PRECEPTORIA - LISTA 04
Lógica e Matemática Discreta.

Preceptora:	Gabriela Alves Colombo.
Cursos:	Ciência da Computação. Estatística, Informática e Matemática.
Coordenadora:	Patrícia Hilário Tacuri Córdova.

Exercício 1 *Enuncie as contrapoisitivas das seguintes proposições:*

a) Se uma matriz quadrada é invertível, então seu determinante é diferente de zero.

b) Se a,b e c são números reais tais que $a > b$ *e* $b > c$*, então* $a > c$.

c) Se dois números inteiros são ímpares, então a soma deles é um número par.

d) Se o grau de um polinômio real é 2, então esse polinômio tem duas e apenas duas raízes complexas.

e) Se dois planos são perpendiculares, então toda reta de um deles é perpendicular ao outro plano.

Exercício 2 *Demonstre os resultados abaixo.*

a) A soma de dois números ímpares é par.

b) O produto de dois números ímpares é ímpar.

c) A soma de dois números racionais é um número racional.

d) Dado um número inteiro positivio n, se 3n+2 é ímpar, então n é ímpar.

e) O conjunto dos números primos é infinito.

f) Se um número inteiro é divisível por 6, então o dobro desse número é divisível por 4.

g) Seja n um inteiro positivo tal que n= ab, então $a \leq \sqrt{n}$ *ou* $b \leq \sqrt{n}$.

Exercício 3 *Mostre que x é par se, e somente se,* x^2 *é par.*

Exercício 4 *Justifique a seguinte propriedade de duas maneiras, a primeira através de sua contrapositiva e a segunda por redução ao absurdo:*
"Se m é um inteiro tal que $m^2 + 2$ *é ímpar, então m é ímpar."*

Exercício 5 *Mostre que as afirmações não são válidas:*

a) $\forall x[P(x) \rightarrow Q(x)] \iff \forall x P(x) \rightarrow \forall x Q(x)$

b) $\exists x[P(x) \to Q(x)] \iff \exists x P(x) \to \exists x Q(x)$

Exercício 6 *Mostre que* $3+\sqrt{2}$ *é um número irracional.*

Exercício 7 *Mostre que* $10\sqrt{2}$ *é um número irracional.*

Exercício 8 *Prove a validade da proposição:*
$(\forall x \in \mathbb{R})$ $(\forall y \in \mathbb{R})$ $(x \in \mathbb{Q}$ *e* $y \notin \mathbb{Q} \to x+y \notin \mathbb{Q})$

Exercício 9 *Alique o Princípio da Indução Finita (PIF) para demonstrar que:*

a) $(\forall x \in \mathbb{N}^*)$ $[1+4+7+\ldots+(3n-2)] = \dfrac{n(3n-1)}{2}$

b) $(\forall x \in \mathbb{N})$ $[1+3+5+\ldots+(2n-1)= n^2]$

c) $(\forall x \in \mathbb{N}^*)$ $(2^n \leq 2^{n+1})$

d) $(\forall x \in \mathbb{N})(2^n \geq 1+n)$

e) $(\forall x \in \mathbb{N})$ $[17/(3^{4n+2} + 2.4^{3n+1})]$

f) $(\forall x \in \mathbb{N})$ $(9^n$*-1 é múltiplo de 8)*

Exercício 10 *Suponha que* $a_1=1$ *e* $a_{n+1} = a_n + 8n$ *para todo* $n \geq 1$*. Encontre uma fórmula para* a_n *e a demonstre pelo Princípio da Indução Finita (PIF).*