



## PRECEPTORIA - LISTA 05

### Lógica e Matemática Discreta.

Preceptora:	Gabriela Alves Colombo.
Cursos:	Ciência da Computação. Estatística, Informática e Matemática.
Coordenadora:	Patrícia Hilário Tacuri Córdova.

**Exercício 1** Seja  $E = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$ ,  $A = \{a, b, c, d\}$  e  $B = \{c, d, e, f\}$ . Determine:

- a)  $A \cup B$
- b)  $A \cap B$
- c)  $A \setminus B$
- d)  $B \setminus A$
- e)  $\overline{A^E}$
- f)  $A \setminus \overline{B^E}$

**Exercício 2** Escreva os seguintes conjuntos, listando explicitamente todos os seus elementos.

- a)  $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 \leq 25\}$
- b)  $B = \{x \in \mathbb{R}^+ \mid 4x^2 - 4x - 1 = 0\}$
- c)  $C = \{x \in \mathbb{Z} \mid x+3 = 8 \text{ ou } x^2=9\}$
- d)  $D = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 = 4 \text{ e } x \text{ é ímpar}\}$
- e)  $E = \{x \in \mathbb{R} \mid |x| < 0\}$

**Exercício 3** Verifique se as proposições são verdadeiras ou falsas. Justifique sua resposta.

- a)  $(\forall A) (\emptyset \in A)$
- b)  $(\forall A) (\emptyset \subset A)$
- c)  $(\forall A)(\forall B) (\forall C) (A \neq B \wedge B \neq C \rightarrow A \neq C)$
- d)  $(\forall A)(\forall B) (\forall C) (A \not\subset B \wedge B \subset C \rightarrow A \not\subset C)$
- e)  $(\forall A)(\forall B) (\forall C) (A \subset B \wedge B \in C \rightarrow A \subset C)$
- f)  $(\forall A)(\forall B)(x \in A \wedge A \in B \rightarrow x \in B)$

$$g) (\forall A)(\forall B)(\forall C) ((A \cap B) \cup C = A \cap (B \cup C))$$

$$h) \emptyset \in \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$$

$$i) \emptyset = \{0\}$$

$$j) 2 \in \{\{2\}, \{2, 3\}\}$$

$$k) 2 \in \{2, \{2\}, \{2, 3\}\}$$

$$l) \{\{2\}\} \subset \{\{2\}, \{2, 3\}\}$$

$$m) \{a, b\} \subseteq \{2, \{a, b\}, \{c\}\}$$

$$n) \{a, b\} \in \{2, \{a, b\}, \{c\}\}$$

$$o) \{a, \{2, 3\}\} \subseteq \{\{1\}, a, \{2, 3\}, b\}$$

$$p) \{a, \{1, 2\}, \{3\}, b\} \cap \{\{3\}, a, \{2, 3, 4\}\} = \{a, \{3\}, 2\}$$

$$q) \{a, \{1, 2\}, \{3\}, b\} - \{\{3\}, a, \{2, 3, 4\}\} = \{\{1, 2\}, b\}$$

**Exercício 4** Consideremos os seguintes subconjuntos de  $\mathbb{R}$ :

$A = \{x \in \mathbb{R} / x^2 < 4\}$ ,  $B = \{x \in \mathbb{R} / x^2 - x \geq 2\}$ ,  $C = \{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots\}$  e  $D = \{x \in \mathbb{R} / -2 < x < -1\}$  Classifique cada relação seguinte como verdadeira ou falsa e justifique-as.

$$a) A^c \subseteq B$$

$$b) A \cap B = D$$

$$c) C \subset B^c$$

$$d) B \cup A \supset C$$

$$e) C \cap D = \emptyset$$

**Exercício 5** Determine os conjuntos  $A, B$  e  $U$ , sabendo que  $A$  e  $B$  são subconjuntos de  $U$  satisfazendo as seguintes condições:

$$A \cup B = \{a, b, c, d, e, f\}$$

$$A \cap B = \{d, e\}$$

$$A^c = \{f, g, h, i\}$$

**Exercício 6** Apresente conjuntos  $A, B$  e  $C$  que satisfaçam simultaneamente as condições:

$$A \cup B = \{a, b, c, 1, 2, 4\}$$

$$A \cup C = \{a, b, 1, 2, 3, 4\}$$

$$A \cup B \cup C = \{a, b, c, 1, 2, 3, 4\}$$

$$A \cap B = \{a, b\}$$

$$A \cap C = \{1, 2\}$$

$$B \cap C = \{4\}$$

**Exercício 7** Seja  $E$  um conjunto que contém  $A$  e  $B$ , mostre que  $A \cap B = B \setminus \overline{A}^E$

**Exercício 8** Se  $A, B$  e  $C$  são conjuntos tais que  $A \cup B = A \cup C$  e  $A \cap B = A \cap C$ , prove que  $B = C$

**Exercício 9** Se  $A$  e  $B$  são conjuntos arbitrários, demonstre as seguintes propriedades (conhecidas como leis de absorção):

$$a) A \cap (A \cup B) = A$$

$$b) A \cup (A \cap B) = A$$

**Exercício 10** Mostre que vale as igualdades abaixo:

$$a) A \cap (B \cap A^c) = \emptyset$$

$$b) A - B = B^c - A^c$$

$$c) (A - B) - C = A - (B \cup C)$$

$$d) A - (B - C) = (A - B) \cup (A \cap C)$$