

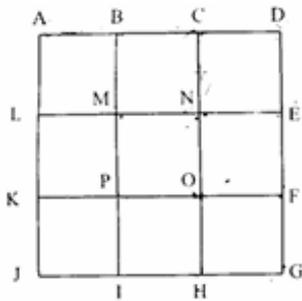


Geometria Analítica

Lista 1

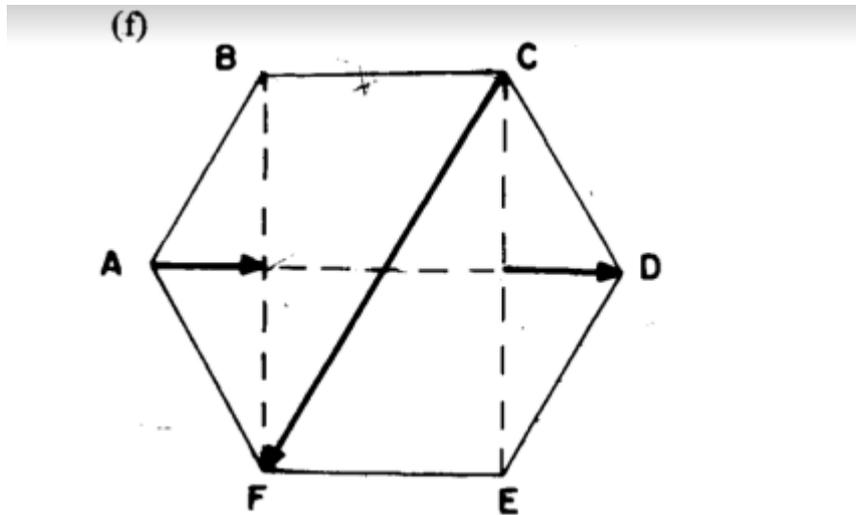
Data da lista:	10/06/2024
Preceptor:	Vinicius Pinto da Fonseca
Curso atendido:	Eng. Mecânica, Eng. Elétrica, Eng. Química, Eng. Civil e Eng. de Alimentos
Coordenadora:	Patrícia Hernandes Bapstelli

1. A figura a seguir é constituída de nove quadrados congruentes. Decida se as seguintes afirmações são verdadeiras ou falsas.

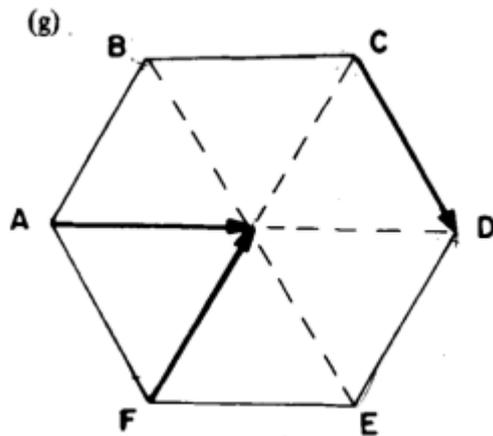


- | | | |
|---------------------------|----------------------------------|------------------------------|
| a) $\vec{AB} = \vec{OF}$ | e) $\vec{AC} \parallel \vec{HI}$ | i) $\vec{AM} \perp \vec{BL}$ |
| b) $\vec{AM} = \vec{PH}$ | f) $\vec{JO} \parallel \vec{LD}$ | j) $\vec{PE} \perp \vec{EC}$ |
| c) $\vec{BC} = \vec{OP}$ | g) $\vec{AJ} \parallel \vec{FG}$ | k) $ \vec{AC} = \vec{FP} $ |
| d) $\vec{BL} = -\vec{MC}$ | h) $\vec{AB} \perp \vec{EG}$ | l) $ \vec{IF} = \vec{MG} $ |

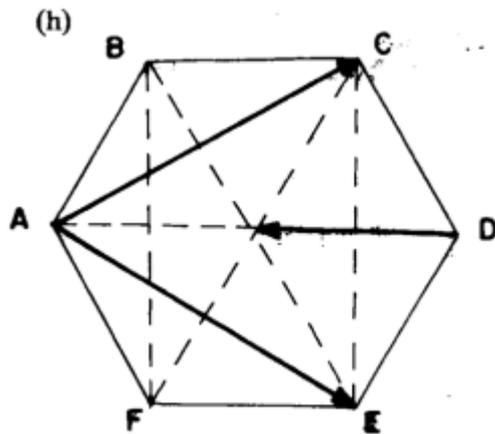
2. Ache a soma dos vetores indicados nas seguintes figuras (considere que os hexágonos são regulares):



a)

