Álgebra e Geometria no Plano
Lista 3 - Turma 01

Data da lista:	03/07/2024
Preceptor:	Murilo Perini
Curso:	Matemática
Coordenadora:	Patrícia Hernandes Baptistelli

1. Pelo exercício da semana passada, temos que:
   g) $\cos(-x) = \cos x$
   h) $\operatorname{sen}(-x) = -\operatorname{sen} x$

2. Utilizando os itens (g) e (h) do exercício anterior, obtenha as fórmulas para seno e cosseno da diferença a partir das fórmulas de seno e cosseno da soma observando que $\cos(a-b) = \cos(a+(-b))$ e $\operatorname{sen}(a-b) = \operatorname{sen}(a+(-b))$.

3. A tangente de um ângulo α é definida por $\operatorname{tg}\alpha = \frac{\operatorname{sen}\alpha}{\cos\alpha}$, sempre que $\cos\alpha \neq 0$. Mostre que, se $\operatorname{tg}(\alpha+\beta)$ existe, então $\operatorname{tg}(\alpha+\beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta}{1 - \operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta}$

4. Mostre que $\cos^2\alpha = \frac{1+\cos 2\alpha}{2}$ e que $\operatorname{sen}^2\alpha = \frac{1-\cos 2\alpha}{2}$ sabendo que $\cos\alpha\cos\beta = \frac{\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta)}{2}$ e $\operatorname{sen}\alpha\operatorname{sen}\beta = \frac{\cos(\alpha-\beta)-\cos(\alpha+\beta}{2}$

5. Considere uma circunferência γ de centro O e raio r e considere três pontos A, B e C sobre essa circunferência. Seja D o outro ponto (além de A) de interseção da reta AD com a circunferência.

   a) Mostre que $\operatorname{sen}(A\hat{B}C) = \operatorname{sen}(A\hat{D}C) = \frac{AC}{2r}$. (Você vai precisar usar que a medida de um ângulo inscrito em uma circunferência é metade do ângulo central que enxerga o mesmo arco.)

   b) Conclua que a razão entre um lado do triângulo e o seno do ângulo interno do triângulo oposto a esse lado é sempre igual ao diâmetro da circunferência circunscrita ao triângulo e, portanto, é igual para os três lados. (Essa é a lei dos Senos.)