



PRECEPTORIA - LISTA 05

Lógica e Matemática Discreta.

Preceptora:	Gabriela Alves Colombo.
Cursos:	Ciência da Computação. Estatística, Informática e Matemática.
Coordenadora:	Patrícia Hilário Tacuri Córdova.

Exercício 1 Seja $E = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$, $A = \{a, b, c, d\}$ e $B = \{c, d, e, f\}$. Determine:

- a) $A \cup B$
- b) $A \cap B$
- c) $A \setminus B$
- d) $B \setminus A$
- e) $\overline{A^E}$
- f) $A \setminus \overline{B^E}$

Exercício 2 Escreva os seguintes conjuntos, listando explicitamente todos os seus elementos.

- a) $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 \leq 25\}$
- b) $B = \{x \in \mathbb{R}^+ \mid 4x^2 - 4x - 1 = 0\}$
- c) $C = \{x \in \mathbb{Z} \mid x+3 = 8 \text{ ou } x^2=9\}$
- d) $D = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 = 4 \text{ e } x \text{ é ímpar}\}$
- e) $E = \{x \in \mathbb{R} \mid |x| < 0\}$

Exercício 3 Verifique se as proposições são verdadeiras ou falsas. Justifique sua resposta.

- a) $(\forall A) (\emptyset \in A)$
- b) $(\forall A) (\emptyset \subset A)$
- c) $(\forall A)(\forall B) (\forall C) (A \neq B \wedge B \neq C \rightarrow A \neq C)$
- d) $(\forall A)(\forall B) (\forall C) (A \not\subset B \wedge B \subset C \rightarrow A \not\subset C)$
- e) $(\forall A)(\forall B) (\forall C) (A \subset B \wedge B \in C \rightarrow A \subset C)$
- f) $(\forall A)(\forall B)(x \in A \wedge A \in B \rightarrow x \in B)$

$$g) (\forall A)(\forall B)(\forall C) ((A \cap B) \cup C = A \cap (B \cup C))$$

$$h) \emptyset \in \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$$

$$i) \emptyset = \{0\}$$

$$j) 2 \in \{\{2\}, \{2, 3\}\}$$

$$k) 2 \in \{2, \{2\}, \{2, 3\}\}$$

$$l) \{\{2\}\} \subset \{\{2\}, \{2, 3\}\}$$

$$m) \{a, b\} \subseteq \{2, \{a, b\}, \{c\}\}$$

$$n) \{a, b\} \in \{2, \{a, b\}, \{c\}\}$$

$$o) \{a, \{2, 3\}\} \subseteq \{\{1\}, a, \{2, 3\}, b\}$$

$$p) \{a, \{1, 2\}, \{3\}, b\} \cap \{\{3\}, a, \{2, 3, 4\}\} = \{a, \{3\}, 2\}$$

$$q) \{a, \{1, 2\}, \{3\}, b\} - \{\{3\}, a, \{2, 3, 4\}\} = \{\{1, 2\}, b\}$$

Exercício 4 Consideremos os seguintes subconjuntos de \mathbb{R} :

$A = \{x \in \mathbb{R} / x^2 < 4\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} / x^2 - x \geq 2\}$, $C = \{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots\}$ e $D = \{x \in \mathbb{R} / -2 < x < -1\}$ Classifique cada relação seguinte como verdadeira ou falsa e justifique-as.

$$a) A^c \subseteq B$$

$$b) A \cap B = D$$

$$c) C \subset B^c$$

$$d) B \cup A \supset C$$

$$e) C \cap D = \emptyset$$

Exercício 5 Determine os conjuntos A, B e U , sabendo que A e B são subconjuntos de U satisfazendo as seguintes condições:

$$A \cup B = \{a, b, c, d, e, f\}$$

$$A \cap B = \{d, e\}$$

$$A^c = \{f, g, h, i\}$$

Exercício 6 Apresente conjuntos A, B e C que satisfaçam simultaneamente as condições:

$$A \cup B = \{a, b, c, 1, 2, 4\}$$

$$A \cup C = \{a, b, 1, 2, 3, 4\}$$

$$A \cup B \cup C = \{a, b, c, 1, 2, 3, 4\}$$

$$A \cap B = \{a, b\}$$

$$A \cap C = \{1, 2\}$$

$$B \cap C = \{4\}$$

Exercício 7 Seja E um conjunto que contém A e B , mostre que $A \cap B = B \setminus \overline{A}^E$

Exercício 8 Se A, B e C são conjuntos tais que $A \cup B = A \cup C$ e $A \cap B = A \cap C$, prove que $B = C$

Exercício 9 Se A e B são conjuntos arbitrários, demonstre as seguintes propriedades (conhecidas como leis de absorção):

$$a) A \cap (A \cup B) = A$$

$$b) A \cup (A \cap B) = A$$

Exercício 10 Mostre que vale as igualdades abaixo:

$$a) A \cap (B \cap A^c) = \emptyset$$

$$b) A - B = B^c - A^c$$

$$c) (A - B) - C = A - (B \cup C)$$

$$d) A - (B - C) = (A - B) \cup (A \cap C)$$