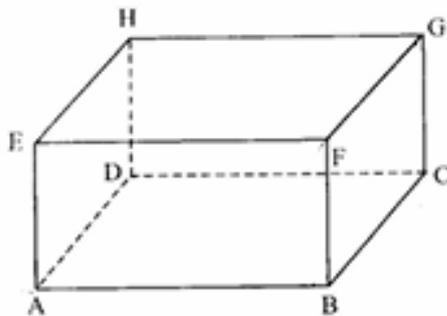


b)



c)

3. A figura a seguir representa um paralelepípedo retângulo. Julgue os seguintes itens como verdadeiros ou falsos:



a) $\overrightarrow{DH} = \overrightarrow{BF}$

b) $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{HG}$

c) $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{CG}$

d) $\overrightarrow{AF} \perp \overrightarrow{BC}$

e) $|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{HF}|$

f) $|\overrightarrow{AG}| = |\overrightarrow{DF}|$

g) $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}$ e \overrightarrow{CG} são coplanares?

h) $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{FG}$ e \overrightarrow{EG} são coplanares?

4. Dados dois vetores \vec{u} e \vec{v} não paralelos, construir no mesmo gráfico os vetores:

a) $\vec{u} + \vec{v}$

- b) $\vec{u} - \vec{v}$
- c) $\vec{v} - \vec{u}$
- d) $-\vec{u} - \vec{v}$

5. Julgue os seguintes itens:

- a) Se $\vec{u} = \vec{v}$, então $|\vec{u}| = |\vec{v}|$;
- b) Se $|\vec{u}| = |\vec{v}|$, então $\vec{u} = \vec{v}$;
- c) Se $\vec{u} \parallel \vec{v}$, então $\vec{u} = \vec{v}$;
- d) Se $\vec{u} = \vec{v}$, então $\vec{u} \parallel \vec{v}$;
- e) Se $\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$ então, $|\vec{w}| = |\vec{u}| + |\vec{v}|$.

6. Considere os pontos $A(2, 5)$, $B(4, 2)$ e $C(4, 1)$. Seja M o ponto médio do segmento AB , determine a medida do segmento MC .

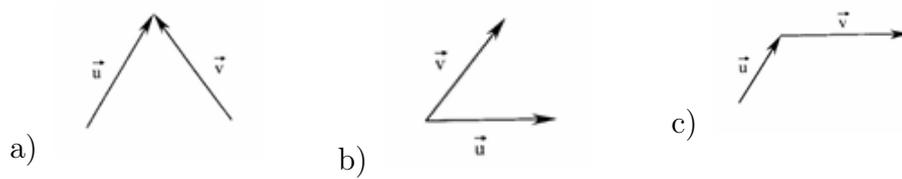
7. Considere os vetores a baixo. Determine o módulo de cada um deles.

- a) $\vec{u} = (3, 4)$;
- b) $\vec{v} = (1, 5)$;
- c) $\vec{w} = (-12, 5)$;
- d) $\vec{z} = (6, 2)$.

8. Encontre x e y para que os vetores \vec{u} e \vec{v} sejam iguais:

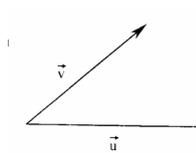
$$\vec{u} = (x^2, -1) \text{ e } \vec{v} = (1, y^3)$$

9. Represente o vetor $\vec{u} - \vec{v}$ nos seguintes casos:



10. Escreva o vetor $\vec{w} = (14, 3)$ como combinação linear dos vetores $\vec{u} = (2, 4)$ e $\vec{v} = (-2, 1)$.

11. Dados os vetores representados na imagem a seguir, com a ajuda de um gráfico, represente as seguintes operações:



a) $\vec{u} - \vec{v}$;

c) $-\vec{v} - 2\vec{u}$;

b) $\vec{v} - \vec{u}$;

12. Dados os vetores $\vec{u} = (4, -6, 2)$, $\vec{v} = (-6, 9, 3)$, verifique se os mesmos são paralelos.

13. Dados os vetores $\vec{u} = (1, -1)$, $\vec{v} = (-3, 4)$ e $\vec{w} = (8, -6)$, calcule:

a) $|\vec{u}|$;

c) $|\vec{w}|$;

b) $|\vec{v}|$;

d) $|2\vec{u} - \vec{w}|$.

