



# Álgebra e Geometria no Plano

## Lista 2 - Turma 31 e 32

Data da lista:	21/06/2024
Preceptor:	Murilo Perini
Curso:	Matemática
Coordenadora:	Patrícia Hernandes Baptistelli

1. Em um sistema de coordenadas cartesianas ortogonais no plano, um ponto  $P_1(x_1, y_1)$  é obtido pela rotação de um ponto  $P(x, y)$  em torno da origem de um ângulo de  $\theta$  graus. Essa rotação, se ocorrer no sentido anti-horário, é definida pelo produto da matriz  $R = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$  com a matriz  $P = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ , ou seja,  $P_1 = R \cdot P$ . Rotacionando-se o ponto  $P(2, 3)$  de um ângulo de  $45^\circ$  em torno da origem, no sentido anti-horário, qual o ponto obtido?
2. Para codificar uma palavra de quatro letras podemos usar o método descrito a seguir:

**Tabela de conversão**

A	38	J	47	S	30
B	39	K	48	T	31
C	40	L	49	U	32
D	41	M	50	V	33
E	42	N	25	W	34
F	43	O	26	X	35
G	44	P	27	Y	36
H	45	Q	28	Z	37
I	46	R	29		

Figura 1:

- Substitui-se cada letra da palavra pelo número correspondente a tabela de conversão (acima apresentada). Escrevendo todos os algarismos juntos, o resultado é um número de oito algarismos.
- O número obtido no item anterior, é somado com a chave 12345678. O resultado é a palavra codificada.

Exemplo: a codificação da palavra BODE.

- A tabela de conversão aplicada às quatro letras fornece o número: 39264142.
- Somando-se com a chave temos:  $39264142 + 12345678 = 51609820$
- A palavra BODE é codificada como: [51609820].

Nessas condições determine:

- a) a codificação da palavra AZUL.
- b) a palavra que tem codificação [62610616].

3. Considere que  $M = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 4 & 5 & 1 \end{pmatrix}$  e  $N = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ . Determine a matriz A, tal que  $A = 2M^T \cdot N^{-1}$ .
4. Seja A a matriz  $2 \times 2$  onde cada elemento é  $a_{ij} = i + j$ . Determine o valor do determinante da matriz  $A^2$
5. Calcule o valor do determinante da matriz  $A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 1 & 2 \\ 5 & 0 & 3 & 6 \\ 2 & 1 & 0 & 4 \\ 6 & 0 & 6 & 0 \end{pmatrix}$ . Use o teorema de Laplace.
6. Dadas as matrizes  $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$  e  $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ . Calcule o valor do determinante da matriz M, tal que  $M = AB - BA$
7. Considerando as matrizes  $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  e  $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ , resolva os itens abaixo.
  - a) Determine a inversa das matrizes A e B.
  - b) Determine o determinante da matriz  $C = AB$  e  $D = BA$
8. Se  $x$  é um número o qual  $\left| \begin{matrix} 5 & 2 \\ x-1 & x+3 \end{matrix} \right| = \log 0,1$ . Qual o valor de x?

9. Determine a solução do sistema de equações: 
$$\begin{cases} x + 2y = 7 \\ 2x - z = -3 \\ x + 3y - 2z = 0 \end{cases}$$

10. Seja  $A = \begin{pmatrix} 1 & b \\ c & d \end{pmatrix}$  tem inversa. Qual o valor do determinante da matriz inversa de A?