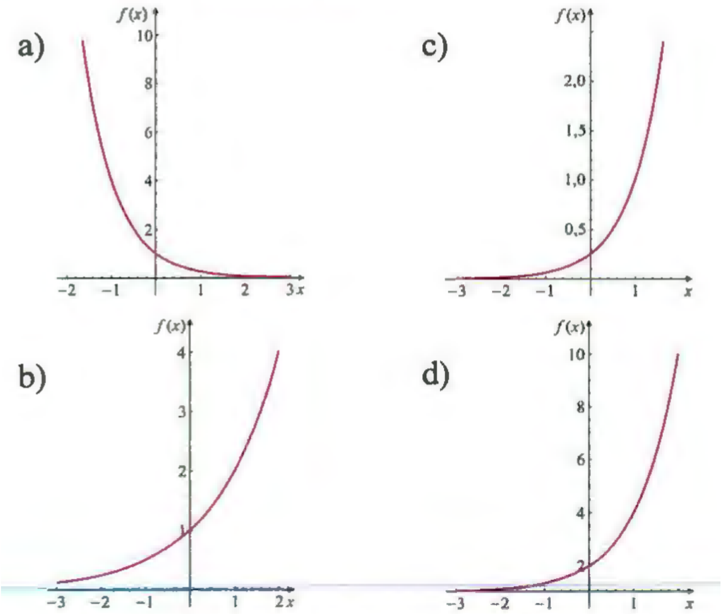
Cálculo I e II

Lista 5

Data da lista:	13, 14 e 15/06/2024
Preceptora:	Larissa Baia Moretti
Cursos:	Matemática
Coordenadora:	Patrícia Hilário Tacuri Córdova

Cálculo I

1. Relacione o gráfico à função.



(I) $f_1(x) = 3^x + 1$

(II) $f_2(x) = 4^{x-1}$

(III) $f_3(x) = 4^{-x}$

(IV) $f_4(x) = 2^x$

2. Calcule os logaritmos a seguir.

   (a) $\log_2(1/8)$
   (b) $\log_9 3$
   (c) $3\log_5(\sqrt[3]{25})$
   (d) $2\log_2 12 - \log_2 9$

3. Calcule os logaritmos utilizando mudança de base.

   (a) $\log_4 8$
   (b) $\dfrac{\log_5 1000}{\log_5 10}$

4. Mude a base da função exponencial a seguir.

   (a) 3^x na base 10;
   (b) $(1/2)^x$ na base 3.

5. Heloísa contraiu um empréstimo de R$ 1.000,00 e terá que pagar juros de 6% ao mês. Se Heloísa não saldar sequer uma parte da sua dívida, em que momento ela deverá o dobro do valor que pegou emprestado?

6. Determine o domínio e trace o gráfico das funções a seguir.

   (a) $f(x) = \ln(x+1)$
   (b) $f(x) = \log_3(9 - x^2)$

7. Dada a função $f(x) = 2\log_2(4x - 1)$, (a) determine a inversa de f; (b) em um mesmo plano cartesiano, trace os gráficos de f e de sua inversa.

8. Expanda ou contraia o máximo possível as expressões logarítmicas.

   (a) $\log(7x^5y^2)$
   (b) $\log\left(\dfrac{\sqrt[3]{x^2}}{4}\right)$
   (c) $\dfrac{1}{2}[\ln(x-2) + \ln(x+2)]$
   (d) $\log_2 6 + \log_8 x$

9. Resolva as equações exponenciais e logarítmicas.

   (a) $log_3(3x+1) - 3 = \log_3(x-4) + 1$
   (b) $2^{x^2+5} + 2^4 = 144$
   (c) $2^{3x-2} - 4^{x+6} = 0$
   (d) $4^{5-2x} = 3^x$
   (e) $e^{2x} + 2e^x - 8 = 0$
   (f) $\log_2(8x) = \log_8(2x) + 2$

10. Resolva as inequações exponenciais e logarítmicas a seguir.

    (a) $5^x > 4 \cdot 5^{x/2+6}$

    (b) $\left(\dfrac{1}{3}\right)^{4-x} \leq \left(\dfrac{1}{5}\right)^x$

    (c) $\dfrac{\ln(3-2x)}{\ln 5} \leq 2$

11. A intensidade de um som, denotada por I, está relacionada à energia transmitida pela onda sonora. No sistema internacional de unidades, I é fornecida em watts por metro quadrado (W/m^2). Um som é dito audível se sua intensidade é superior a $I_0 = 10^{-12}W/m^2$ Por outro lado, há ocasiões em que somos submetidos a sons que chegam a $10^{12}W/m^2$. Dada essa grande magnitude dos sons que ouvimos, quando nos referimos à "altura"de um som, costumamos utilizar como unidade o decibel (dB), em vez de W/m^2. Para converter a intensidade I ao nível correspondente em decibéis, dado por β, usamos a fórmula

$$\beta(I) = 10 \log\left(\frac{I}{I_0}\right)$$

    (a) Se um som de 90 dB já é suficiente para causar danos ao ouvido médio, um amplificador de som de uma banda de rock, ligado a $5 \times 10^{-1}W/m^2$, será capaz de prejudicar a audição de um incauto fã?