14. Dados os vetores $\vec{u} = (2, 3, -1)$, $\vec{v} = (1, -1, 1)$ e $\vec{w} = (-3, 4, 0)$. Determine o vetor \vec{x} tal que: $3\vec{u} - \vec{v} + \vec{x} = 4\vec{x} + 2\vec{w}$.

15. Dados os vetores $\vec{u} = (3, 1)$ e $\vec{v} = (-1, 2)$, determinar o vetor \vec{x} tal que:

$$3x - (2v - u) = 2(4x - 3u)$$

16. Esboce no plano cartesiano:

- a) o vetor $\vec{v} = (2, 3)$;
- b) o vetor $\vec{v} = (2, 3)$ com origem em $P = (-2, 1)$;
- c) o vetor $\vec{v} = (2, 3)$ com extremo em $Q = (3, 0)$.

17. Sejam $A = (2, 5)$ e $\vec{v} = (6, -1)$. Determine $B = (x, y)$ para que $\vec{AB} = \vec{v}$.

18. Sejam $P = (2, 5)$, $Q = (1, 6)$ e $R = (-3, 2)$, determine S para que \vec{PQ} e \vec{RS} representem o mesmo vetor.

19. Determine a soma dos vetores $\vec{u} = (1, -1)$, $\vec{v} = (0, 3)$ e $\vec{w} = (2, 0)$ e ilustre geometricamente.

20. Subtraia o vetor $\vec{u} = (2, 1)$ do vetor $\vec{u} = (1, 3)$ e ilustre geometricamente.

21. Sejam $\vec{u} = (1, 3)$ e $\vec{v} = (2, 2)$, e ilustre no plano cartesiano:

- a) o oposto de \vec{u} ;
- b) o vetor $2\vec{u} + \frac{1}{2}\vec{v}$;

- c) o vetor com a mesma direção e sentido de \vec{u} , mas com o dobro do tamanho de \vec{u} ;
- d) o vetor com a mesma direção de \vec{u} , mas sentido contrário e metade do tamanho de \vec{u} .

22. Sejam $\vec{u} = (-1, 3, 2)$, $\vec{v} = (1, 5, -2)$ e $\vec{w} = (-7, 3, 1)$. Determine $\vec{u} - 2\vec{v} + 5\vec{w}$.

23. Calcule a distância entre os pontos $A = (2, -1)$ e $B = (4, 7)$.

24. Sejam $A = (2, 5)$, $B = (1, 6)$ e $C = (0, 0)$, determine o perímetro do triângulo ABC.

25. Determine o valor de x para que os vetores $\vec{u} = (1, x)$ e $\vec{v} = (0, 1)$ formem um ângulo de 60° .

26. Determine o ângulo entre o vetor $\vec{v} = (3, 5)$ e a orientação positiva do semi-eixo coordenado OX .

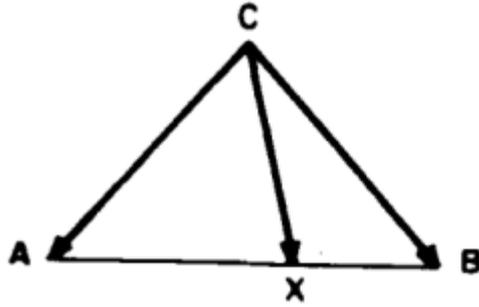
27. Determine um vetor unitário ortogonal a $\vec{u} = (3, 5)$.

Dados os vetores $\vec{u} = (-1, 3, 2)$, $\vec{v} = (1, 5, -2)$ e $\vec{w} = (-7, 3, 1)$. Determine:

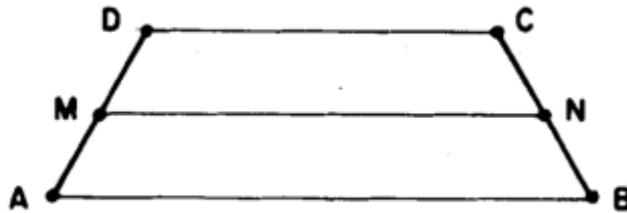
- a) a norma de \vec{u} ;
- b) a norma de \vec{v} ;
- c) o produto escalar de \vec{u} e \vec{v} ;

- d) o ângulo entre \vec{u} e \vec{v} ;
- e) a área de um paralelogramo com arestas \vec{u} e \vec{v} ;
- f) o volume de um paralelepípedo com arestas \vec{u}, \vec{v} e \vec{w} .
28. Determine o valor de x para que os vetores $\vec{u} = (x, -2, 3)$ e $\vec{v} = (2, -1, 2)$ sejam ortogonais.
29. Dados os vetores $\vec{u} = (1, -1, 1)$ e $\vec{v} = (2, -3, 4)$, calcule a área do paralelogramo determinado por \vec{u} e \vec{v} .
30. Determine um vetor unitário ortogonal aos vetores $\vec{u} = (2, 6, -1)$ e $\vec{v} = (0, -2, 1)$.
31. Determine um vetor ortogonal aos vetores $\vec{u} = (2, 1, -3)$ e $\vec{v} = (1, -2, 1)$ com norma 5.
32. Determine um vetor \vec{v} com norma 3 que forma o mesmo ângulo com os três semieixos coordenados positivos.
33. Para quais valores de m o vetor $\vec{v} = (-2, -1, 2)$ forma ângulo de 60 graus com o vetor \vec{AB} , onde $A = (0, 3, 4)$ e $B = (m, -1, 2)$.
34. Calcule a área do triângulo ABC onde $A = (6, 1, 0)$, $B = (0, 2, 1)$ e $C = (-3, 1, 5)$.

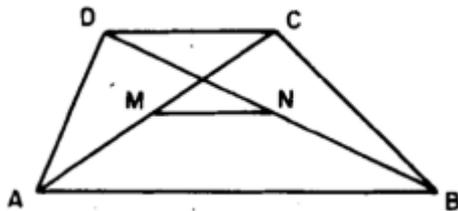
35. A área de um triângulo ABC é igual a $\sqrt{6}$. Sabe-se que $A = (2, 1, 0)$, $B = (-1, 2, 1)$ e que o vértice C pertence ao eixo OY . Calcule as coordenadas de C .
36. Qual é o valor de x para que os vetores $\vec{u} = (-1, 3, 0)$, $\vec{v} = (1, x, -2)$ e $\vec{w} = (2, 3, 1)$ sejam coplanares?
37. Sejam $A = (1, -2, 3)$, $B = (2, -1, -4)$, $C = (0, 2, 0)$ e $D = (-1, 2, 1)$, determine o paralelepípedo que tem os segmentos AB , AC e AD como arestas.
38. Determine se os conjuntos abaixo são linearmente dependentes (LD) ou linearmente independentes (LI). Quais são as bases do \mathbb{R}^2 ou do \mathbb{R}^3 ?
- a) $B = \{(10, 15), (2, 3)\}$;
 - b) $C = \{(10, 15), (4, 4)\}$;
 - c) $D = \{(1, 2, 5), (9, 1, 2)\}$;
 - d) $E = \{(1, 1, 1), (3, 4, 2), (5, 7, 3)\}$.
39. Para qual valor de x , o conjunto $B = \{-1, 3, 0\}, (1, x, -2), (2, 3, 1)\}$ não é uma base de \mathbb{R}^3 .
40. Dados quatro pontos A, B, C e X tais que $\vec{AX} = m\vec{XB}$, exprima \vec{CX} em função de \vec{CA} e \vec{CB} (e m).



41. Demonstre que o segmento que une os pontos médios dos lados não-paralelos de um trapézio é paralelo às bases, e sua medida é a semi-soma das medidas das bases.



42. Demostre que o segmento que une os pontos médios das diagonais de um trapézio é paralelo às bases, e sua medida é a semi-diferença das medidas das bases.



43. Num triângulo ABC , sejam os M , N , P os pontos médios dos lados AB , BC e AC , respectivamente. Mostre que

$$\vec{AN} + \vec{BP} + \vec{CM} = \vec{0}.$$