    (b) A que intensidade I, em W/m^2, corresponde o som usual de uma conversa, que costuma atingir 40 dB?

Cálculo II

1. Um objeto é lançado para cima com velocidade inicial metros por segundo a partir de um ponto s0 metros acima do solo. Mostre que $[v(t)]^2 = v_0^2 - 19,6[s(t) - s_0]$.

2. Um carro está viajando a 100 km/h quando o motorista vê um acidente 80 m adiante e pisa no freio. Qual desaceleração constante é necessária para parar o carro em tempo de evitar a batida?

3. Encontre a primitiva mais geral de cada uma das seguintes funções.

   (a) $f(x) = \dfrac{1}{x}$

   (b) $f(x) = x^n$, $n \neq -1$

4. Encontre f se $f''(x) = 12x^2 + 6x - 4$, $f(0) = 4$ e $f(1) = 1$.

5. Expresse $\lim\limits_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} ({x_i}^3 + x_i\ sen\ x_i)\Delta x$ como uma integral no intervalo $[0,\pi]$.

6. Calcule as integrais a seguir interpretando cada uma em termos de áreas.

   (a) $\int_0^1 \sqrt{1 - x^2}\ dx$

   (b) $\int_0^3 (x - 1)\ dx$

7. Se é sabido que $\int_0^{10} f(x)\ dx = 17$ e $\int_0^8 f(x)\ dx = 12$, encontre $\int_8^{10} f(x)\ dx$.

8. Use a Propriedade abaixo para estimar o valor de $\int_0^1 e^{-x^2}\ dx$.

   (i) Se $m \leq f(x) \leq M$ para $a \leq x \leq b$, então $m(b - a) \leq \int_a^b f(x)\ dx \leq M(b - a)$.

9. Encontre $\dfrac{d}{dx} \int_1^{x^4} sec\ t\ dt$.

10. Calcule a integral definida abaixo.

    (a) $\int_{-1}^{2} (x^3 - 2x)\ dx$

    (b) $\int_0^1 x^{4/5}\ dx$

    (c) $\int_0^1 (x^e + e^x)\ dx$

    (d) $\int_{-1}^{1} e^{x+1}\ dx$

    (e) $\int_{\pi}^{2\pi} cos(x)\ dx$

    (f) $\int_0^{\pi} (5e^x + 3sen(x))\ dx$

    (g) $\int_1^9 \dfrac{2x^2 + x^2\sqrt{x} - 1}{x^2}$

    (h) $\int_{-1}^{2} (x - 2|x|)\ dx$

(i) $\int_0^\pi f(x)$ onde $f(x) = \begin{cases} sen\ x & se\ \ 0 \leq x \leq \pi/2 \\ cos\ x & se\ \ \pi/2 \leq x \leq \pi \end{cases}$

11. Calcule a integral indefinida abaixo.

(a) $\int (x^2 + x^{-2})\ dx$

(b) $\int (\sqrt{x^3} + \sqrt[3]{x^2})\ dx$

(c) $\int \dfrac{x^3 - 2\sqrt{x}}{x}\ dx$

(d) $\int (1 + tg^2(x))\ dx$

(e) $\int (10x^4 - 2\ sec^2\ x)\ dx$

(f) $\int (e^x - 2x^2)\ dx$

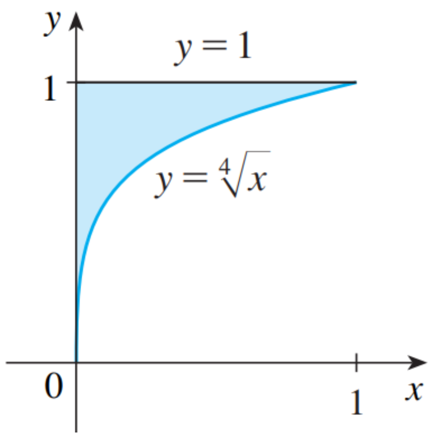
(g) $\int \dfrac{2e^x}{senh\ x + cosh\ x}\ dx$

12. Uma partícula move-se ao longo de uma reta de tal forma que sua velocidade no instante t é $v(t) = t^2 - t - 6$ (medida em metros por segundo).

(a) Encontre o deslocamento da partícula durante o período de tempo $1 \leq t \leq 4$;

(b) Encontre a distância percorrida durante esse período de tempo.

13. As fronteiras da região sombreada são o eixo y, a reta $y = 1$ e a curva $y = \sqrt[4]{x}$. Encontre a área dessa região escrevendo x como uma função de y e integrando em relação a y.



14. A função velocidade (em metros por segundo) é $a(t) = t + 4$ para uma partícula movendo-se ao longo de uma reta. Encontre (a) o deslocamento e (b) a distância percorrida pela partícula durante o intervalo de tempo dado $0 \leq t \leq 3$.